

# DOKTORI (PhD) ÉRTEKEZÉS

Vanya Csilla

Nyugat-magyarországi Egyetem

Faipari Mérnöki Kar

Sopron, 2013

2013 Sopron

Vanya Csilla

PhD 302

Doktori (Ph.D) értekezés

Nyugat-magyarországi Egyetem, Faipari Mérnöki Kar  
Cziráki József Faanyagtudomány és Technológiák Doktori Iskola  
Vezető: Dr. Tolvaj László CSc. egyetemi tanár

Doktori program: Faszervezetek  
Programvezető: Dr. Divós Ferenc CSc.

**A rétegelt-ragasztott fatartók külső terhelésből, gyártási és  
klimatikus igénybevételekből származó veszélyes feszültég-  
állapotának meghatározása, a tartók erőtani méretezése an-  
izotrop töréseméleti alapon**

Készítő: Vanya Csilla  
Témavezetők: Dr. Csébfalvi Anikó CSc  
Dr. Szalai József CSc.

Sopron  
2013

**A RÉTEGELT- RAGASZTOTT FATARTÓK KÜLSŐ TERHELÉSBŐL, GYÁRTÁSI ÉS KLIMATIKUS IGÉNYBEVÉTELEKBŐL SZÁRMAZÓ VESZÉLYES FE-SZÜLTSGÁLLAPOTÁNAK MEGHATÁROZÁSA, A TARTÓK ERŐTANI MÉRETEZÉSE ANIZOTROP TÖRÉSELMÉLETI ALAPON**

Értekezés doktori (PhD) fokozat elnyerése érdekében

\*a Nyugat-Magyarországi Egyetem Cziráki József Faanyagtudomány és Technológiák  
Doktori Iskolája

Faszerkezetek programja

Írta:  
Vanya Csilla

\*\*Készült a Nyugat-Magyarországi Egyetem Cziráki József Faanyagtudomány és Technológiák Doktori Iskola

Faszerkezetek programja keretében

Témavezető: Dr. Csébfalvi Anikó és Dr. Szalai József

Elfogadásra javaslom (igen / nem)

.....

(aláírás)

A jelölt a doktori szigorlaton ..... % -ot ért el,

Sopron, .....

.....

a Szigorlati Bizottság elnöke

Az értekezést bírálóként elfogadásra javaslom (igen /nem)

Első bíráló (Dr. ....) igen /nem

.....

(aláírás)

Második bíráló (Dr. ....) igen /nem

.....

(aláírás)

(Esetleg harmadik bíráló (Dr. ....) igen /nem

.....

(aláírás)

A jelölt az értekezés nyilvános vitáján.....% - ot ért el

Sopron, .....

.....

a Bírálóbizottság elnöke

A doktori (PhD) oklevél minősítése.....

.....

Az EDT elnöke

# Kivonat

Vanya Csilla, okleveles építőmérnök, egyetemi tanársegéd, Pécsi Tudományegyetem Pollock Mihály Műszaki és Informatikai Kar Szilárdságtan és Tartószerkezetek Tanszék

Feladatom és témám, hogy bemutassam a rétegelt-ragasztott tartók feszültségeit és azok számítási módszereit. Mivel a fa anizotrop anyag (vagyis minden irányban más-más tulajdonságokkal bír), a feszültség számításokat is anizotrop alapon végeztem el, hogy realisabb képet kaphassunk a fában lezajló mechanikai folyamatokról. Külön már számolták (igaz inkább csak a tudományos életben, mint a gyakorlatban) a rétegelt-ragasztott íves tartók külső terhelésből származó feszültségeit, a rétegelt-ragasztott íves tartók gyártása során, illetve a klimatikus viszonyok hatására létrejövő sajátfeszültségeket. Ezeket még sosem vizsgálták egyben. Célom, hogy meg tudjam mutatni, a három különböző terhelésből származó egyes feszültségek eloszlását, ezek összegzését, ezek alapján a tartó kritikus keresztmetszeteinek, ill. pontjainak és a kritikus feszültségkomponensek meghatározását. A tartó kritikus pontjainak, azok feszültségállapotának ismeretének alapján pedig elvégezhető az egész szerkezeti elem erőtani méretezése, de most már anizotrop alapon, a legjobban megfelelőnek bizonyult anizotrop tönkremeneteli elmélet felhasználásával.

Persze ezekkel a számításokkal és összegzésekkel a már meglévő tartókra vonatkozóan is tudunk megállapításokat tenni, ami nagy segítség lehet a gyakorlat számára. Hiszen Magyarország területén és Európában egyre több rétegelt-ragasztott tartót használnak fel és a beépített tartók egyre öregebbek. A teherhordó szerkezetek utólagos vizsgálata azonban mindig háttérbe szorult. Ezen szeretnék változtatni a doktori munkámmal.

A rétegelt-ragasztott fatartók erőtani méretezése, tervezése és ellenőrzése tekintetében már sok részletkérdést megoldottak, de ezeknek a szerkezeteknek az általános, rendszer-szemléletű méretezésének módszerét még nem dolgozták ki. Munkám egyik fő célja éppen az volt, hogy az általam kidolgozott méretezési eljárás mielőbb átmenjen a rétegelt-ragasztott fászerkezetek erőtani tervezésének mindennapos és megszokott gyakorlatába.

# Abstract

Csilla Vanya, Certified Civil Engineer, Assistant Lecturer, University of Pécs, Pollack Mihály Faculty of Engineering and Information Technology, Department of Mechanics, Materials and Structures

It is my assignment and topic to present the stresses of glue laminated timber beams and their calculation methods. Timber being an anisotropic material (i.e., it has different properties in every direction) I also preformed the stress calculations on an anisotropic basis in order to obtain a more realistic view of the mechanical processes that take place within the wood. Separate calculations have already been made (albeit rather in academia and not in the practice) of the stresses induced by external loads in glue laminated arched timber beams, and of the residual stresses generated during the manufacture of glue laminated arched beams, and of the residual stresses generated by climatic conditions. These have never been studied in combination. It is my goal to be able to demonstrate the distributions of the individual stresses generated by the three different loads, as well as how they are to be combined, and how the critical cross-sections and points of the beam, and the critical stress components are to be determined. Knowing the critical points of the beam and their critical stress states it is possible to perform the statical dimensioning of the entire structural element, but rather on an anisotropic basis, using the theory of anisotropic strength, which has been proven to be the most appropriate for this purpose.

Of course using these calculations and summations we can also make statements about already existing beams, which can be of great use for the practice. Namely, in Hungary as well as in Europe an increasing number of glue laminated beams are being used, and the installed base is increasingly ageing. Nevertheless, the ex-post investigation of load bearing structures has always been relegated to the background. I would like to use my doctoral thesis to change this.

Many partial issues have already been solved regarding the statical dimensioning, design and verification of glue laminated timber beams, but a generic, systemic approach for the dimensioning of these structures has not yet been developed. One of the main objectives of my work was exactly to allow for the dimensioning procedure that I have developed to be adopted as soon as possible in the everyday common practice for the statical design of glue laminated timber structures.

## Tartalomjegyzék

<b>1</b>	<b>Bevezetés .....</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Irodalmi áttekintés .....</b>	<b>8</b>
2.1	A rétegelt-ragasztott tartók rövid története .....	8
2.2	A rétegelt-ragasztott tartók leggyakoribb hibáinak bemutatása .....	12
2.2.1	A Magyarországi rétegelt-ragasztott fatartó szerkezetek felmérésének eredményei és lehetséges tönkremeneteli okai .....	12
2.2.1.1	A felmérés eredményei.....	12
2.2.1.2	Tönkremenetek lehetséges okai.....	16
2.3	A rétegelt-ragasztott (íves) fatartók feszültségszámítása .....	17
2.3.1	A külső terhelésből származó feszültségek számításának módszerei.....	17
2.3.2	Egyéb keletkező feszültségek, klimatikus hatások irodalma .....	19
<b>3</b>	<b>Az íves rétegelt-ragasztott fatartók feszültség számításának általános megoldásai.....</b>	<b>21</b>
3.1	A külső terhelésből származó feszültségek analitikus meghatározása.....	21
3.1.1	Walter von Roth anizotrop alapon történő feszültségszámítása .....	21
3.1.1.1	Általános megjegyzések:.....	21
3.1.1.2	Az egyidejűleg hajlításnak, normál- és nyíró igénybevételnek kitett rétegelt-ragasztott íves fatartó általános megoldása állandó keresztmetszet esetén. ....	22
3.2	Sajátfeszültségek .....	24
3.2.1	A gyártási feszültségek analitikus meghatározása .....	26
3.2.2	A klimatikus feszültségek analitikus meghatározása.....	35
3.2.2.1	A rétegelt-ragasztott íves fatartók klimatikus feszültségeinek meghatározása.....	36
<b>4</b>	<b>Az anizotrop méretezési eljárás bemutatása .....</b>	<b>43</b>
4.1	Az anizotrop anyagok tönkremenetele .....	43
4.2	Anizotrop szilárdsági kritériumok.....	44
4.2.1	Az Ashkenazi-féle szilárdsági kritérium.....	45
4.2.2	A szilárdsági kritériumok tenzorkomponenseinek meghatározása.....	47
4.2.2.1	Az Ashkenazi-féle szilárdsági tenzor komponenseinek meghatározása ..	47
4.2.3	Az Ashkenazi-féle szilárdsági kritérium grafikus ábrázolása.....	48
4.3	Faszerkezeti elemek erőtani méretezésének alapelve .....	49
4.3.1	A különböző hatásokból származó feszülstentozotok összegzése, az eredő feszültség-tenzor számítása a kritikus pontban a faanyag anatómiai főirányainak rendszerében .....	51
4.3.2	Méretezés a megengedett feszültségek módszere alapján .....	53
4.3.3	Méretezés a valószínűségelmélettel kiegészített határállapot módszere alapján... .....	55
<b>5</b>	<b>Példák a rétegelt-ragasztott fatartók külső terhelésből származó feszültség- állapotának és azok szélső értékeinek meghatározására (Walter von Roth anizotrop alapon történő feszültségszámításának felhasználásával) .....</b>	<b>56</b>
5.1	Egy félkörív alakú, 60 m fesztávú homogén (azonos lamellákból álló) rétegelt- ragasztott tartó feszültségállapot-mezeje a külső terhelés hatására .....	56
5.2	Egy félkörív alakú, 60 m fesztávú kombinált rétegelt-ragasztott tartó feszültségállapot mezeje a külső terhelés hatására.....	58
5.3	A példákból levonható általános következtetések.....	61

<b>6</b>	<b>Példák az íves rétegelt-ragasztott faszerkezetek gyártási feszültségeinek meghatározására .....</b>	<b>62</b>
6.1	Egy $R/H = 180$ viszonyszámnak megfelelő rétegelt-ragasztott íves fatartó ( $h_i = 30$ mm) gyártási feszültségállapot-mezőjének meghatározása .....	62
6.2	Egy $R/H = 220$ viszonyszámnak megfelelő rétegelt-ragasztott íves fatartó ( $h_i = 30$ mm) gyártási feszültségállapot-mezőjének meghatározása .....	64
6.3	Egy $R/H = 50$ viszonyszámnak megfelelő homogén rétegelt-ragasztott íves fatartó ( $h_i = 30$ mm) gyártási sajátfeszültség-állapotmezejének meghatározása .....	64
6.4	Egy $R/H = 50$ viszonyszámnak megfelelő homogén rétegelt-ragasztott íves fatartó ( $h_i = 10$ mm) gyártási feszültségállapot-mezőjének meghatározása .....	65
6.5	Egy $R/H = 50$ viszonyszámnak megfelelő kombinált rétegelt-ragasztott íves fatartó ( $h_i = 30$ mm) gyártási sajátfeszültség-állapotmezejének meghatározása .....	67
6.6	A számpéldák alapján kapott eredmények általánosítása .....	68
<b>7</b>	<b>A klimatikus változások hatására fellépő sajátfeszültség-állapotmezők számítása .....</b>	<b>69</b>
7.1	Egy egyenes tengelyű homogén rétegelt-ragasztott fa tartógerenda ( $h_i = 30$ mm, $n = 20$ db, $L = 60$ m) sajátfeszültség-állapotmezejének meghatározása, ha a gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik.....	69
7.2	Egy körív alakú homogén rétegelt-ragasztott fa tartógerenda ( $h_i = 30$ mm, $n = 20$ db, $L = 60$ m) sajátfeszültség-állapotmezejének meghatározása, ha a gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik .....	71
7.3	Egy körív alakú homogén rétegelt-ragasztott fa tartógerenda ( $h_i = 10$ mm, $n = 60$ db, $L = 60$ m) sajátfeszültség-állapotmezejének meghatározása, ha a gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik .....	72
7.4	Egy körív alakú kombinált rétegelt-ragasztott fa tartógerenda ( $h_i = 30$ mm, $n = 20$ db, $L = 60$ m) sajátfeszültség-állapotmezejének meghatározása, ha a gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik .....	73
7.5	Egy körív alakú kombinált rétegelt-ragasztott fa tartógerenda ( $h_i = 10$ mm, $n = 60$ db, $L = 60$ m) sajátfeszültség-állapotmezejének meghatározása, ha a gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik .....	75
7.6	Egy körív alakú homogén rétegelt-ragasztott tartó sajátfeszültségi-állapotmezejének kialakulása, ha a lamellák nedvességtartalma véletlenszerűen eltér egymástól, de maximum $\pm 1$ %-ban,.....	77
7.7	Egy körív alakú kombinált rétegelt-ragasztott tartó sajátfeszültségi-állapotmezejének kialakulása, ha a lamellák nedvességtartalma véletlenszerűen eltér egymástól, de maximum $\pm 1$ %-ban,.....	78
7.8	Egy körív alakú homogén rétegelt-ragasztott tartó sajátfeszültségi-állapotmezejének kialakulása, ha az 5. lamellának nem a nedvességtartalma, hanem a hőmérséklete magasabb a többinél ( $\Delta t_5 = 30$ C°), .....	80
7.9	Beépítés után a tartóban viszonylag egyenletes, a magasság mentén folytonos parabola függvényvel megadható nedvesség-eloszlás alakul ki. Határozzuk meg a sajátfeszültség-eloszlásmezőt, ha (tartós beázás miatt) a lamellák nedvességtartalma a felső tartórétegekben jelentősen megnő. ....	81
7.10	A példákából levonható általános következtetések.....	83
<b>8</b>	<b>Egy háromcsuklós íves rétegelt-ragasztott fatartó erőtani vizsgálata az összes lehetséges teherfajta egyidejű figyelembevételével.....</b>	<b>84</b>



8.1	A tartó geometriája, szerkezeti adatai .....	84
8.1.1	A Walter von Roth anizotrop alapon történő feszültség számítása vastag lamella esetén .....	85
8.1.2	A Walter von Roth anizotrop alapon történő feszültség számítása vékony lamellák esetén.....	90
8.1.3	Gyártási feszültségek meghatározása vastag lamella esetén .....	96
8.1.4	Gyártási feszültségek meghatározása vékony lamella esetén.....	98
8.1.5	A klimatikus feszültségek meghatározása vastag lamella esetén .....	101
8.1.6	A klimatikus feszültségek meghatározása vékony lamella esetén.....	103
<b>9</b>	<b>A feszültségek összegzésének bemutatása, vastag és vékony lamellák esetén .105</b>	
9.1	A 30 mm vastag lamellából álló tartó feszültségeinek összegzése.....	108
9.2	A 10 mm vastag lamellából készült tartó feszültségeinek összegzése .....	112
<b>10</b>	<b>A tartó anizotrop méretezése a valószínűségi elmélettel kiegészített határállapot módszere alapján.....</b>	<b>117</b>
<b>11</b>	<b>Összefoglalás.....</b>	<b>121</b>
<b>12</b>	<b>A rétegelt-ragasztott faszerkezetek méretezésével kapcsolatos további kutatások és vizsgálatok.....</b>	<b>122</b>
<b>13</b>	<b>Tézisek.....</b>	<b>123</b>
<b>14</b>	<b>Irodalomjegyzék.....</b>	<b>128</b>
<b>15</b>	<b>Köszönetnyilvánítás .....</b>	<b>132</b>
<b>16</b>	<b>Függelék.....</b>	<b>133</b>

### Jelmagyarázat

$K_{rr}^M, K_{rr}^N, K_{\varphi\varphi}^M, K_{\varphi\varphi}^N$  – faktorok, melyek a geometriai jellemzőkből és az anyagtulajdonságokból számíthatók,

$\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{zz} = \sigma^{LL}$  – rostokkal párhuzamos normálfeszültségek,

$\sigma_{rr} = \sigma_{yy} = \sigma^{RR}$  – rostokra merőleges normálfeszültségek,

$\sigma_{r\varphi} = \tau = \sigma^{LR} = \sigma^{RL}$  – nyírófeszültségek,

$Q_0$  – a kezdeti számítási pont nyíróerő értéke,

$M_0$  – a kezdeti számítási pont nyomaték értéke,

$N_0$  – a kezdeti számítási pont normálerő értéke.

$r, \varphi$  – pont koordinátái, amelyben a feszültségkomponenseket keressük,

$R$  – a tartó körív súlyponti sugara,

$a$  – a tartó körív legbelső sugara,

$b$  – a tartó körív legkülső sugara,

$d$  – állandó, a tartó szélessége,

$H$  – állandó, a tartó magassága,

$N_0, Q_0, M_0$  – a tartó belső erői,

$E_{\varphi}$  – a faanyag  $\varphi$  irányú rugalmassági modulusa,

$E_r$  – a faanyag  $r$  irányú rugalmassági modulusa,

$\mu_{r\varphi}$  – a faanyag  $r\varphi$  irányához tartozó Poisson tényezője,

$G_{r\varphi}$  – a faanyag  $r\varphi$  síkjához tartozó nyíró rugalmassági modulusa,

$I_i$  – az  $i$ -edik lamella másodrendű nyomatéka saját súlyponti  $x$  tengelyére,

$b$  – a lamellák szélessége,

$h_i$  – az  $i$ -edik lamella vastagsága,

$E_i$  – az  $i$ -edik lamella rosttal párhuzamos rugalmassági modulusa,

$R_i(z)$  – az  $i$ -edik lamella görbületi sugara a sablonbeli  $z$  helyen,

$N_i(z)$  – az  $i$ -edik lamella normál igénybevétele a  $z$  helyen,

$T_i(z)$  – az  $i$ -edik lamella nyíró igénybevétele a  $z$  helyen,

$M_i(z)$  – az  $i$ -edik lamella hajlító igénybevétele a  $z$  helyen,

$a_i$  – az  $i$ -edik lamella súlypontjának távolsága az első lamella súlypontjától a  $z$  helyen,

$J_i$  – az  $i$ -edik lamella módosított másodrendű nyomatéka,

$A_i$  – az  $i$ -edik lamella módosított keresztmetszet területe,

$\tau_{imax}$  – az  $i$ -edik ragasztórétegben, a  $\xi_m = 1/a_3$  helyen ébredő nyírófeszültség maximum,

$\alpha = \alpha(T)$  – az anyag hőtágulási együtthatója,

$\beta = \beta(u)$  – pedig zsugorodási-dagadási együtthatója,

- $\alpha_{ij}$  – a hőtágulási együttható tenzor,  
 $\beta_{ij}$  – zsugorodási-dagadási együttható tenzor,  
 $M_i$  – az  $i$ -edik rétegben ébredő hajlító nyomaték,  
 $N_i$  – az  $i$ -edik rétegben ébredő normális igénybevétel,  
 $F_i$  – az  $i$ -edik réteg keresztmetszet-területe,  
 $du_i(y)$  – az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú szálának nedvességtartalom-változása,  
 $dt_i(y)$  – az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú szálának hőmérséklet-változása,  
 $\sigma^{ij}$  – a ható feszültségi állapot tenzora, ill. annak komponensei,  
 $a_{ij}, a_{ijkl}, a_{ijklmnop}, \dots$  a szilárdságra jellemző 2, 4, 6, 8, ... dimenziós tenzorok,  
 $c$  – tetszőleges skalár,  
 $I_1, I_2$  – első és második feszültségi invariáns,  
 $\sigma^{\bar{ij}}$  – a ható feszültségi állapot tenzora a faanyag anatómiai főirányainak megfelelő koordináta rendszerben,  
 $a_{ijkl}$  – az Ashkenazi-féle szilárdsági tenzor,  
 $\delta_{ij}$  – Kronecker- delta,  
 $f_i$  – az  $i$  irányhoz tartozó normálszilárdság ( $i = L, R, T$ ),  
 $f_{ij}^{k(45)}$  – az  $i, j$  síkban lévő, az  $i$  tengellyel  $45^\circ$ -os szöget bezáró irányhoz tartozó normálszilárdság ( $i, j, k = L, R, T$ ),  
 $t_{ij}$  – az  $i$  normálisú síkon ható,  $j$  tengellyel párhuzamos hatásvonalú nyírófeszültséghez tartozó szilárdság ( $i, j = L, R, T$ ),  
 $t_{ijkl}^n$  – a technikai szilárdságok várható vagy normatív értékével számított tenzorkomponensek,  
 $n$  – a biztonsági tényező,  
 $t_{ijkl}^H$  – a szilárdsági tenzor-komponensek olyan értékei, melyeket a technikai szilárdságok 1%-os valószínűségi szinthez tartozó alsó küszöbértékeivel számítunk,  
 $\sigma_M^{ij} = \sigma_{ij}^M$  – a mértékadó igénybevételek alapján számított feszültségkomponensek,  
 $f_L^{H+}$  – a rostirányú húzószilárdság határértéke.

## 1 Bevezetés

A rétegelt-ragasztott faanyag csak a XX. sz. elején született meg, amikor Weimarban Friedrich Otto von Hetzer (1846-1911) találmányát elfogadták. Az 1901-es svájci szabadalom egyenes tartókra vonatkozott, melyek egymással párhuzamosan elhelyezett lamellákból álltak. Ezt az új épületszerkezeti anyagot a berlini Reichstag építésénél 1890-ben alkalmazták először, ahol is 10 m hosszúságú gerendákat készítettek. 1906-ban Hetzer Németországban szabadalmaztatta a hajlított rétegelt-ragasztott fa tartókat, ezzel új lehetőség nyílt a fával építés számára.

1920-ban már több mint 200 épület állt egyenes vagy ívelt rétegelt-ragasztott fából. 1952-ben a legfontosabb szerkezeti faanyaggyártók (fűrészüzemek és rétegelt tartó gyárak) létrehozták az American Institute of Timber Construction-t (Amerikai Faszerkezeti Intézet (AITC)). Ennek az országos műszaki egyesületnek az volt a fő célja, hogy az ipari termelést szabványosítsák és elősegítsék annak a fejlődését, továbbá, hogy meggyőzzék a biztosító társaságokat a faanyag tűzzel szembeni ellenállásáról, mellyel nagyobb keresztmetszetek esetén rendelkezik.

A rétegelt-ragasztott tartók elterjedése a 70-es évek közepétől indult meg Magyarországon. Köszönhetően annak, hogy könnyebb, rugalmasabb és olcsóbb volt, mint a fém – és vasbeton tartószerkezetek. Jelenleg számtalan építőipari cég foglalkozik rétegelt-ragasztott tartók építésével és a faszerkezetek gyártásával. A rétegelt-ragasztott tartók megfelelő minőségi anyagok és minőségi beszerelést és üzemeltetést követően időtállóak. Azonban egyre több esetben előfordul a rétegelt-ragasztott tartók károsodása és a károsodás okán egész tetőszerkezetek életveszélyessé válása (pécsi uszoda, berettyóújfalui uszoda, harkányi III. sz. medence stb.) A problémát az okozza, hogy hiányoznak a változó klimatikus környezeti hatáson kitért rétegelt-ragasztott tartók időbeli viselkedésének, saját feszültségek mértékének és a használt D4 ragasztók célzott vizsgálata.

Ezekre a problémákra, a Nyugat-Magyarországi Egyetem Faipari Mérnöki Karának Műszaki Mechanika és Tartószerkezetek Intézete elnyert egy pályázatot (Baross Gábor RRTARTO1 OMFB-00398/2010). Ennek a pályázatnak lehettem részese.

Feladatom és témám hogy bemutassam a rétegelt-ragasztott tartók feszültségeit és azok számítási módszerét. Mivel a fa anizotrop anyag (vagyis valamely tulajdonság minden irányban más-más értékkel bír) a feszültség számításokat is anizotrop alapon végeztem el, hogy realisabb képet kaphassunk a fában lejároló folyamatokról. Külön már számolták (igaz inkább csak a tudományos életben, mint a gyakorlatban) a rétegelt-ragasztott íves tartók külső terhelésből származó feszültségeit, a rétegelt-ragasztott íves tartók gyártása során keletkező sajátfeszültségeket, illetve a klimatikus viszonyok hatására létrejövő sajátfeszült-

ségeket, de ezeket még sosem vizsgálták egyben. Céлом, hogy meg tudjam mutatni, a három különböző terhelésből származó egyes feszültségek eloszlását, ezek összegzését, majd meghatározom a tartó kritikus keresztmetszeteit, ill. pontjait valamint a kritikus feszültségkomponenseket. A tartó kritikus pontjainak, azok feszültségállapotának ismeretének alapján pedig elvégezhető az egész szerkezeti elem erőtani méretezése, de most már anizotrop alapon, a legjobban megfelelőnek bizonyult anizotrop tönkrementési elmélet felhasználásával.

Persze ezekkel a számításokkal és összegzésekkel már a meglévő tartókra vonatkozóan is tudunk megállapításokat tenni, ami nagy segítség lehet a gyakorlat számára. Hiszen Magyarország területén és Európában egyre több rétegelt-ragasztott tartót használnak fel és a beépített tartók egyre öregebbek. A teherhordó szerkezetek utólagos vizsgálata azonban mindig háttérbe szorult. Ezen szeretnék változtatni a doktori munkámmal.

A rétegelt-ragasztott fatartók erőtani méretezése, tervezés és ellenőrzése tekintetében már sok részletkérdést megoldottak, de ezeknek a szerkezeteknek az általános, rendszer-szemléletű méretezésének módszerét még nem dolgozták ki. Munkám egyik fő célja éppen az volt, hogy az általam kidolgozott méretezési eljárás mielőbb átmenjen a rétegelt-ragasztott faszervezetek erőtani tervezésének mindennapos és megszokott gyakorlatába.

## 2 Irodalmi áttekintés

### 2.1 A rétegelt-ragasztott tartók rövid története

A rétegelt-ragasztott faanyag a XX. sz. elején született meg, amikor Weimarban Friedrich Otto von Hetzer (1846-1911) találmányát elfogadták. Az 1901-es svájci szabadalom egyenes tartókra vonatkozott, melyek egymással párhuzamosan elhelyezett lamellákból állnak. Ezt az új épületszerkezeti anyagot a berlini Reichstag építésénél 1890-ben alkalmazták először, ahol is 10 m hosszúságú gerendákat készítettek. 1906-ban Hetzer Németországban szabadalmaztatta a hajlított rétegelt-ragasztott fa tartókat, ezzel új lehetőség nyílt a fával építés számára.

1920-ban, már több, mint 200 épület állt egyenes vagy ívelt rétegelt-ragasztott fából. Attól kezdve, hogy a rétegelt-ragasztott fát elfogadták, az USA közép-nyugati régióban elterjedt, az ország nyugati felében lévő vállalatok is elkezdtek érdeklődni iránta. Két olyan vállalat, mely fából készült szögmérőket gyártott, a Summerbell Roof Structures és a Timber Structures Inc közösen hoztak létre egy rétegelt tartók készítésére alkalmas gyártó sort, majd az Unit Structures-től megvásárolták a szükséges engedélyeket és megkezdték a termelést.

1952-ben a legfontosabb szerkezeti faanyaggyártók (fűrészüzemek és rétegelt tartó gyárak) létrehozták az American Institute of Timber Construction-t (Amerikai Faszervezeti Intézet (AITC)). Ennek az országos műszaki egyesületnek az volt a fő célja, hogy az ipari termelést szabványosítsák és elősegítsék annak fejlődését, továbbá, hogy meggyőzzék a biztosító társaságokat a faanyag tűzzel szembeni kedvező tulajdonságairól, mellyel nagyobb keresztmetszeti méretek esetén rendelkezik.

A II. világháború óta Nyugat-Európában (különösen Németországban, Ausztriában, Svájcban, a Skandináv országokban és Franciaországban) is nagy hagyományai vannak a rétegelt-ragasztott faszerkezetű épületek gyártásának és építésének. Főleg a csarnok építés volt jelentős mértékű, de több ország lehetőséget látott a rétegelt-ragasztott tartós fahidak építésében is. Jelentős méretű gyalogos és kerékpárhidak, de közúti hidak is készültek Európa több országában. Ezek közül láthatunk pár példát (1. ábra, 2. ábra, 3. ábra).

Az rétegelt-ragasztott tartók elterjedése a 70-es évek közepétől indult meg Magyarországon. Ez annak köszönhető, hogy könnyebbek, rugalmasabbak és olcsóbbak, mint a fém vagy vasbeton tartószerkezetek. Jelenleg számtalan építőipari cég foglalkozik rétegelt-ragasztott tartók építésével és faszerkezetek gyártásával.



**1. ábra** Gera, Németország, Európa leghosszabb fahídjának egyike (240 m hosszú híd) (Kovács 2011)



**2. ábra** Zöldhíd, Észak- Rajna Vesztfália (Kovács 2011)



**3. ábra** Sneek, Hollandia, egy beépített acél pályalemez segítségével 60 tonna teherbírású a 32m hosszú és 12 m széles híd (Kovács 2011)

A rétegelt-ragasztott tartók megfelelő minőségi anyagok és minőségi beszerelést és üzemeltetést követően időtállóak. Azonban egyre több esetben előfordul a rétegelt-ragasztott tartók károsodása és a károsodás okán egész tetőszerkezetek életveszélyessé válnak (pécsi uszoda, berettyóújfalui uszoda, harkányi III. sz. medence stb.) A problémát az okozza, hogy hiányoznak a változó klimatikus környezeti hatásnak kitett rétegelt-ragasztott tartók időbeli viselkedésének, a sajátfeszültségek mértékének és a felhasznált D4 ragasztók célzott vizsgálatait. Célunk az, hogy kutatások segítségével egy új rétegelt-ragasztott tartó méretezési eljárást, szigorúbb gyártási előírásokat állítsunk össze és alkalmazási feltételeket fogalmazzunk meg, melyekkel elérhető lesz a megkívánt élettartam biztosítása.

A rétegelt-ragasztott termékek az építészetben egyre nagyobb teret hódítanak, és a tervezett szerkezetek egyre összetettebbek. A felhasznált faanyag és a ragasztott kötések az idő elteltével és a környezeti hatások következtében veszítenek a szilárdságukból. Németországban leszakadt rétegelt-ragasztott tartó (4. ábra) 2006. január 2-án Bad Reichenhall városában. A rétegelt-ragasztott tartógerendák a hó terhelése és a jég súlya alatt beszakadtak. A vizsgálatok megállapították, hogy a szerkezetben használt ragasztó nem volt alkalmas arra, hogy teherhordó szerkezetnél használják fel. Az is kiderült, hogy az épület építésekor a ragasztott tartókra vonatkozó előírások nem szabályozták a szerkezetet és a felhasznált ragasztót sem. Magyarországon és Európában egyre több rétegelt-ragasztott tartót használnak fel és a beépített tartók egyre öregebbek. A teherhordó szerkezetek utólagos vizsgálata azonban mindig háttérbe szorult (kivétel a Rétegelt ragasztott fatartók méretezési és technológiai innovációja a klimatikus sajátfeszültségek figyelembevételével projekt REG-ND-09-2-2009-0019). Ennek oka, hogy viszonylag fiatal tartószerkezetéről beszélünk.

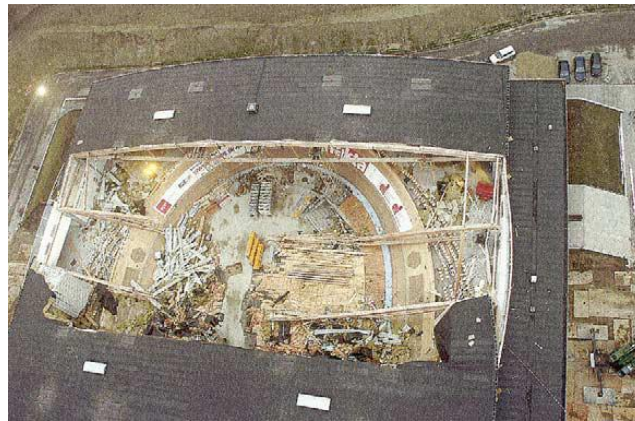


**4. ábra** A jégpálya beszakadt szerkezete.

A rétegelt-ragasztott faszerkezetű tartók meghibásodásának okaira több csarnok-szerkezet összeomlása, illetve életveszélyessé válása hívta fel a figyelmet Európa szerte.



Hansson és Larsen (2005) két viszonylag fiatal rétegelt-ragasztott tetőszerkezet tönkremenetelének okait mutatja be. Az egyik csarnok a Dán Siemens Super Aréna, míg a másik a finnországi Jyväskylä csarnok. A publikáció bemutatja a szerkezetek kialakítását, tervezését, a szerkezet tervezése és kivitelezése során felmerülő problémákat valamint az összeomlás lehetséges okait. A bemutatott képek tanulságosak és figyelmeztetőek, hogy ilyenek a későbbiekben ne fordulhassanak elő.



**5. ábra** Az összeomlott Siemens Super Aréna

A két szerkezet két különböző okból ment tönkre. Az egyik esetben már a tervezés fázisában, míg a másik esetben a gyártás és az építés során merültek fel a hibák.

Frese és Blaß (2011) átfogó elemzést készítettek németországi faszerkezetek károsodásairól. 550 kár került rögzítésre, melyeket osztályozni és értékelni próbáltak. A károk többségét a rétegelt-ragasztott tartók esetén a rétegelválás, vagyis a ragasztás nem megfelelősége, illetve a váltakozó klímaviszonyokból következő túlterheltség okozhatja. Németországban és a szomszédos országokban évtizedekkel ezelőtt gyártott szerkezetek omlottak össze. Legtöbb esetben a régi szabványokban előírt értéknél nagyobb hőterhelés okozta, de az új szabványok szerint tervezett épületek esetében nem lehet ez az egyetlen ok. A károk felmérésének rendszerezéséből próbáltak előrejelző következtetéseket levonni. Csoportosításuk során megállapítottak: beruházói, tervezési, statikai, anyagminőségi, gyártási, kivitelezési, épületfizikai, nedvesedési, váltakozó klimatikus hatású, rovarok okozta és karbantartási problémákat.

Frühwald és Thelandersson (2008) munkájukban a számos faszerkezet összeomlásának hátterét vizsgálták. A fő megállapításuk az, hogy a minőségbiztosítási, ellenőrzési rendszerek, valamint a képzés javítása szükséges a probléma megoldásához. Publikációjuk elsősorban az emberi tényezőket okolja. Leggyakoribb hiba a rossz tervezés, például a forma kialakítása. Probléma a kivitelezés pontatlansága, a hibás faanyagvédelem. Megállapították, hogy a hibáknak csak kis részét okozza a fa minősége.

## 2.2 A rétegelt-ragasztott tartók leggyakoribb hibáinak bemutatása

### 2.2.1 A Magyarországi rétegelt-ragasztott fatartó szerkezetek felmérésének eredményei és lehetséges tönkremeneteli okai

A Bartal és Rabb Kft. a Baross Gábor pályázatához (Szakmai zárójelentés, Rétegelt ragasztott fatartók méretezési és technológiai innovációja a klimatikus sajátfeszültségek figyelembevételével projekt REG-ND-09-2-2009-0019) 16 épület felmérését végezte el. A felmérés eredményeit a szakmai zárójelentés anyaga is tartalmazza.

#### 2.2.1.1 A felmérés eredményei

A megvizsgált 16 épületnél 4 épület esetében észleltünk gyártási, kivitelezési hibát. A Harkány III. sz. medence lefedésénél a tartókat gyártás közbeni ragasztóréteg elválás<sup>1</sup> miatt menet közben facsavarral megerősítették. Az egri Sportuszodánál a tartókat - vélelmezhetően gyártási problémák miatt - kivitelezés közben a tartó hossz tengelyére merőlegesen összecsavarozták, majd ezt ledugózták, és egy újabb lamellával lefedték (6. ábra). A hajdúszoboszlói Városi Uszoda esetén a kivitelezés közben évekig lefedés nélkül álló tartók lamellái szétváltak, a tartókat utólagos pántolással látták el. Ugyan itt a Tanmedencénél a tartón belül lamella méret változtatás miatt a tartók lamellái szétrepedtek, a tartókat utólagos pántolással látták el (7. ábra).

Jellemző repedés a tartók végein, a kapcsoló elemeknél a lamella szétválás. A csavarkötés elemei között a lamellák gátolt alakváltozásúak, ezért ezeken a helyeken a tartó rendszerint szétreped (7. ábra).



**6. ábra** Az egri sportuszoda utólagos összecsavarozása, dugózása



**7. ábra** A hajdúszoboszlói Városi Uszoda Tanmedence szétválása, pántolása

<sup>1</sup> Rétegelválásnak nevezzük azt, amikor a ragasztórétegben fellépő feszültségek meghaladták a ragasztás szilárdságát. Repedésnek pedig azt nevezzük, amikor a faanyagban a feszültségek meghaladták a szilárdságot és elrepedt.

A vékonyabb lamella kevésbé veszélyes. A harkányi Tornacsarnok 3 db vastag lamellából álló tartója szétrepedt, a vékony lamellás nem (8. ábra).



**8. ábra** A harkányi Tornacsarnok vékony lamellás ép és vastag lamellás repedt tartói.

A vékonyabb lamella kevésbé veszélyes, de a nagyobb terhelés miatt ott is lehet repedés. Egerben az Élmenyfürdőnél a két gömbkupola összemetsződésében levő vápa tartó vékonyabb lamellából áll, mint a többi tartó, mégis ez reped, mert jóval nagyobb igénybevétel éri. A mohácsi Városi fürdő esetében a túlméretezett nyomott oszlopokon, mivel egyenletes a feszültség a tartóban, alig van repedés; míg a szelemenekben – melyek végein jelentős a nyíró igénybevétel is –, a tartók felrepedtek. (A csavarkötés hatása is ott jelentkezik.)

A koncentrált erő bevezetése repedési hajlammal jár. Kisharsányban a templom tetőszerkezetén a vonórúd bekötésnél a tartó lamellái elváltak (9. ábra).



**9. ábra** A kisharsányi templom tetőszerkezetének repedése az erőbevezetésnél

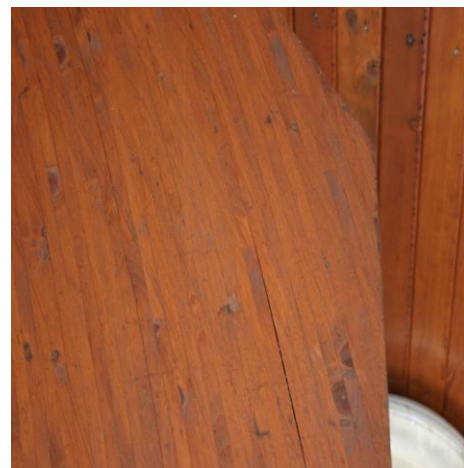
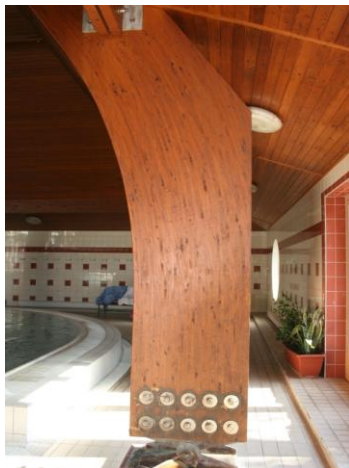
Az egyenletes klímában a tartók kevésbé repednek. A harkányi "Élmenymedence" nyitható tetejű, a tartók felrepedése jelentős (10. ábra). Az egri Élmenyfürdő, valamint a hajdúszoboszlói élmenyfürdő esetén a stabil, éjjel-nappal működő klíma megfelelő egyenle-

tes légállapotot mutat. A harkányi, Városi Tornacsarnokban nincs szellőzés, a légállapot általában stabilnak mondható, a vizsgálat során a legnagyobb mértékű repedések itt jelentkeztek (8. ábra).



**10. ábra** Harkány, élménymedence, nyitható tető főtartója

A bütük, és a kifutó lamellás kialakítás jelentős rétegelválási kockázati tényező. A harkányi elbontott III. sz. medence tartóinál törvényszerű volt a „fogyószálás” rész lerepedése. A harkányi új medencék közül a "B" medencénél a kifutó lamellás sarok keretek repedtek (11. ábra).



**11. ábra** Harkány, új „B” medence: fogyószálás sarok lerepedése

Pécsett az Uránvárosi Piacnál a kifutó lamellás keretek inkább a bütüknél repedtek. A mohácsi Városi Uszoda esetén a keretek kifutó lamellásak, de láthatóan jelentős mértékben túlméretezettek. A nyomott oszlopokban a lamellákban közel azonos feszültség van, így a lamella szétválási hajlam nem jelentős. Tapolcán a városi rendezvénycsarnokban, 2012 márciusában a kifutó lamellás rész lerepedt a tartóról (12. ábra), a gerincáttörések mentén további bütü felületek alakultak ki a tartón, ahol a bütü jelentősebb párafelvételi hajlama további többlet feszültséget vitt a tartóba, klimatikus sajátfeszültség formájában.



**12. ábra** Tapolca, városi rendezvénycsarnok: fogyasztás rész lerepedése

A tartók inhomogenitásának problémái is felmerültek a felmérések során. A Harkányi új medencék közül a "B" medence 3-as tartójának ultrahangos vizsgálata az egyes lamellák jelentős szilárdsági inhomogenitását mutatta. A tapolcai rendezvénycsarnok műszeres és vizuális vizsgálata kimutatta, hogy a tartó jelentős számban belet tartalmazó lamellából állt. A bél körüli fa anatómiai és szilárdsági tulajdonságainak jelentős eltérése miatt, a tartó inhomogenitása és ezáltal, változó klimatikus körülmények között keletkező belső feszültségei jelentősen növekednek (13. ábra). Az inhomogenitás jelen esetben túl a lamella ortotróp



**13. ábra** A tapolcai rendezvénycsarnok reped tartójának bütüje

tulajdonságain, a lamellák eltérő rugalmassági modulusa következtében az előállított keresztmetszettel jellemezhető tartó további, a tartó élettartamára jelentős kihatással bíró inhomogenitást mutat. Az eltérő rugalmassági modulusú (szilárdsági kategóriájú) lamellák az egyébként szeszélyesen változó klimatikus környezetben eltérő módon viselkednek, emiatt a tartóban jelentős, az igénybevételekből számítható feszültségekkel összemérhető nagyságú, és azokhoz hozzáadódó belső úgynevezett saját feszültségek keletkeznek. Az inhomogen lamellás tartók lamella elválása fizikailag törvényszerű.

### 2.2.1.2 Tönkrementelek lehetséges okai

A rétegelt-ragasztott fa tartószerkezet lamelláinak szétválása több tényező együttes hatására következhetett be, ezek:

- gátolt zsugorodási-dagadási alakváltozás
- kifutó lamella
- a lamellák eltérő nedvességtartalma
- a tartó hossztengetlyére merőleges feszültségek
- ragasztási probléma
- a faanyag anizotrop, inhomogén anyagi tulajdonságai
- az egyes tartók lamelláinak csupán vizuális és nem gépi szilárdsági osztályozáson alapuló osztályozása

A rendkívüli környezeti feltételeknek kitett rétegelt-ragasztott fa tartószerkezetnél a repedések megjelenése gyakran előforduló jelenség. A felvett víz hatására a fa rostjai dagadnak, száradáskor zsugorodnak. Változó klimatikus környezetben gyors zsugorodás és dagadás mellett a fa belső feszültségei repedésekhez vezethetnek (klimatikus sajátfeszültségek).

Az iker főtartós kialakításoknál alkalmazott betétfák rostiránya merőleges a főtartó rostirányára, és emiatt a két fa elem zsugorodása-dagadása különböző, illetve részben gátolt folyamat, a két faelem gyakorlatilag egymást repeszti szét.

Mivel a fa ortogónálisan anizotrop, a vízfelvétel során fellépő alakváltozás is - az egyéb fizikai jellemzőkhöz hasonlóan - jelentős mértékben függ az iránytól. Rostirányban zsugorodás-dagadás mértéke legalább egy nagyságrenddel kisebb, mint sugár- vagy tangenciális irányban. A szabad tartóvégeken, ami a lamellák nyitott bütü felületét jelenti, a gyorsabb nedvesedés vagy száradás következtében hamar keletkeznek repedések.

A kifutó lamellák, melyek a tartó változó magasságú kialakításának következményei, szintén jóval több nedvességet vesznek fel, mint a többi lamella. A nedvesebb lamellák dagadnak, és a fa tartóban jelentős belső feszültségek alakulnak ki. Eltérő nedvességtartalmú lamellák esetén még rezorcin-formaldehid ragasztó alkalmazása esetén is történhet lamella szétválás, elsősorban a tartó zsugorodásból eredő belső feszültségei következtében. Statikai számításokkal egyébként is bizonyítható, hogy a változó keresztmetszetű tartó kiegészítő, kifutószálas részében nagyobb rosttal párhuzamos normálfeszültségek ébrednek, mintha nem lenne ott a kiegészítés. A szerkezeti okokból szükséges kiegészítést ezért csak ráhelyezik (együttműködés nélkül) a párhuzamos övű tartóra. Ez a megoldás egy kedvezőbb erőjátékú szerkezetet eredményez.

A tartó alakjából és az igénybevételekből szintén keletkeznek a tartó hossztengetyére merőleges nyomó-húzó feszültségek, és a zsugorodási-, dagadási feszültségek ezekkel összegződnek.

Mivel a repedések jelentős mértékben a lamellák között, a ragasztás síkjában fordulnak elő, nem lehet kizárni a ragasztási problémát sem.

A csomóponti kötésekhez alkalmazott acélbetétek, lemezek a nedvesség hatására nem változnak, és emiatt a fa elem zsugorodása-dagadása részben gátolt folyamat.

## **2.3 A rétegelt-ragasztott (íves) fatartók feszültségszámítása**

### **2.3.1 A külső terhelésből származó feszültségek számításának módszerei**

A rétegelt-ragasztott tartók feszültségszámításának vizsgálatai évtizedekre nyúlnak vissza. Nagyon sok kutató vizsgálta a tartók külső terhelésből származó feszültségeit, különféle terhelés, keresztmetszet, statikai váz és alak szerint. A fatartók anyagát a legtöbb esetben izotropként modellezték.

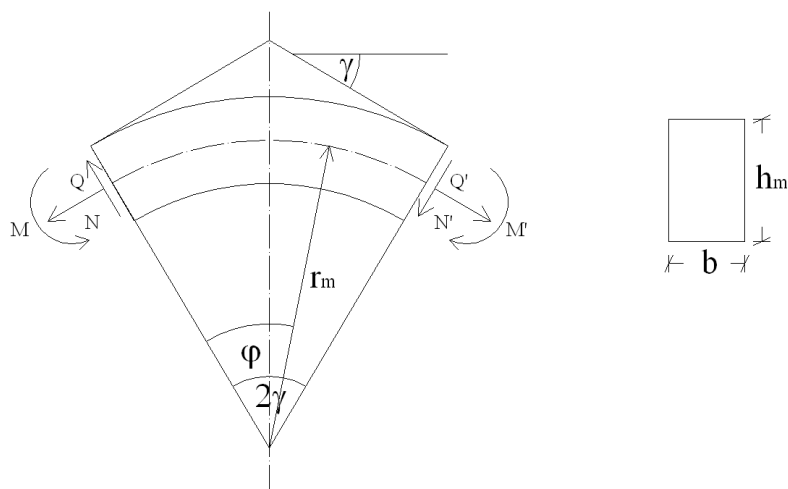
Heimeshoff (1973) egyszerűen szimmetrikus keresztmetszetű tartók feszültségszámításával foglalkozott. Kiszámította az egyszerűen szimmetrikus keresztmetszetű íves tartók hossz- és keresztirányú normálfeszültségeit és a nyírófeszültségeket a műszaki szilárdságtan elvei alapján. A keresztmetszet igénybevételeit (hajlító nyomaték, normálerő, nyíróerő) ismertnek tekintette. Különös jelentőséggel bírt a keresztirányú normálfeszültségek meghatározása. A feszültségek eloszlását, diagramok segítségével tárgyalta, és részletezte a görbület feszültségállapotra gyakorolt hatását. Az íves tartó módosított tehetetlenségi nyomatékának gyakorlati számításához egy diagram ad segítséget.

A hajlító igénybevételnek kitett rétegelt-ragasztott íves fatartók számításával Schelling (1981) foglalkozott. Ideálisan rugalmas izotrop anyag feltételezésével végzett számításokat. Míg egyenes tartó esetében kiindulhatunk a lineáris feszültségeloszlásból, addig íves tartó esetén hiperbolikus feszültségeloszlást kell figyelembe venni. A hossz- és keresztirányú feszültségekkel kapcsolatos számító vizsgálatai, egyértelműen mutatják, hogy adott  $\beta = R/h$  (a tartó görbületi sugara/a keresztmetszet teljes magassága) görbületi hányados esetén a maximális hajlítófeszültségek kedvezőtlen körülmények között lényegesen nagyobbak lehetnek az egyenes tartóénál, és a keresztirányú feszültségek még viszonylag kis görbületű tartóknál sem hanyagolható el.

Routh és Epple (1981a, 1981b) munkájukban a rétegelt-ragasztott íves fatartók összehasonlító izotrop és ortotrop számításában arra jutottak, hogy az izotrop és a polárortotrop számítás közötti különbség az íves szakaszon nem jelentős és gyakorlatilag elhanyagolható. Ezt azonban nem lehet teljes érvénnyel általánosítani, igen nagy görbületű

és összetett geometriájú tartók esetén lehetségesek akkora különbségek, melyeket már figyelembe kell venni az ellenőrzéskor. Számításaik nem túl nagy görbületű, kimetszés nélküli rétegelt-ragasztott tartókra alkalmazhatók.

Möhler (1976a, 1976b) munkájában egy a gyakorlat számára is könnyen használható számítási módszert mutat be a feszültségek kiszámítására. Hátránya, hogy a zárt képletekbe kevés dolog változtatható (szinte csak a geometriai adatok), és csak szélsőértékek értékek számolására alkalmas, nem lehet vele a tartó bármely pontjának feszültségeit kiszámolni. A számolási módszer csak téglalap keresztmetszetű rétegelt-ragasztott fa tartókra érvényes. A módszer a geometriai adatokon kívül, csak a görbületi hányados ( $\beta = r_m/h_m$ ) és a felső öv dőlésszögét ( $\gamma$ ) tartalmazza (14. ábra).



14. ábra Általános terhelési eset

Noack és Roth (1972) munkájukban a nyomatékkal, normál- és nyíróerővel terhelt íves rétegelt-ragasztott fatartók számításával foglalkoztak. A munkájuk elég nagyszabású, hiszen a feszültségeket anizotrop alapon vezették le. Vizsgálták, hogy a kis görbületű tartóknál, melyeknél  $\beta = R/H > 2$  ( $R$  – a görbületi sugár,  $H$  – a tartó magassága), kielégítő pontossággal számolhatunk ideálisan rugalmas és izotrop anyag feltételezésével. Nagy görbületnél és változó magasságú tartóknál azonban már pontatlan eredményeket kapunk, ilyen esetben ajánlatos a faanyag anizotrópiáját figyelembe vevő pontosabb számítás alkalmazása. Ebben a munkájukban olyan számító eljárást dolgoztak ki, mely lehetővé teszi a nyomatékkal, normál-és nyíróerővel terhelt rétegelt-ragasztott fatartók feszültségeinek és alakváltozásainak meghatározását, a faanyag ortogonális anizotrópiájának figyelembevételével.

A külső terhelésből származó feszültségeket ennek (Noack és Roth (1972)) a munkának a felhasználásával határozom meg a későbbiekben.

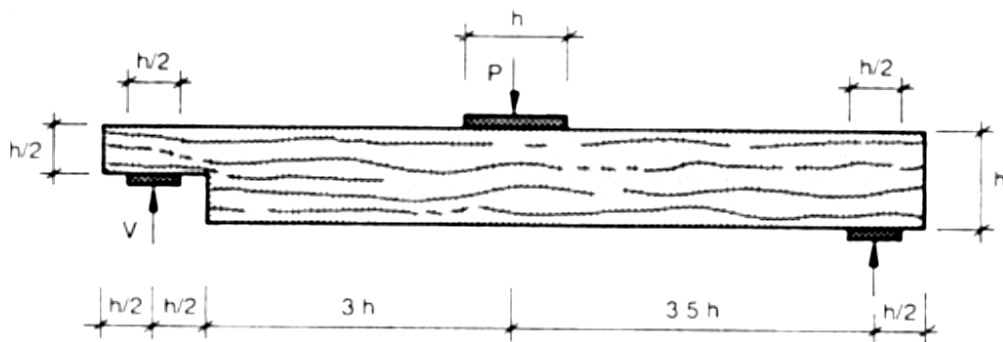


### 2.3.2 Egyéb keletkező feszültségek, klimatikus hatások irodalma

A tartókban keletkező feszültségek nem egyedül a külső terhelésből származnak. Vannak még az úgynevezett sajátfeszültségek. Gyakorlatban ezekkel a belső feszültségekkel nem foglalkoznak, pedig igen jelentősek is lehetnek. A gyártás során keletkező, és a klimatikus hatásokból származó sajátfeszültségeket Szalai (1985), (1984-85), (1994), (2001) határozta meg. Ezek számítását a későbbiekben mutatom be részletesen, hiszen ezek felhasználásával határozom meg az íves rétegelt-ragasztott tartók sajátfeszültségeit a doktori munkámban.

A rétegelt-ragasztott faszerkezetekre a páratartalom befolyásoló hatását is többen kutatták, kutatják. Több tanulmány, publikáció jelent meg már ezzel kapcsolatosan is.

Gustafsson, Hoffmeyer és Valentin (1998) munkájukban a ragasztott LVL gerendákat vizsgálták állandó és ciklikus páratartalom esetén. A kísérleti tartó kialakítását a 15. ábra mutatja. Megállapításuk szerint a páratartalom és a nedvesség ingadozás jelentősen befolyásolja a gerendák teherbíró képességét, mind rövidtávú, mind hosszú távú terhelés esetén is.



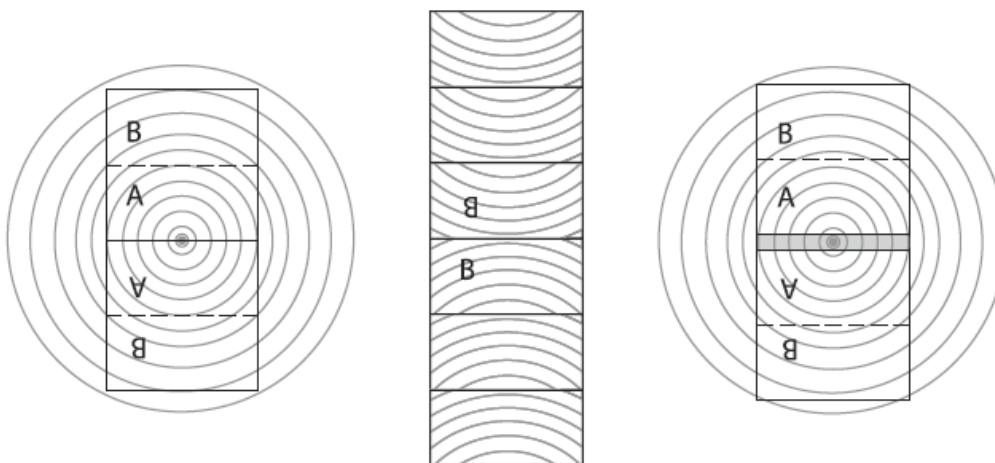
15. ábra A tesztelt gerenda kialakítása

Niemz, Bärtschi, és Howald (2005) a több rétegű tömörfa panelek homlokzati repedéseinek okait vizsgálták, eltekintve a statikus terhektől. A repedések okai a nedvesség csökkenés, vagyis a különböző klimatikus hatások. Homlokzati fa falak esetében a külső tér nagyobb nedvességtartalma, a belső fűtött tér szárító hatásából keletkező belső feszültségekre hívja fel a figyelmet. Kísérleteiket három rétegű paneleken végezték el. Azt vizsgálták, hogy mennyire befolyásolják a faanyag különböző felületi kezelése a fában ébredő feszültségeket, és hogyan csökkenthetőek a repedések a tartókban ezen felületkezelő anyagok segítségével.

Häglunk (2009) a nedvesség befolyásoló hatásairól ír faszerkezetek esetén. A nedvesség okozta feszültség fő okának a környező levegő nedvességváltozását adja meg. De sok bizonytalanság van ezzel kapcsolatosan, hiszen a bemeneti paraméterek sok bizonytalanságot hordoznak magukban. A felületi kezelés, mint egy fizikai akadály fontosságát mondja ki, de természetesen nagyon fontos, hogy a bevonat sértetlen maradjon. Kültéri

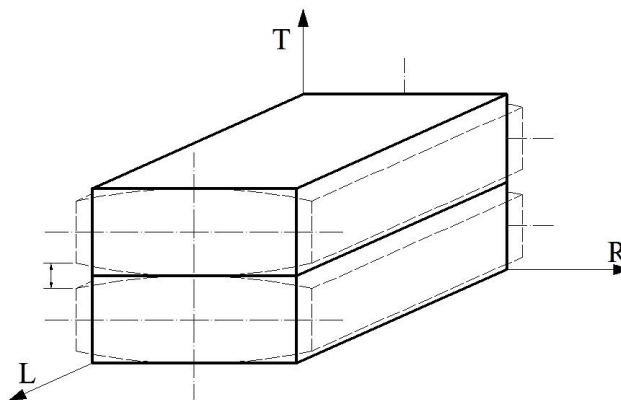
esetekben is fontos a védelem, hogy időjárásálló szerkezetet lehessen kialakítani. Kutatásuk szerint a keresztmetszeti méretek is befolyásolják a feszültségek mértékét illetve a kialakuló repedések nagyságát.

Angst és Malo (2012) munkájában a nedvesség okozta feszültségeket vizsgálja rétegelt-ragasztott keresztmetszetek esetén. A környezet okozta nedvességváltozás befolyásolja a biztonságot és a használhatóságot. Repedések alakulnak ki, de ezek függenek a geometriai kialakításoktól. Javaslatok készültek a rétegelt-ragasztott keresztmetszetek tervezéséhez, hogy csökkentsék a keletkező károsodásokat (16. ábra).



16. ábra Vágás- és keresztmetszeti minta tervezése

Major (2010) TDK dolgozatában a faanyag nedvességtartalmának változását vizsgálta klimatikus hatások figyelembevételével. Bemutatja a fa és a víz kapcsolatát, illetve a faanyag dagadás-zsugorodás folyamatait is. A gyártás és a klímaváltozás hatására fellépő sajátfeszültség rövid bemutatása is megtörténik a dolgozatban. A próbatesteket a kísérlet előtt klimatizálásnak vetette alá. Ciklikus klimatikus terhelést alkalmazott. Végül mérte a nedvességtartalmakat, melynek eredményeiből arra lehetett következtetni, hogy a rétegelt-ragasztott tartókban a klimatikus hatásokra létrejövő nedvességeloszlás miatt a lamellák deformálódnak a lamellák között húzó és nyomó igénybevételek jönnek létre (17. ábra).



17. ábra A lamellák szabad deformációja száradáskor

A keletkező feszültségek a ragasztórétegre hatnak, a lamellák száradásakor a ragasztó húzó igénybevételnek van kitéve, míg a lamella nedvesedésekor a dagadás következtében nyomó igénybevételt szenved. Ez a folyamatos igénybevétel tönkre teheti a lamellákat, ezért erre a hatásra is méretezni kell a ragasztót, ha tudjuk, milyen klímára kerül majd a szerkezet.

Garab et al. (2010) munkájukkal egy új értékelési módszert fejlesztettek ki rétegelt-ragasztott gerendák vizsgálatára. Dolgozatuk bemutatja a rétegelt-ragasztott tartók esetén a tipikus hibákat is. Szemrevételezés mellett roncsolás-mentes méréseket is alkalmaztak. A roncsolás-mentes vizsgálatok, alkalmasak belső rejtett hibák kimutatására is. A módszer ötvözi a szemrevételezés és a roncsolás-mentes technikákat.

### 3 Az íves rétegelt-ragasztott fatartók feszültség számításának általános megoldásai

#### 3.1 A külső terhelésből származó feszültségek analitikus meghatározása

##### 3.1.1 Walter von Roth anizotrop alapon történő feszültségszámítása

Kis görbületű tartóknál, melyeknél  $\beta = R/H > 2$  (ahol  $R$  – a görbületi sugár,  $H$  – a tartó magassága), kielégítő pontossággal számolhatunk ideálisan rugalmas és izotrop anyag feltételezésével. Nagy görbületnél és változó magasságú tartóknál azonban pontatlan eredményeket kapunk, ilyen esetekben ajánlatos a faanyag anizotrópiáját figyelembe vevő pontosabb számítást alkalmazni.

##### 3.1.1.1 Általános megjegyzések:

A rétegelt-ragasztott íves fatartók feszültségszámításához a rugalmasságtan alapegyenleteiből indulunk ki. Feltételezzük, hogy a tartók súlypontvonala tiszta körív, és azonos vastagságú lamellákból vannak összeragasztva. A feszültségeloszlást a hengeresen ortotrop test síkbeli feszültségproblémájának megoldásából határozzuk meg. A körív alakú tartótengely és a hengeres ortotropia a hengerkoordináta-rendszerben való számolást teszi indokolttá. Hengeresen ortotropnak nevezzük azt az anyagot, amelynek anatómiai vagy szerkezeti főirányai minden pontban a hengerkoordináta-rendszernek megfelelően orientáltak és az anyagállandók függetlenek a helytől. A rugalmas állandók a következő koordináta-transzformációkkal szemben invariánsak:  $z$ -tengely körüli forgatás,  $z$ -tengellyel párhuzamos transzformáció, a  $z$ -tengely irányításának (értelmének) megváltoztatása.

A hengerkoordináta-rendszer jobbra fordulónak vesszük fel.

A feszültségek számítása az alábbi formulákkal történik:

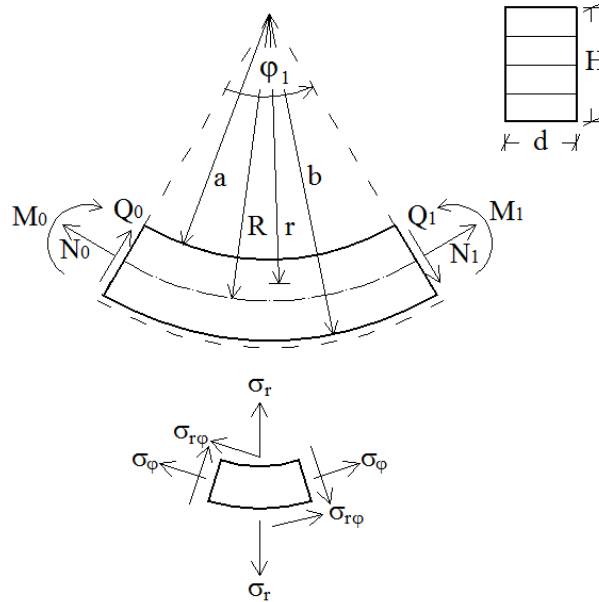
$$\sigma_{rr} = \frac{M_0 + N_0 \cdot R}{W} \cdot K_{rr}^M + \frac{Q_0}{F} \cdot \sin\varphi \cdot K_{rr}^Q + \frac{N_0}{F} \cdot \cos\varphi \cdot K_{rr}^N,$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{M_0 + N_0 \cdot R}{W} \cdot K_{\varphi\varphi}^M + \frac{Q_0}{F} \cdot \sin\varphi \cdot K_{\varphi\varphi}^Q + \frac{N_0}{F} \cdot \cos\varphi \cdot K_{\varphi\varphi}^N,$$

3-2

$$\sigma_{r\varphi} = \frac{N_0}{F} \cdot \sin\varphi \cdot K_{r\varphi}^N + \frac{Q_0}{F} \cdot \cos\varphi \cdot K_{r\varphi}^Q.$$

3-3



18. ábra A pozitívnak értelmezett igénybevételek és feszültségek

A  $K_{rr}^M$ ,  $K_{rr}^N$ ,  $K_{\varphi\varphi}^M$ ,  $K_{\varphi\varphi}^N$ , faktorokat diagrammal (Rugalmas állandók, DIN 1052-ben szereplő grafikonokkal), vagy képlettel (bármilyen állandókkal és fafajokkal számolhatunk) számíthatjuk, azon kívül  $K_{rr}^Q = -K_{rr}^N$ ,  $K_{r\varphi}^N = K_{rr}^N$ ,  $K_{r\varphi}^Q = K_{rr}^N$ ,  $K_{\varphi\varphi}^Q = -K_{\varphi\varphi}^N$ .

Az igénybevételek előjelei a technikai tartóelméletnek megfelelően, a feszültségek előjelei a matematikai rugalmasságtannak megfelelően értelmezendők. A pozitív irányokat a 18. ábra mutatja.

### 3.1.1.2 Az egyidejűleg hajlításnak, normál- és nyíró igénybevételnek kitett rétegelt-ragasztott íves fatartó általános megoldása állandó keresztmetszet esetén.

A  $\varphi_1$ -el megadott keresztmetszet igénybevételei (a vizsgált tartószakaszon nem léphetnek fel külső terhek):

$$N_1 = N_0 \cdot \cos\varphi_1 - Q_0 \cdot \sin\varphi_1,$$

3-4

$$Q_1 = N_0 \cdot \sin\varphi_1 + Q_0 \cdot \cos\varphi_1,$$

3-5

$$M_1 = M_0 + N_0 \cdot R - N_0 \cdot R \cdot \cos\varphi_1 + Q_0 \cdot R \cdot \sin\varphi_1.$$

3-6

A feszültségeket – hosszadalmas matematikai levezetések után – a következő összefüggésekkel számolhatjuk:

$$\sigma_{rr} = \frac{M_0 + N_0 \cdot R}{W} \cdot K_{rr}^M + \frac{Q_0}{F} \cdot \sin \varphi \cdot K_{rr}^Q + \frac{N_0}{F} \cdot \cos \varphi \cdot K_{rr}^N, \quad 3-7$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{M_0 + N_0 \cdot R}{W} \cdot K_{\varphi\varphi}^M + \frac{Q_0}{F} \cdot \sin \varphi \cdot K_{\varphi\varphi}^Q + \frac{N_0}{F} \cdot \cos \varphi \cdot K_{\varphi\varphi}^N, \quad 3-8$$

$$\sigma_{r\varphi} = \frac{N_0}{F} \cdot \sin \varphi \cdot K_{r\varphi}^N + \frac{Q_0}{F} \cdot \cos \varphi \cdot K_{r\varphi}^Q, \quad 3-9$$

ahol:  $W = \frac{d \cdot H^2}{6}$

$$F = d \cdot H$$

$$E = \frac{E_\varphi}{E_r}$$

$$K = E_\varphi \cdot \left( 2 \cdot \frac{\mu_{r\varphi}}{E_r} - \frac{1}{G_{r\varphi}} \right)$$

$r, \varphi$  – pont koordinátái, amelyben a feszültségkomponenseket keressük,

$R$  – a tartó körív középsugara,

$a$  – a tartó körív legbelső sugara,

$b$  – a tartó körív legkülső sugara,

$d$  – állandó, a tartó szélessége,

$H$  – állandó, a tartó magassága,

$N_0, Q_0, M_0$  – a tartó belső erői,

$E_\varphi$  – a faanyag  $\varphi$  irányú rugalmassági modulusa,

$E_r$  – a faanyag  $r$  irányú rugalmassági modulusa,

$\mu_{r\varphi}$  – a faanyag  $r\varphi$  irányához tartozó Poisson tényezője,

$G_{r\varphi}$  – a faanyag  $r\varphi$  síkjához tartozó nyíró rugalmassági modulusa.

Az állandók:

$$K_0 = (1 - E)(b^{2\sqrt{E}} - a^{2\sqrt{E}}) / \dots \\ \left[ (b^2 - a^2)(1 - E)(b^{2\sqrt{E}} - a^{2\sqrt{E}}) - 2(1 - \sqrt{E})(b^{\sqrt{E}+1} - a^{\sqrt{E}+1})^2 + 2(1 + E b E^{-1} - a E^{-1} - 12 a^2 b^2) \right]$$

3-10

$$K_1 = \sqrt{1 + E - K} (b^{-\sqrt{1+E-K}} a^{\sqrt{1+E-K}} - a^{-\sqrt{1+E-K}} b^{\sqrt{1+E-K}}) / \dots \\ \left[ \ln\left(\frac{b}{a}\right) \sqrt{1 + E - K} b^{-\sqrt{1+E-K}} a^{\sqrt{1+E-K}} - \ln\left(\frac{b}{a}\right) \sqrt{1 + E - K} a^{-\sqrt{1+E-K}} b^{\sqrt{1+E-K}} + \right. \\ \left. 2b^{-1+E-K} a^{1+E-K} - 2b^{-1+E-K} K b^{1+E-K} - 2a^{-1+E-K} K a^{1+E-K} + 2a^{-1+E-K} K b^{1+E-K} \right]$$

3-11

Faktorok számítása:

$$K_{rr}^M = \left[ -2 + 2r^{\sqrt{E}-1} \frac{b^{\sqrt{E}+1} - a^{\sqrt{E}+1}}{b^{2\sqrt{E}} - a^{2\sqrt{E}}} + \frac{2}{r^{\sqrt{E}+1}} \frac{b^{\sqrt{E}-1} - a^{\sqrt{E}-1}}{b^{2\sqrt{E}} - a^{2\sqrt{E}}} a^{\sqrt{E}+1} b^{\sqrt{E}+1} \right] K_0 \frac{H^2}{6},$$

3-12

$$K_{rr}^N = \left[ \frac{1}{r} - \frac{r^{\sqrt{1+E-K}-1}}{b^{\sqrt{1+E-K}} + a^{\sqrt{1+E-K}}} - \frac{b^{\sqrt{1+E-K}} \cdot a^{\sqrt{1+E-K}}}{r^{\sqrt{1+E-K}+1} \cdot (b^{\sqrt{1+E-K}} + a^{\sqrt{1+E-K}})} \right] \cdot K_1 \cdot H,$$

3-13

$$K_{rr}^Q = -K_{rr}^N,$$

3-14

$$K_{\varphi\varphi}^M = \left[ -2 + 2\sqrt{E}r^{\sqrt{E}-1} \frac{b^{\sqrt{E}+1} - a^{\sqrt{E}+1}}{b^{2\sqrt{E}} - a^{2\sqrt{E}}} - \frac{2\sqrt{E}}{r^{\sqrt{E}+1}} \cdot \frac{b^{\sqrt{E}-1} - a^{\sqrt{E}-1}}{b^{2\sqrt{E}} - a^{2\sqrt{E}}} \cdot a^{\sqrt{E}+1} b^{\sqrt{E}+1} \right] K_0 \frac{H^2}{6},$$

3-15

$$K_{\varphi\varphi}^N = \left[ \frac{1}{r} - (1 + \sqrt{1+E-K}) \frac{r^{\sqrt{1+E-K}-1}}{b^{\sqrt{1+E-K}} + a^{\sqrt{1+E-K}}} - (1 - \sqrt{1+E-K}) \cdot \frac{b^{\sqrt{1+E-K}} \cdot a^{\sqrt{1+E-K}}}{r^{\sqrt{1+E-K}+1} \cdot (b^{\sqrt{1+E-K}} + a^{\sqrt{1+E-K}})} \right] K_1 H,$$

3-16

$$K_{\varphi\varphi}^Q = -K_{\varphi\varphi}^N,$$

3-17

$$K_{\varphi r}^Q = K_{rr}^N,$$

3-18

$$K_{\varphi r}^N = K_{rr}^N.$$

3-19

Ezekkel az összefüggésekkel a tartó tetszőleges pontjában számíthatjuk a külső terhelésből származó, síkbeli feszültségi állapot három komponensét. A megoldás lehetővé teszi, hogy tetszőleges fafajnak megfelelő ortotrop anyagállandókat vegyünk figyelembe a számítás során. A modell korlátja, hogy csak körív alakú, állandó keresztmetszetű tartó feszültségei számíthatók. A szakirodalomban mégis ez a legáltalánosabb tartómodell, amely lehetővé teszi a rétegelt-ragasztott fatartók legfontosabb tulajdonságának, az anizotrópiának a figyelembevételét.

### 3.2 Sajátfeszültségek

A faanyag, mint minden higroszkópos anyag szerves kapcsolatban van környezetével mindenkor klimatikus viszonyával. A környező levegő hőmérsékletének és nedvességtartalmának megfelelően változtatja nedvességtartalmát. A faszerkezet a környezeti viszonyok változásának hatására a külső terhelés megváltozása nélkül is „dolgozik”, ami annyit jelent, hogy a

szerkezet elemeinek feszültségi és alakváltozási tenzor mezeje a beépítés után nem marad állandó, hanem alkalmazkodik a körülményekhez. Ezeknek a megváltozott feszültségi és alakváltozási állapotoknak az ismerete fontos, mert korlátozhatják a szerkezet használhatóságát, kritikus esetben tönkremenetelhez is vezethetnek (Szalai 2001).

A sajátfeszültségek részben akadályozott deformációk következtében ébrednek. Mivel a sajátfeszültségek és a külső terhelésből származó feszültségek szuperponálódnak, a sajátfeszültségek ismerete és figyelembevétele elengedhetetlen. A sajátfeszültségek hátrányosan, de előnyösen is hathatnak a szerkezetek és elemeinek viselkedésére. A sajátfeszültségek kialakulása mindig valamilyen deformációval kapcsolatos, amelyek különböző okokból léphetnek fel. A sajátfeszültségek osztályozása éppen a deformációk keletkezése alapján lehetséges.

#### 1. *Hőmérsékleti sajátfeszültségek*

- A homogén anyag egyes részei az inhomogén hőmérsékletváltozás-eloszlás hatására különböző mértékben deformálódnak.
- Az inhomogén anyag különböző tulajdonságú részei már homogén hőmérsékletváltozás-mezőn is egyenlőtlen mértékben deformálódnak.

#### 2. *Nedvességtartalmi sajátfeszültségek*

Ugyan úgy két eset van mint az előbb, csupán annyi a különbség, hogy az alakváltozást nem a hőmérsékletváltozás, hanem a nedvességtartalom-változás indukálja.

#### 3. *Technológiai sajátfeszültségek*

A szerkezeti elem terhelési előtörténete során halmozódhatnak fel olyan alakváltozások, amelyek a látszólagos tehermentesítés után is (részben) megmaradnak. Tipikus példa erre a rétegelt-ragasztott íves fatartó gyártási sajátfeszültsége.

#### 4. *Átalakulási sajátfeszültségek*

Olyan inhomogén, vagy nem egy időben történő anyagszerkezeti átalakulások során keletkeznek, amikor az átalakulással térfogatváltozás is együtt jár. Ez történik pl. a szénacélok lehűlésénél, vagy a műanyagok térhálósodással végbememő kikeményedésénél.

A fenti sajátfeszültség típusok gyakran egyszerre lépnek fel, elkülönítésük nem könnyű feladat. Faanyagban és faszervezetekben az első három csoportnak van elsősorban jelentősége (Szalai 2001).

### 3.2.1 A gyártási feszültségek analitikus meghatározása

A rétegelt-ragasztott íves fatartók gyártása során keletkező sajátfeszültségek meghatározása Szalai József nevéhez fűződik. Az ő általa már levezetett és leírt számolást mutatjuk be (Szalai (1985), (1984-85), (1994), (2001)).

Szalai (2001) szerint a rétegelt-ragasztott íves fatartók gyártása során mind a fa-anyagban, mind a ragasztórétegben ébredhetnek olyan feszültségek, amelyek a még terheletlen tartó tönkremeneteléhez vezethetnek. Megfelelő tervezés és gyártástechnológia esetén ezek a gyártási sajátfeszültségek önmagukban ugyan nem okoznak tönkremenetelt, de beépítés után szuperponálódnak a külső terhelésből származó feszültségekkel, és együttes hatásuk már veszélyessé válhat. Arra is szükség lehet, hogy a préselő sablonból való kivétel után mekkora lesz a visszarugózás nagysága, mi lesz a tartó új alakja, hiszen a tervekben előírt alak pontos betartása – különösen statikailag határozatlan szerkezetek esetén – igen fontos.

A gyártási sajátfeszültségek meghatározásához vizsgáljuk meg a 19. ábra által vázolt,  $n$  számú rétegből (lamellából) álló szerkezetet, amelynél az eredetileg egyenes  $i$ -edik lamellát úgy préseltük bele a sablonba, hogy rugalmas szálának egyenlete  $y_i = y_i(z)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) legyen. Ha elfogadjuk, hogy a görbületi sugár sehol sem olyan kicsi, hogy a Hooke-törvény ne maradjon érvényben, a lamellák hajlításához szükséges nyomaték és a változó nyomaték miatt szükséges nyíróerő elvileg számítható:

$$M_{0i}(z) = -E_i I_i \frac{d^2 y_i(z)}{dz^2} = \frac{E_i I_i}{R_i(z)}, \quad 3-20$$

$$M_{0i}(z) = \frac{dM_{0i}(z)}{dz^2} = E_i I_i \frac{d^3 y_i(z)}{dz^3}, \quad 3-21$$

ahol:  $I_i = \frac{bh_i^3}{12}$  – az  $i$ -edik lamella másodrendű nyomatéka saját súlyponti  $x$

tengelyére,

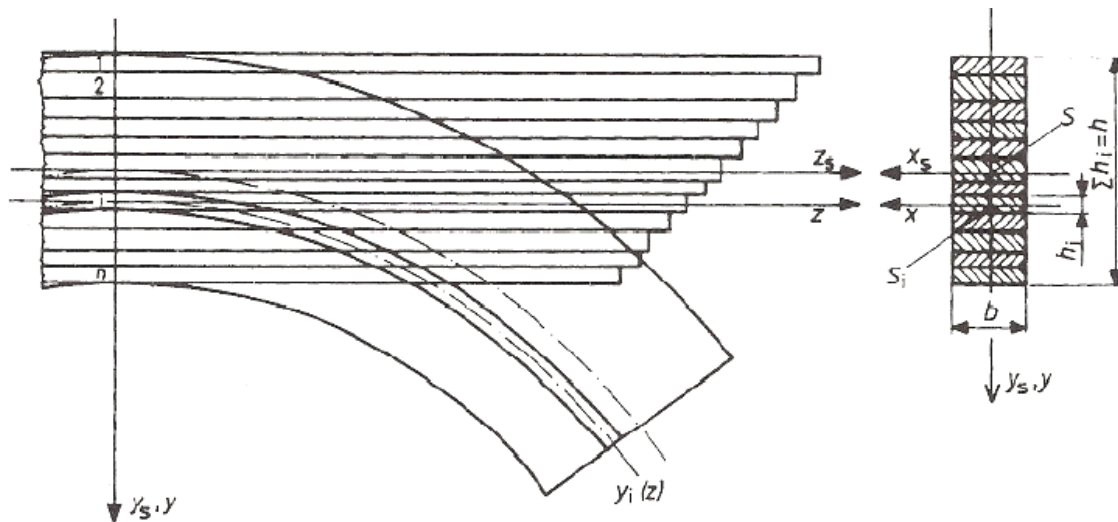
$b$  – a lamellák szélessége,

$h_i$  – az  $i$ -edik lamella vastagsága,

$E_i$  – az  $i$ -edik lamella rosttal párhuzamos rugalmassági modulusa,

$R_i(z)$  – az  $i$ -edik lamella görbületi sugara a sablonbeli  $z$  helyen.





**19. ábra** n számú rétegből álló „szerkezet” a sablonba préselés előtt és a sablonban

A ragasztóanyag megszilárdulása után a tartót a sablonból kivéve kismértékű alakváltozást tapasztalunk, aminek legszembevetőbb formája az, hogy a görbület kisebb lesz, azaz az egyes lamellák görbületi sugara a sablonéhoz képest megnő (20. ábra).

A kivétel pillanatában a lamellákban belső erők ébrednek, amelyeknek – a külső terhelés hiánya miatt – egyensúlyi erőrendszert kell alkotniuk. Tehát bármely keresztmetszetben ki kell elégíteniük a következő egyenleteket:

$$\sum_{i=1}^n N_i(z) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^n T_i(z) = 0,$$

3-22

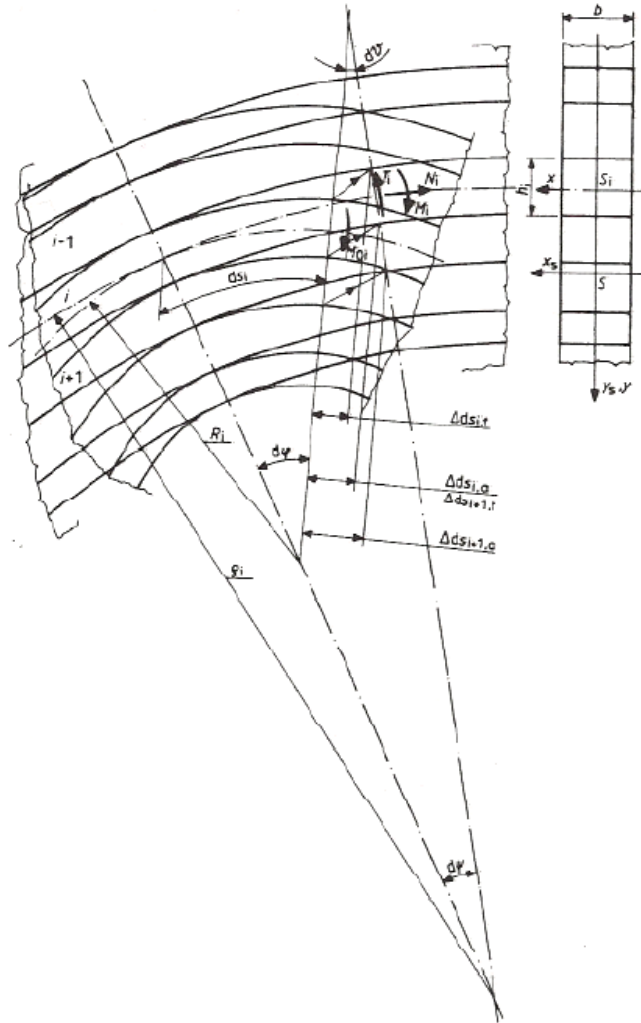
$$\sum_{i=1}^n M_i(z) + \sum_{i=1}^n N_i(z)a_i = 0,$$

ahol:  $N_i(z)$  – az  $i$ -edik lamella normál igénybevétele a  $z$  helyen,

$T_i(z)$  – az  $i$ -edik lamella nyíró igénybevétele a  $z$  helyen,

$M_i(z)$  – az  $i$ -edik lamella hajlító igénybevétele a  $z$  helyen,

$a_i = \sum_{j=1}^i h_j - \frac{h_1+h_i}{2}$  – az  $i$ -edik lamella súlypontjának távolsága az első lamella súlypontjától a  $z$  helyen.



20. ábra A rétegelt-ragasztott íves tartó alakváltozása a sablonból kivéve

Ezek a belső erők az  $i$ -edik és az  $i + 1$ -edik lamella szélső szálaiban a következő hosszváltozásokat hozzák létre:

$$E \varepsilon_{i,i-1} = -\frac{M_{0i} - M_i h_i}{J_i} \frac{h_i}{2} + \frac{N_i}{A_i},$$

$$E \varepsilon_{i,i+1} = \frac{M_{0i} - M_i h_i}{J_i} \frac{h_i}{2} + \frac{N_i}{A_i},$$

3-23

$$E \varepsilon_{i+1,i} = -\frac{M_{0i+1} - M_{i+1} h_{i+1}}{J_{i+1}} \frac{h_{i+1}}{2} + \frac{N_{i+1}}{A_{i+1}},$$

$$E \varepsilon_{i+1,i+2} = \frac{M_{0i+1} - M_{i+1} h_{i+1}}{J_{i+1}} \frac{h_{i+1}}{2} + \frac{N_{i+1}}{A_{i+1}},$$

ahol:  $J_i = I_i \frac{E_i}{E}$  – az  $i$ -edik lamella módosított másodrendű nyomatéka,

$E$  – tetszőlegesen választott, fiktív rugalmassági modulus,

$A_i = F_i \frac{E_i}{E} = b h_i \frac{E_i}{E}$  – az  $i$ -edik lamella módosított keresztmetszet területe.

Két alakváltozási feltételt fogalmazhatunk meg. Az első azt fejezi ki, hogy a ragasztóréteg mentén érintkező lamellák fajlagos hosszváltozásának meg kell egyezniük (azaz a ragasztás megakadályozza a lamellák szélső szálainak egymáson való megcsúszását):

$$\varepsilon_{i,i+1} = \varepsilon_{i+1,i}, \quad 3-24$$

a második azt a Bernoulli-Navier feltételezést fogalmazza meg, hogy az összkeresztmetszet a sablonból való kivétel után is sík marad:

$$h_{i+1}(\varepsilon_{i,i-1} - \varepsilon_{i,i+1}) = h_i(\varepsilon_{i+1,i} - \varepsilon_{i+1,i+2}). \quad 3-25$$

Helyettesítsük be a feltételekbe az (3-23) alakváltozásokat:

$$\frac{M_i(z)}{J_i} h_i + \frac{M_{i+1}(z)}{J_{i+1}} h_{i+1} - 2 \frac{N_i(z)}{A_i} - 2 \frac{N_{i+1}(z)}{A_{i+1}} = \frac{M_{0i}(z)}{J_i} h_i + \frac{M_{0i+1}(z)}{J_{i+1}} h_{i+1}, \quad 3-26$$

$$\frac{M_i(z)}{J_i} - \frac{M_{i+1}(z)}{J_{i+1}} = \frac{M_{0i}(z)}{J_i} + \frac{M_{0i+1}(z)}{J_{i+1}}, \quad i=1, 2, \dots, n-1$$

Egy  $2n$  egyenletből álló egyenletrendszert kaptunk, amelyből az  $N_i$  és  $M_i$  ismeretlen belső erők az ún. rekurzív visszahelyettesítés alkalmazásával meghatározhatók:

$$M_i(z) = M_{0i}(z) - J_i \frac{M_0(z)A}{AJ - S^2}, \quad 3-27$$

$$N_i(z) = A_i \frac{M_0(z)}{AJ - S^2} (Aa_i - S).$$

valamint:

$$T_i(z) = \frac{dM_i(z)}{dz} = T_{0i}(z) - J_i \frac{T_0(z)A}{AJ - S^2}, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad 3-28$$

$$\text{ahol: } A = \sum_{i=1}^n A_i, \quad S = \sum_{i=1}^n A_i a_i, \quad J = \sum_{i=1}^n J_i + \sum_{i=1}^n A_i a_i^2,$$

$$M_0(z) = \sum_{i=1}^n M_{0i}(z), \quad T_0(z) = \sum_{i=1}^n T_{0i}(z).$$

A belső erők ismeretében az egyes rétegekben a  $z$  normálisú felületen ébredő normálfeszültségek:

$$\sigma_{zzi}(z, y_i) = \frac{M_i(z)}{I_i} y_i + \frac{N_i(z)}{F_i}. \quad 3-29$$

Az  $i$ -edik lamella görbületi sugara (a sablonból való kivétel után):

$$\frac{1}{\rho_i(z)} = \frac{M_i(z)}{E_i I_i} = \frac{M_{0i}(z)}{E_i I_i} - \frac{M_0(z)A}{E(AJ - S^2)}. \quad 3-30$$

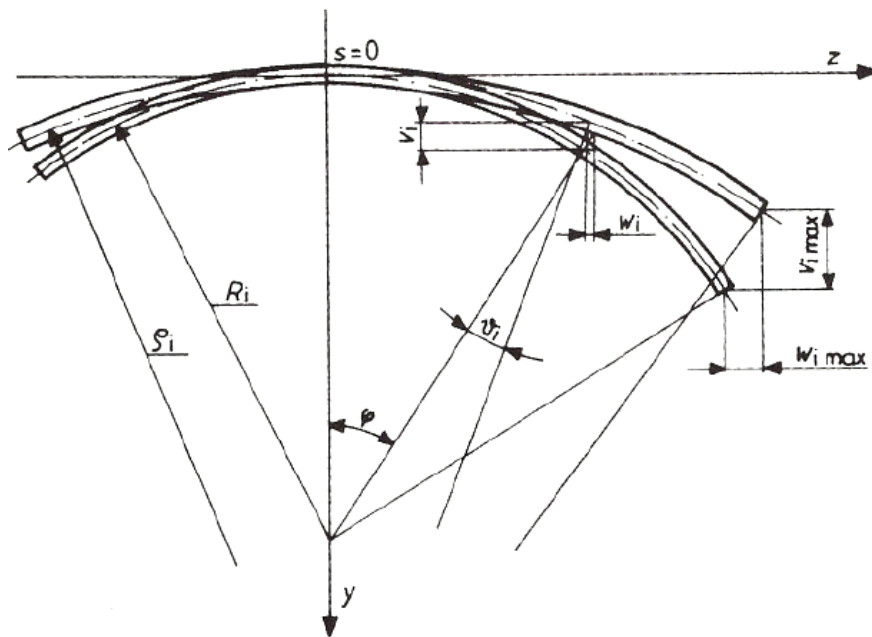
A keresztmetszet szögelfordulása:

$$\frac{d\vartheta_i(z)}{dz} = \frac{1}{R_i} - \frac{1}{\rho_i} = -\frac{M_{0i}(z)}{E_i I_i} - \left(\frac{M_i(z)}{E_i I_i}\right) = -\frac{M_0(z)A}{E(AJ - S^2)},$$

3-31

Innen 
$$\vartheta_i(z) = -\frac{A}{E(AJ - S^2)} \int M_0(z) dz + \vartheta_1.$$

3-32



21. ábra Körív alakú lamella alakváltozási jellemzői a sablonból való kivételkor

A tartó rugalmas szálának egyenlete a sablonból kivett helyzetben:

$$Y_i(z) = y_i(z) - \frac{A}{E(AJ - S^2)} \int \left[ \int M_0(z) dz \right] dz + \vartheta_1 z + Y_1,$$

3-33

amelyben a  $\vartheta_1$  és  $Y_1$  integrálási állandókat a kerületi feltételekből számíthatjuk. A lamellák súlypontjának eltolódását (21. ábra) az alábbi összefüggéssel számíthatjuk:

$$dw_i(z) = -\vartheta_i(z) dy, \quad \text{és} \quad dv_i(z) = -\vartheta_i(z) dz.$$

3-34

Amennyiben a tartóalak a körív,  $M_0(z) = M_0 = \text{áll.}$  és a  $w_i(z=0) = v_i(z=0) = 0$  kerületi feltétel felhasználásával:

$$w_i(\varphi) = - \int \vartheta_i[\varphi] R_i \sin \varphi d\varphi = \frac{M_0 A R_i^2}{E(AJ - S^2)} (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi),$$

3-35

$$v_i(\varphi) = - \int \vartheta_i[\varphi] R_i \sin \varphi d\varphi = \frac{M_0 A R_i^2}{E(AJ - S^2)} (\cos \varphi - \varphi \sin \varphi - 1).$$

A (3-27) kifejezések azt mutatják, hogy belső erők és a belőlük származó sajátfeszültségek a tartó tetszőleges keresztmetszetében arányosak a sablonbeli hajlító nyomatékkal, ill. nyíró

igénybevétellel. A normálfeszültségek a tartó végén is egyensúlyi erőrendszert alkotnak, de nem teljesül az a feltétel, hogy a terheletlen végkeresztmetszeten feszültségek nem ébredhetnek. Guyon (1951) homogén izotrop rudakon végzett vizsgálatai alapján, melyek Henrici (1977) szerint a rétegelt-ragasztott faszerkezetek lamelláira is érvényesek, a végkeresztmetszetek közelében fellépő "feszültségtorzulás" elméleti úton is számítható. Az elmélet szerint a feszültségek eloszlásában – a Saint Venant-elvnek megfelelően - csak a lamella végek  $h = \sum_{i=1}^n h_i$  távolságú környezetében támad zavar. Szalai (1984) kísérletei azonban azt mutatták, hogy ez a távolság kisebb, kb. a  $h$  hosszúság felével egyezik meg. Mivel a  $\sigma_{zzi}(z, y)$  feszültségeknek a  $h/2$  helyen a (3-29) képlettel számított értékről a tartó végéig nullára kell csökkenniük, ezen a zavart szakaszon az egyensúly fenntartása érdekében újabb feszültségkomponenseknek is ébredniük kell. A feszültségkomponensek meghatározásánál a tartó végétől számított  $h/2$  hosszúságú darabot egyenesnek tekintjük, ami a rétegelt-ragasztott íves tartók méreteit figyelembe véve, gyakorlatilag elfogadható. Guyon által definiált függvények (22. ábra):

$$f(\xi) = \frac{a_1}{a_3^2} [1 - (1 + a_3\xi)\exp(-a_3\xi)],$$

$$f'(\xi) = \frac{df(\xi)}{d\xi} = a_1\xi \exp(-a_3\xi),$$

3-36

$$f''(\xi) = \frac{d^2f(\xi)}{d\xi^2} = a_1(1 - a_3\xi)\exp(-a_3\xi), \quad \text{és} \quad \xi = \frac{2z}{h}.$$

A függvények értelmezési tartománya:  $0 \leq \xi \leq 1$ . Az állandók értéke Henrici szerint:  $a_1 = 16,3$ ;  $a_3 = 6,0$ .

A végkeresztmetszetek közelében az  $i$ -edik réteg nyírófeszültség eloszlása értelemszerűen az  $f'(\xi)$  függvénnyel arányos:

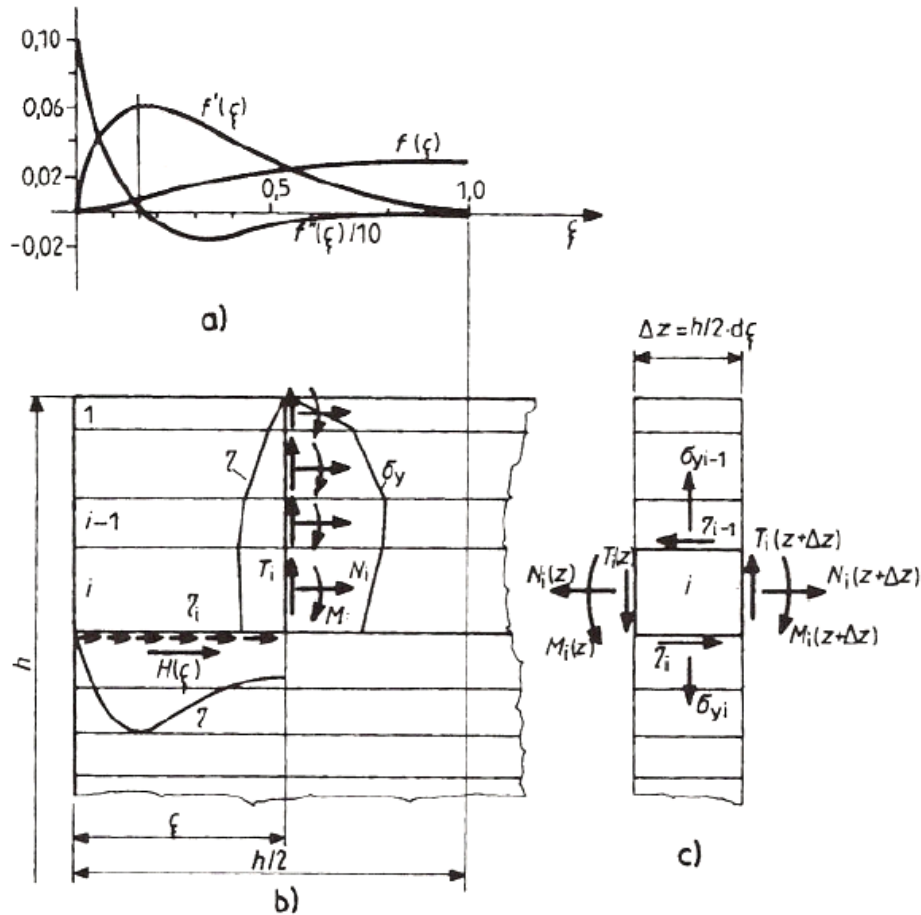
$$\tau_i(\xi) = \tau_{imax} f'(\xi),$$

3-37

ahol:  $\tau_{imax}$  – az  $i$ -edik ragasztórétegben, a  $\xi_m = 1/a_3$  helyen ébredő nyírófeszültség maximum.

$\tau_{imax}$  számításához határozzuk meg a ragasztóréteggel párhuzamosan ébredő eltoló erőt (22. ábra). Ezt - a nyírófeszültségek hatására fellépő – eltoló erőt (3-37)  $z$  szerint ( $dz = hd\xi/2$ ) integrálásával nyerjük a  $0 - \xi$  szakaszon:

$$H_i(\xi) = \int_0^\xi \tau_i(\xi) b dz = \frac{1}{2} \tau_{imax} b h f(\xi).$$



22. ábra A belső erők és a sajátfeszültségek eloszlása a tartóvég közelében a ragasztórétegben és a lamellákban: a– az Y. Guyon által definiált függvények; b– a lamella végek közelében ébredő belső erők és feszültségek; c– a  $\Delta z$  hosszúságú  $i$ -edik lamellára ható belső erők és feszültségek.

Mivel  $\xi = 1$ -nél a nyírófeszültségek gyakorlatilag eltűnnek, az  $i$ -edik ragasztóréteg feszültségmaximuma a

$$H_i(\xi = 1) + \sum_{j=1}^i N_j = 0,$$

vízszintes vetületi egyensúlyi egyenletből meghatározható:

$$\tau_{imax} = -\frac{2 \sum_{j=1}^i N_j}{bh f(\xi = 1)}.$$

3-38

Ezzel a nyírófeszültség eloszlása az  $i$ -edik ragasztórétegben:

$$\tau_i(\xi) = -\frac{2 \sum_{j=1}^i N_j}{bh f(\xi = 1)} f'(\xi).$$

3-39

Írjunk fel a  $dz = hd\xi/2$  hosszúságú  $i$ -edik lamella elemre egy vízszintes vetületi egyensúlyi egyenletet (22. ábra):

$$\frac{dN_i(z)}{dz} = b\tau_{i-1}(z) - b\tau_i(z).$$

Behelyettesítve (3-39)-et, integrálva és rendezve:

$$N_i(\xi) = \frac{N_i}{f(\xi = 1)} f(\xi).$$

3-40

A nyomatéki függvény (3-40)-hez hasonlóan alakul:

$$M_i(\xi) = \frac{N_i}{f(\xi = 1)} f(\xi).$$

3-41

A lamella elemre felírt nyomatéki egyensúlyi egyenlet:

$$\frac{dM_i(z)}{dz} - T_i(z) - b \frac{h_i}{2} \tau_i(z) - b \frac{h_i}{2} \tau_{i-1}(z) = 0,$$

ahonnan

$$T_i(\xi) = \left[ \frac{2M_i}{hf[\xi = 1]} + h_i \frac{2 \sum_{j=1}^i N_j - N_i}{hf[\xi = 1]} \right] f'(\xi).$$

3-42

A ragasztóréteg síkjára merőleges normálfeszültségek meghatározásához írunk fel egy vetületi egyensúlyi egyenletet  $y$  irányban a  $dz$  hosszúságú tartódarab első  $i$  elemére (22. ábra):

$$\sum_{j=1}^i \frac{dT_j(z)}{dz} - b\sigma_{yyi}(z) = 0,$$

innen

$$\sigma_{yyi}(\xi) = \frac{2}{bh^2 f(\xi = 1)} \left[ 2 \sum_{j=1}^i M_j + \sum_{j=1}^i h_j \sum_{k=1}^i N_k - N_j \right] f''(\xi),$$

3-43

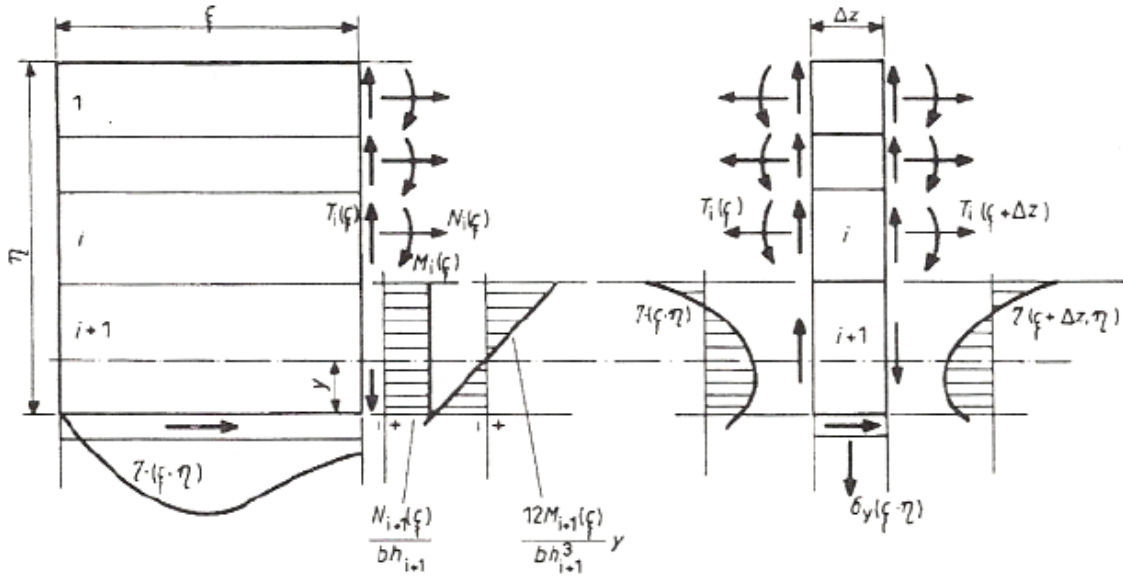
Ezen feszültségek szélső értékeinek helye:  $\xi_{m1} = 0$ , és  $\xi_{m2} = 2/a_3$ .

A (3-37) - (3-43) képletekben szereplő  $M_i, N_i$  mennyiségek az  $i$ -edik lamellában ébredő nyomatéki és normális igénybevétel tartóvégtől számított  $h/2$  helyen vett értékét jelentik. Az (3-42) összefüggés levezetésénél feltettük, hogy a  $h/2$  helyen  $T_i \approx 0$ .

Mivel nemcsak a ragasztási rétegekben, hanem a faanyagban is szükség lehet a nyíró- és normálfeszültségek ismeretére, meghatározzuk ezeket a tartó felső szélétől mért  $\eta$  távolság függvényében (23. ábra). A módszer ugyanaz, mint előbb, csak az  $\eta$  távolság által kijelölt lamella igénybevételeit a valóságnak megfelelően megoszló erőrendszerként kell figyelembe venni. Tegyük fel, hogy  $\sum_{j=1}^i h_j < \eta < \sum_{j=1}^{i+1} h_j$ , tehát  $\eta$  az  $i+1$ -edik lamellára esik. Ennek a lamellának a saját koordinátarendszerében az  $\eta$ -val kijelölt helyet az

$$y = \eta - \sum_{j=1}^i h_j - \frac{h_{i+1}}{2},$$

kifejezéssel adhatjuk meg.



**23. ábra** A belső erők és a sajátfeszültségek eloszlása a tartóvég közelében a lamellákban

A 23. ábra alapján az eltoló erőre felírható függvényből kifejezhetjük az  $\eta$ , illetve  $y$  koordinátájú szál nyírófeszültség-maximumát:

$$\tau_{max}(\xi) = \tau_{max}(y) = \tau_{imax} + \frac{12M_{i+1}}{bh h_{i+1} f(\xi=1)} \left( \frac{y^2}{h_{i+1}^2} - \frac{1}{4} \right) - \frac{2N_{i+1}}{bh f(\xi=1)} \left( \frac{y}{h_{i+1}} + \frac{1}{2} \right). \quad 3-44$$

A nyírófeszültség  $\xi$  menti változása pedig:

$$\tau(\xi, \eta) = \tau(\xi, y) = \tau_{imax} f'(\xi) + \frac{12M_{i+1}}{bh h_{i+1} f(\xi=1)} \left( \frac{y^2}{h_{i+1}^2} - \frac{1}{4} \right) f'(\xi) - \frac{2N_{i+1}}{bh f(\xi=1)} \left( \frac{y}{h_{i+1}} + \frac{1}{2} \right) f'(\xi). \quad 3-45$$

A rostokra merőleges normálfeszültség meghatározásához írjunk fel az elemi tartórészre egy vetületi egyensúlyi egyenletet  $y$  irányban (23. ábra):

$$\sum_{j=1}^i \frac{dT_j(\xi)}{d\xi} - b \int_{\frac{h_{i+1}}{2}}^y \frac{\partial \tau(\xi, y)}{\partial \xi} dy - \sigma_{yy}(\xi, \eta) \frac{bh}{2} = 0.$$

Integrálva és rendezve:

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}(\xi, \eta) = \sigma_{yy}(\xi, y) = \sigma_{yyi}(\xi) + \frac{4h_{i+1}}{bh^2 f(\xi=1)} \left( \frac{y}{h_{i+1}} + \frac{1}{2} \right) \sum_{j=1}^i N_j f''(\xi) - \\ - \frac{2M_{i+1}}{bh^2 f(\xi=1)} \left( \frac{4y^3}{h_{i+1}^3} + \frac{3y}{h_{i+1}} \right) f''(\xi) + \frac{2N_{i+1} h_{i+1}}{bh^2 f(\xi=1)} \left( \frac{y^2}{h_{i+1}^2} + \frac{y}{h_{i+1}} + \frac{1}{4} \right) f''(\xi). \end{aligned} \quad 3-46$$

Ezzel meghatároztuk a rétegelt-ragasztott íves tartók gyártás során keletkező belső erőit, sajátfeszültségeit és a sablonból való kivétel utáni alakváltozását. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy levezetéseink során az ideális Hooke-törvényt alkalmaztuk. A gyártási fo-



lyamatban, megfelelő hőmérsékleten a viszkózus tulajdonságok már jelentős szerepet játszanak. Tehát amíg a tartó a préselő sablonban tartózkodik (ez általában 12-48 óra) már fellép a relaxáció jelensége. Úgy is fogalmazhatnánk, hogy a sablonba való hajlítás kezdetkor a tartóban felhalmozott rugalmas energia a ragasztóanyag megszilárdulása – folyamán csökken. Kivételkor tehát a visszarugózás mértéke, s ezzel együtt a belső erők a rugalmasan számítottokhoz képest kisebbek lesznek. A relaxációt formálisan úgy vehetjük figyelembe, hogy az  $E_i$  rugalmassági modulusokat tartalmazó képletekben nem a kezdeti, hanem a préselési időnek megfelelő, csökkentett értékeket helyettesítünk be. Természetesen a relaxáció a sablonból való kivétel után tovább folytatódik és a számított belső erők és a nekik megfelelő sajátfeszültségek folyamatosan tovább csökkennek, jóllehet a tartó alakja gyakorlatilag nem változik. A feszültségcsökkenés sebessége a relaxációs folyamatoknak megfelelően kezdetben nagyobb, majd egyre lassúbb. A gyártási sajátfeszültségek végtelen idő után elvileg eltűnnek.

Még megemlíthetjük, hogy a fent bemutatott számító eljárás a ragasztóréteg szerepének figyelembevételére is alkalmas. Nem kell mást tennünk, mint a farétegek mellé felvesszük a ragasztási rétegeket is. Így egy  $n$  lamellából álló tartónak  $2n - 1$  rétege lesz. A számítás menete nem változik, csupán a számolás mennyisége.

### 3.2.2 A klimatikus feszültségek analitikus meghatározása

Szalai észrevette, hogy a klímaváltozás során fellépő sajátfeszültségek és a gyártási sajátfeszültségek jelensége sok fizikai és matematikai analógiát mutat. Ezért a gyártási feszültségek meghatározásánál alkalmazott módszert alkalmazta a klimatikus sajátfeszültségek meghatározására is. Az ő általa már levezetett és leírt számolást mutatjuk be (Szalai (1985), (1984-85), (1994), (2001)).

Szalai (2001) szerint faszervezetek esetén mechanikai szempontból a legfontosabb állapot jellemző a környezet (általában a testet körülvevő levegő) hőmérséklete és páratartalma. A környezet e klimatikus jellemzőinek megváltozása következtében a test hőmérséklete és – az ún. higroszkópos anyagoknál – nedvességtartalma megváltozik, ami a testben tetszőlegesen felvett elemi hasábok térfogatváltozásával, ill. tetszőleges irányítású elemi szakasz hosszváltozásával jár.

A fajlagos hosszváltozás egy adott irányban, ha a hőmérséklet egy  $T_0$  kezdeti értékről  $T$ -re emelkedik, ill. egy  $u_0$  kezdeti nedvességtartalomról  $u$ -ra nő:

$$\varepsilon_T = \int_{T_0}^T \alpha dT, \quad \varepsilon_u = \int_{u_0}^u \beta du,$$

ahol:  $\alpha = \alpha(T)$  – az anyag hőtágulási együtthatója,

$\beta = \beta(u)$  – pedig a zsugorodási-dagadási együtthatója.

$\alpha$  mértékegysége  $1/^\circ\text{C}$ ,  $\beta$ -é  $1/\%$ ,  $\alpha$ , ill.  $\beta$  a hőmérsékletnek, ill. a nedvességtartalomnak a függvénye, de ha nem túl nagy a relatív változás, jó közelítéssel állandónak tekinthetők, így a fajlagos hosszváltozás:

$$\varepsilon_T = \alpha(T - T_0), \quad \varepsilon_u = \beta(u - u_0),$$

3-48

Ha a klímaváltozásnak kitett test anyaga

- homogén,
- a hőmérséklet és nedvességtartalom változása minden pontjába ugyanakkora, tehát a hőmérséklet-változásmező és a nedvességtartalom-változásmező homogén,
- és a külső kényszerek az elmozdulásokat nem gátolják,
- a test feszültségmentes marad.

Ha a három feltétel közül valamelyik nem teljesül, akkor klímaváltozás következtében fellépő alakváltozási tenzormező nem lesz kompatibilis. A test folytonossága csak úgy maradhat meg, ha a belső erők olyan kiegészítő alakváltozási állapotot hoznak létre, amely a klímaváltozásból származó alakváltozási állapothoz hozzáadódva kompatibilis alakváltozásmezőt eredményez. Külső terhelésnek és klímaváltozásnak is kitett test anyag-törvénye az anizotrópia legáltalánosabb esetében, mikor minden irányhoz más-más  $\alpha$  és  $\beta$  tartozik:

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{kl} s_{ijkl} \sigma_{kl} + \alpha_{ij}(T - T_0) + \beta_{ij}(u - u_0) \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \text{ vagy } L, R, T,$$

3-49

ahol:  $\alpha_{ij}$  – a hőtágulási együttható tenzor,

$\beta_{ij}$  – a zsugorodási-dagadási együttható tenzor.

Mindkettő két dimenziós.

### 3.2.2.1 A rétegelt-ragasztott íves fatartók klimatikus feszültségeinek meghatározása

A klímaváltozás hatására fellépő sajátfeszültségek meghatározásának egyik alapvető problémája a szerkezet hőmérséklet- és nedvességtartalom-eloszlásának, illetve annak változásának megadása. Ehhez ismernünk kell a vizsgálat kezdetén és végén a tartó hőmérséklet- és nedvességtartalom-mezejét. Egy adott pillanathoz tartozó hőmérséklet- vagy nedvességtartalom-mező elméleti meghatározása – bár a hőmérséklet- és nedvesség-felvételt szabályozó törvények sokban hasonlítanak egymásra – meglehetősen összetett és pontatlan. Az utóbbi évtizedekben ennek a problémának a megoldására a véges-elem módszert alkalmaz-

ták jelentős sikerrel. Természetesen mód nyílik arra is, hogy a hőmérséklet- és nedvességtartalom mezőket a kétséges elméleti módszerek helyett vagy mellet kísérletileg határozzák meg. Azonban ez is bonyolult és költséges eljárás. Könnyebben eredményre jutunk, ha a hőmérséklet- és nedvességtartalom-eloszlásmezőt a korábbi számításokra és mérésekre alapozva egy fiktív, de a mindennapi körülmények között nagy valószínűséggel fellépő, matematikailag egyszerűen megadható függvénnyel írjuk le. Bizonyos kompromisszumokat azonban itt is kötnünk kell. A tényleges eloszlás pontos megadása ugyanis olyan bonyolult függvényekre vezethet, melyek a további számításokat igen megnehezítik, esetleg lehetlenné teszik.

Számításaimban ezeket az eloszlásfüggvényeket két feltételezés alapján vettük fel. Az elsőben feltételeztük, hogy a hőmérséklet és nedvességtartalom a lamellák vastagsága mentén lineárisan változik, a másodikban pedig parabolikusan. Különösen a második feltételezés nagyon jól írja le a valóságos eloszlást, és ha a lamella-vastagság mentén három pontban mérjük a hőmérsékletet vagy nedvességtartalmat, akkor az egész fatartó klimatikus állapotát valóságként adhatjuk meg. Az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú szálának  $z$  irányú fajlagos hosszváltozását a belsőerők valamint a nedvesség- és hő tágulás következményeként írhatjuk fel mind a két esetben:

$$\varepsilon_i(y) = \frac{M_i}{E_i I_i} y + \frac{N_i}{E_i F_i} + \beta_i du_i(y) + \alpha_i dt_i(y),$$

3-50

ahol:  $M_i$  – az  $i$ -edik rétegben ébredő hajlító nyomaték,

$N_i$  – az  $i$ -edik rétegben ébredő normális igénybevétel,

$E_i$  – az  $i$ -edik réteg Young-féle modulusa,

$I_i = \frac{bh_i^3}{12}$  – az  $i$ -edik réteg másodrendű nyomatéka,

$F_i = bh_i$  – az  $i$ -edik réteg keresztmetszet-területe,

$\beta_i$  – az  $i$ -edik réteg nedvesség-tágulási együtthatója,

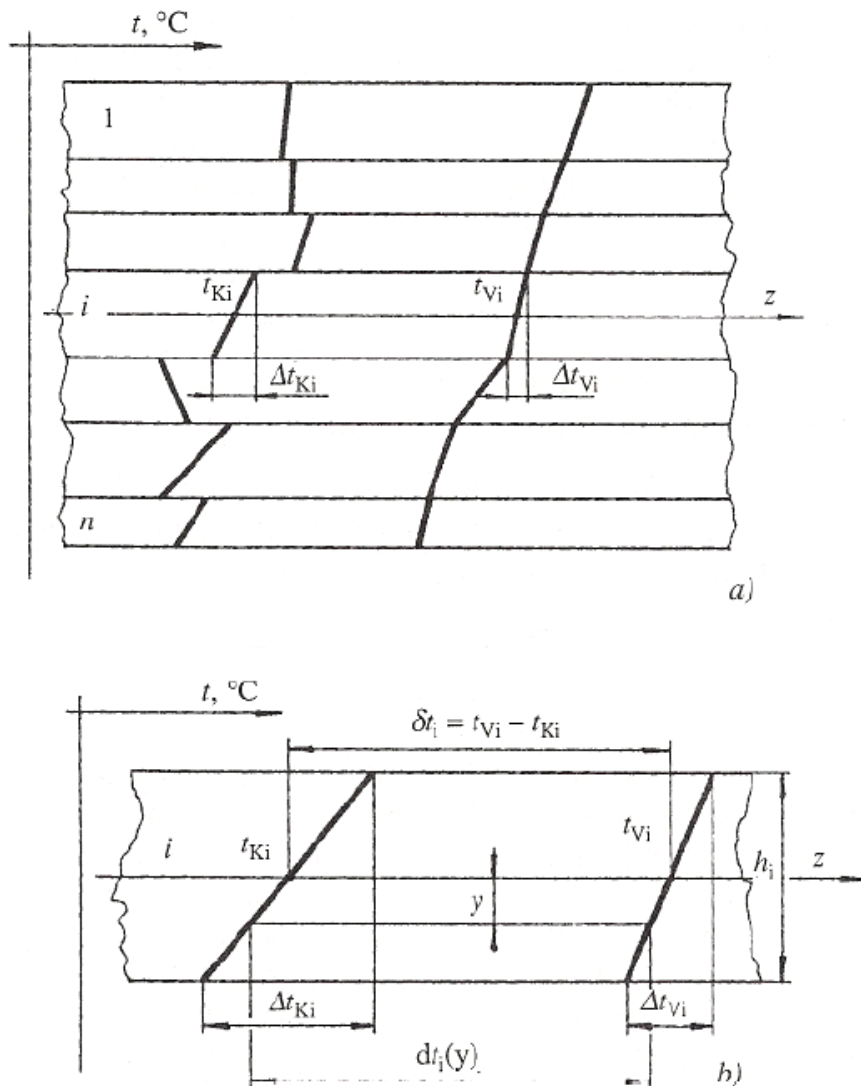
$\alpha_i$  – az  $i$ -edik réteg hőtágulási együtthatója,

$du_i(y)$  – az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú szálának nedvességtartalom-változása,

$dt_i(y)$  – az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú szálának hőmérséklet-változása.

1. eset: Vizsgálatainkban az egyes rétegek hőmérséklet- és nedvességtartalom-eloszlását a lamella vastagság mentén lineárisan változóknak, a lamella szélességi és hosszúsági mérete mentén pedig állandónak tekintjük. A 24. ábra a tartó egyes rétegeinek hőmérséklet-eloszlását mutatja a  $K$ -val jelölt kiinduló állapotban (ebben az állapotban a rétegeket feszültségmentesnek tekintjük, és a hőmérséklet-eloszlásnak nem kell folytonosnak lennie),

és a  $V$ -vel jelölt végállapotban (amelyben a kialakult feszültségi és alakváltozási állapotmezőt keressük, s a hőmérséklet-eloszlás a tartó magassága mentén folytonos).



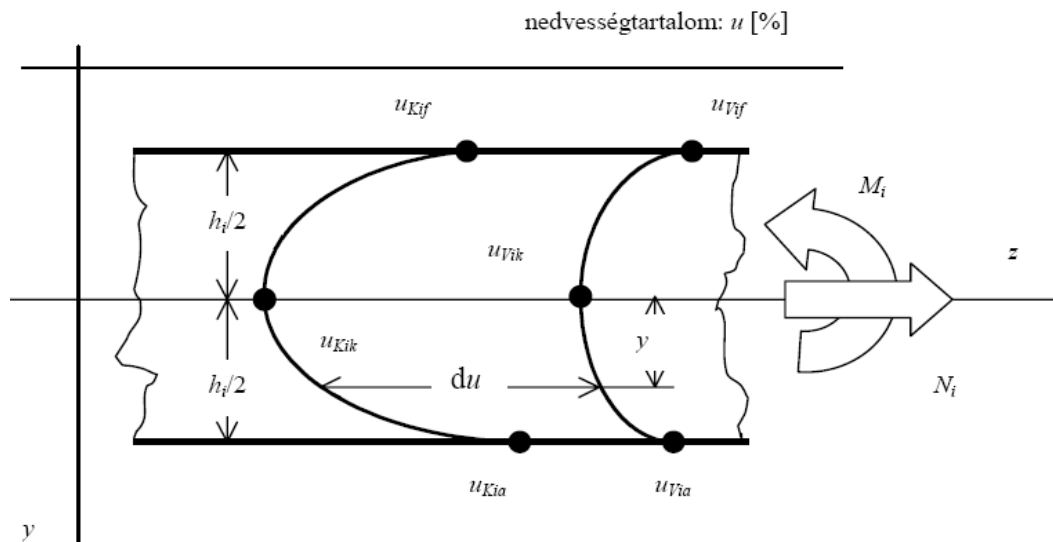
**24. ábra** A hőmérséklet-eloszlás megadása: a) A kezdeti és végállapot hőmérséklet-eloszlása;  
b) Hőmérsékletváltozás az  $y$  koordinátájú szálban

Lineáris eloszlás feltételezésével az egyes rétegek nedvességtartalmát a kezdeti és végállapotban két-két adattal jellemezhetjük (24. ábra a.):

$t_{Ki}, t_{Vi}$  az  $i$ -edik lamella súlypontjának hőmérséklete a kezdeti és végállapotban,  $\Delta t_{Ki}, \Delta t_{Vi}$  az  $i$ -edik lamella felső és alsó szálának hőmérsékletkülönbsége.

A nedvességtartalom eloszlását teljesen analóg módon adhatjuk meg a  $t$ -nek  $u$ -ra való formális változtatásával.

2. eset: Az újabb vizsgálatokban Kánnár és Szalai szerint (2002), az egyes rétegek hőmérséklet- és nedvességtartalom-eloszlását a lamella vastagság mentén parabolikusan változóknak tekintik.



25. ábra Az  $i$ -edik réteg kezdeti nedvességtartalmának eloszlása a magasság mentén

A rétegvastagság mentén a nedvességtartalom eloszlását – mind kezdeti, mind végállapotban – parabolikusnak feltételezve, az  $y$  koordinátájú szál nedvességtartalom-változása:

$$du_i(y) = u_{Vi}(y) - u_{Ki}(y) = U_{1i} + U_{2i} \frac{1}{h_i} + U_{3i} \frac{1}{2h_i^2},$$

3-51

ahol:  $u_{Ki}(y)$  – az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú pontjában a nedvességtartalom a kezdeti állapotban,

$u_{Vi}(y)$  – az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú pontjában a nedvességtartalom a végállapotban, és

$$U_{1i} = u_{Vik} - u_{Kik},$$

$$U_{2i} = (u_{Via} - u_{Kia}) - (u_{Vif} - u_{Kif}),$$

$$U_{3i} = (u_{Vif} - u_{Kif}) - (u_{Via} - u_{Kia}) - 2(u_{Vik} - u_{Kik}),$$

3-52

ahol, a 25. ábra alapján

$u_{Kif}$  – az  $i$ -edik réteg felső szálában a kezdeti nedvességtartalom,

$u_{Kik}$  – az  $i$ -edik réteg középső szálában a kezdeti nedvességtartalom,

$u_{Kia}$  – az  $i$ -edik réteg alsó szálában a kezdeti nedvességtartalom,

$u_{Vif}$  – az  $i$ -edik réteg felső szálában a végső nedvességtartalom,

$u_{Vik}$  – az  $i$ -edik réteg középső szálában a végső nedvességtartalom,

$u_{Via}$  – az  $i$ -edik réteg alsó szálában a végső nedvességtartalom,

$du_i(y)$  – az  $i$ -edik réteg  $y$  koordinátájú szálának nedvességtartalom-változása,

A hőmérséklet változás leírására a (3-51)-el és a (3-52)-vel teljesen analóg összefüggéseket használunk, annyi változtatással, hogy a hőmérséklet jeleként  $u$  helyett  $t$ -t írunk, és a (3-52)-ben számított segédmenyiségek jele  $t_{1i}, t_{2i}, t_{3i}$ .

Ezek után vizsgáljunk egy  $n$  lamellából álló rétegelt-ragasztott íves tartót a lineáris esetben (1. eset). A lamellák rugalmas szálának egyenlete legyen  $Y_i = Y_i(z)$ . A hőmérséklet és nedvességtartalom megváltozása miatt a lamellák geometriai méretei megváltoznak. A méretváltozás azonban a réteges keresztmetszetben elhelyezkedő elemek többé-kevésbé merevnek tekinthető kapcsolata miatt más, mint egy különálló lamella alakváltozása lenne.

A gátolt alakváltozás következtében a lamellákban belső erők ébrednek. Ezeknek – a külső erők hiánya miatt – önmagukban ki kell elégíteniük az egyensúlyi egyenleteket:

$$\sum_{i=1}^n N_i(z) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^n T_i(z) = 0,$$

3-53

$$\sum_{i=1}^n M_i(z) + \sum_{i=1}^n N_i(z) a_i = 0,$$

ahol:  $N_i(z)$  – az  $i$ -edik lamella normál igénybevétele a  $z$  helyen,

$T_i(z)$  – az  $i$ -edik lamella nyíró igénybevétele a  $z$  helyen,

$M_i(z)$  – az  $i$ -edik lamella hajlító igénybevétele a  $z$  helyen,

$a_i \sum_{j=1}^i h_j - \frac{h_1+h_i}{2}$  – az  $i$ -edik lamella súlypontjának távolsága az első

lamella súlypontjától.

Az  $i$ -edik lamella  $y$  koordinátájú szálában a rostokkal párhuzamos fajlagos hosszváltozást a normális és hajlító igénybevételekből származó feszültség és a klimatikus viszonyok megváltozása okozza:

$$\varepsilon_{zzi}(y, z) = \frac{\sigma_{zzi}(y, z)}{E_i} + \alpha_{LLi} dT_i(y) + \beta_{LLi} du_i(y),$$

3-54

ahol:  $\sigma_{zzi}(y, z) = \frac{M_i(z)}{I_i} y + \frac{N_i(z)}{F_i}$ , és

$I_i = \frac{bh_i^3}{12}$  – másodrendű nyomatéka saját súlyponti  $x$  tengelyére,

$F_i = bh_i$  – az  $i$ -edik lamella keresztmetszet-területe,

$b$  – a lamellák szélessége,

$h_i$  – az  $i$ -edik lamella vastagsága,

$E_i$  – az  $i$ -edik lamella rosttal párhuzamos rugalmassági modulusa,

$\alpha_{LLi}$  – az  $i$ -edik lamella hőtágulási együtthatója rostokkal párhuzamosan,

$\beta_{LLi}$  – az  $i$ -edik lamella zsugorodási-dagadási együtthatója rostokkal párhuzamosan,

$dT_i(y)$ ,  $du_i(y)$  – az  $i$ -edik lamella  $y$  koordinátájú szálában a vég- és kezdeti állapot hőmérséklet, ill. nedvességtartalom különbség.

Az utóbbi két mennyiség meghatározásához használjuk fel a:

$$dT_i(y) = T_{vi} - T_{Ki} + \frac{y}{h_i} \Delta T_{Ki} - \frac{y}{h_i} \Delta T_{Vi} = \delta T_i - \frac{y}{h_i} \Delta T_i, \quad 3-55$$

ill. analóg

$$du_i(y) = u_{vi} - u_{Ki} + \frac{y}{h_i} \Delta u_{Ki} - \frac{y}{h_i} \Delta u_{Vi} = \delta u_i - \frac{y}{h_i} \Delta u_i, \quad 3-56$$

ahol:  $\delta T_i$  – az  $i$ -edik lamella súlypontjában a hőmérsékletkülönbség,

$\Delta T_i$  – az  $i$ -edik lamella felső és alsó szála közötti hőmérséklet-különbség vég és kezdő állapotban mért eltérés,

$\delta u_i$  és  $\Delta u_i$  – mint fent, csak a nedvességtartalomra.

Az  $E$  fiktív rugalmassági modulus és a módosított másodrendű nyomaték és keresztmetszet-terület bevezetésével, valamint (3-56) felhasználásával (3-54) a következőképpen alakul:

$$E\varepsilon_{zzi}(y, z) = \frac{M_i(z)}{J_i} y + \frac{N_i(z)}{A_i} + \delta_i - \frac{y}{h_i} \Delta_i, \quad 3-57$$

ahol:  $J_i = I_i \frac{E_i}{E}$ ,  $A_i = F_i \frac{E_i}{E}$ ,

$$\delta_i = E(\alpha_{LLi} \delta T_i + \beta_{LLi} \delta u_i), \quad \Delta_i = E(\alpha_{LLi} \Delta T_i + \beta_{LLi} \Delta u_i).$$

A lamellák gátolt alakváltozási feltételei ugyanazok, mint a gyártási sajátfeszültségek meghatározásánál. Behelyettesítve és rendezve a következő kifejezéseket nyerjük:

$$\frac{M_i(z)}{J_i} h_i + \frac{M_{i+1}(z)}{J_{i+1}} h_{i+1} - 2 \frac{N_i(z)}{A_i} - 2 \frac{N_{i+1}(z)}{A_{i+1}} = 2q_i, \quad 3-58$$

$$\frac{M_i(z)}{J_i} - \frac{M_{i+1}(z)}{J_{i+1}} = -p_i,$$

ahol:  $q_i = \delta_{i+1} - \delta_i + \frac{\Delta_{i+1}}{2} + \frac{\Delta_i}{2}$ ,  $p_i = \frac{\Delta_{i+1}}{h_{i+1}} - \frac{\Delta_i}{h_i}$ ,  $i=1, 2, \dots, n-1$ .

(3-53), (3-58) első és harmadik összefüggésévei egy  $2n$  egyenletből álló egyenlet-rendszert alkot, melyből a rekurzív visszahelyettesítés módszerével az ismeretlen  $M_i$  és  $N_i$  belső erők kifejezhetők:

$$M_i(z) = J_i \left( \frac{\Delta_i}{h_i} - \frac{SD + AG}{AJ - S^2} \right), \quad 3-59$$

$$N_i(z) = A_i \left[ \frac{D(J - Sa_i) + G(S - Aa_i)}{AJ - S^2} - (\delta_i - \delta_1) \right],$$

3-60

$$\text{ahol: } A = \sum_{i=1}^n A_i, \quad S = \sum_{i=1}^n A_i a_i, \quad J = \sum_{i=1}^n J_i + \sum_{i=1}^n A_i a_i,$$

$$A = \sum_{i=1}^n A_i (\delta_i - \delta_1), \quad G = \sum_{i=1}^n \left[ J_i \frac{\Delta_i}{h_i} + A_i a_i (\delta_i - \delta_1) \right].$$

A (3-60) és (3-59) kifejezés azt mutatja, hogy amennyiben a hőmérséklet- és nedvességtartalom-eloszlás a  $z$  tengely mentén állandó, a lamellákban ébredő belső erők sem változnak a hely függvényében. Ilyenkor nyíró igénybevétel a lamellákban nem ébred. Ha a klimatikus jellemzők  $z$  függvényében változnak, akkor a belső erők sem maradnak állandók. Ebben az esetben

$$\frac{d\Delta_i(z)}{dz} \neq 0, \quad \frac{d\delta_i(z)}{dz} \neq 0,$$

miatt a nyíróerő függvény:

$$T_i(z) = \frac{dM_i(z)}{dz} = J_i \left[ \frac{1}{h_i} \frac{d\Delta_i(z)}{dz} - \frac{S \frac{dD(z)}{dz} + A \frac{dG(z)}{dz}}{AJ - S^2} \right].$$

3-61

A lamellák, ill. a tartó megváltozott görbületi sugarának meghatározásánál figyelembe kell vennünk, hogy most nem csupán a belső erők következtében lép fel alakváltozás, hanem a klímaváltozás miatt fellépő fajlagos hosszváltozás miatt is. Az  $i$ -edik lamella alsó és felső szálában fellépő fajlagos hosszváltozás különbségének fele (3-54) felhasználásával:

$$\frac{1}{2} \Delta \varepsilon_i(z) = \frac{1}{2} \left[ \varepsilon_{zzi} \left( y = \frac{h_i}{2} \right) - \varepsilon_{zzi} \left( y = -\frac{h_i}{2} \right) \right] =$$

3-62

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{M_i h_i}{E_i I_i} + \alpha_{LLi} (\Delta T_{Ki} - \Delta T_{Vi}) + \beta_{LLi} (\Delta u_{Ki} - \Delta u_{Vi}) \right].$$

Ekkor – normális erőből származó alakváltozást elhanyagolva – a megváltozott görbületi sugár:

$$\frac{1}{\rho_{Vi}(z)} = \frac{1}{\rho_{Ki}(z)} - \frac{\Delta \varepsilon_i(z)}{h_i} =$$

3-63

$$= \frac{1}{\rho_{Ki}(z)} - \frac{M_i(z)}{E_i I_i} - \frac{\alpha_{LLi} (\Delta T_{Ki} - \Delta T_{Vi}) + \beta_{LLi} (\Delta u_{Ki} - \Delta u_{Vi})}{h_i},$$

ahol:  $\rho_{Ki}(z)$  az  $i$ -edik lamella görbületi sugara a klímaváltozás előtt.

A görbületi sugár ismeretében a keresztmetszet szögelfordulása és a rugalmas szál differenciál egyenlete:



$$\frac{d\vartheta_i(z)}{dz} = \frac{M_i(z)}{E_i I_i} - \frac{\alpha_{LLi}(\Delta T_{Ki} - \Delta T_{Vi}) + \beta_{LLi}(\Delta u_{Ki} - \Delta u_{Vi})}{h_i},$$

3-64

$$\frac{d^2 W_i(z)}{dz^2} = \frac{1}{\rho_{Vi}(z)}.$$

3-65

Amennyiben a tartóalak körív, vagy azzal jól helyettesíthető és a klimatikus jellemzők függetlenek  $z$ -től, az  $i$ -edik lamella súlypontjának elmozdulása vízszintes és függőleges irányban ( $w_i(z=0) = 0$  és  $v_i(z=0) = 0$  kerületi feltételek mellett) (21. ábra):

$$w_i(\varphi) = \rho_{Ki}^2 \left[ \frac{M_i}{E_i I_i} + \frac{k_i}{h_i} \right] (\sin \varphi - \cos \varphi),$$

3-66

$$v_i(\varphi) = -\rho_{Ki}^2 \left[ \frac{M_i}{E_i I_i} + \frac{k_i}{h_i} \right] (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi - 1),$$

3-67

ahol:  $k_i = \alpha_{LLi}(\Delta T_{Ki} - \Delta T_{Vi}) + \beta_{LLi}(\Delta u_{Ki} - \Delta u_{Vi})$ .

Az összefüggések tanúsága szerint – ugyanúgy, mint a gyártási sajátfeszültségeknél – itt sem teljesül automatikusan az a feltétel, hogy a lamellák, ill. a tartó végein, mint terheletlen felületen nem keletkezhetnek  $\sigma_{zz}$  normálfeszültségek.

A tartóvégek közelében fellépő feszültségtorzulást ugyanolyan alapelven és teljesen analóg módon határozhatjuk meg, mint azt a 3.2.1 pontban, a gyártási sajátfeszültségeknél tettük. A (3-37) - (3-46) kifejezésekben szereplő  $M_i(z)$  és  $N_i(z)$  mennyiségeket most a (3-58) és (3-59) összefüggésekkel kell számítani és csak annyi változtatást kell tennünk, – a pozitív nyomaték megváltozott értelmezése miatt – hogy a függvényekben ellenkezőjére változtatjuk azoknak a tagoknak az előjelét, amelyekben szerepel a nyomaték.

## 4 Az anizotrop méretezési eljárás bemutatása

### 4.1 Az anizotrop anyagok tönkremenetele

A faanyag anizotrop és inhomogén anyag minden mechanikai és fizikai tulajdonság, így a szilárdság szempontjából is. Faanyag esetén az anizotrópiát könnyen beláthatjuk, ha készítenk két ugyanolyan geometriai tulajdonságú rudat (és az egyéb paraméterek, pl. a hőmérséklet, a nedvességtartalom megegyeznek), a különbség csak annyi, hogy az egyiket rostirányban, a másikat sugárirányban vágjuk ki. A tapasztalat azt mutatja, hogy az a húzóerő, ami a sugár irányban kivágott rudat éppen elszakítja, a rost irányában semmi kárt nem tesz. Általánosabban, ill. tudományosabban szólva, ha az anyag valamely pontjában felvett teteszőleges irányokhoz más és más tulajdonság-értékek tartoznak (a felvett példában a húzó-

szilárdság), akkor az anyag anizotrop. A faanyag esetében szerencsére vannak irányok, amelyekhez azonos szilárdság tartozik, így a faanyag nem teljesen általános anizotrópiájú, hanem ún. ortogonálisan anizotrop, röviden ortotrop. Ez azt jelenti, hogy a faanyagnak minden pontjában van három, egymásra merőleges (innen az ortotrop kifejezés) szimmetria síkja. E síkokra szimmetrikus irányokban a tulajdonságok megegyeznek. Ez azzal a következménnyel jár, hogy az egytengelyű feszültségekhez (húzás, nyomás) tartozó szilárdságok számításához szükséges négydimenziós szilárdsági tenzornak csupán 9 független komponense lesz. A faanyag inhomogenitása már egy egyszerű nagyítóval is jól érzékelhető. A faanyag leginkább egy orientált csőhalmazként érzékelhető, amelyben a csövek anyaga a sejtek fala, a csövek belső része pedig a sejtüreg. Az inhomogenitás azonban nagyon nehezen írható le tudományosan, ezért a faanyagot a legtöbb esetben homogén ortotrop anyagnak modellezzük.

A faanyag szilárdító váza, a sejtfa egy természetes polimer – a mesterséges polimerrekhez, más néven kompozitokhoz hasonlóan – ridegen megy tönkre (Szalai és társai, 2004). A faanyag rideg törési jellegét a változó paraméterek (hőmérséklet, nedvességtartalom) sem befolyásolják. A faanyag tönkremenetelének modellezésére tehát olyan tönkremeneteli (szilárdsági) kritériumot kell találni, amely

- anizotrop,
- „homogén”,
- visszaadja a tönkremenetel rideg jellegét,
- alkalmas a tönkremenetelt okozó összetett feszültségi állapotok megítélésére is.

## 4.2 Anizotrop szilárdsági kritériumok

A szakirodalomban megtalálható és a tudomány jelenlegi álláspontja szerint leghasználhatóbb szilárdsági kritériumok kivétel nélkül az alábbi általános alakú polinomba foglalhatók össze:

$$a_{ij}\sigma^{ij} + a_{ijkl}\sigma^{ij}\sigma^{kl} + a_{ijklmn}\sigma^{ij}\sigma^{kl}\sigma^{mn} + a_{ijklmnop}\sigma^{ij}\sigma^{kl}\sigma^{mn}\sigma^{op} + \dots \leq c, \quad 2$$

4-1

ahol:

$\sigma^{ij}$  – a ható feszültségi állapot tenzora, ill. annak komponensei,

$a_{ij}$ ,  $a_{ijkl}$ ,  $a_{ijklmnop}$ , ... a szilárdságra jellemző 2, 4, 6, 8, ... dimenziós tenzorok,

$c$  – tetszőleges skalár.

<sup>2</sup> A (4-1) kifejezésben és a további hasonlóknak az Einstein-féle összegzési szabályt alkalmazzuk, amely szerint az azonos alsó és felső futóindexű mennyiségeket összegezni kell.

Ha a test vizsgált pontjában a ténylegesen ható feszültségi állapot összetevői (4-1)- összefüggést azonosan kielégítik, a pont éppen a tönkremeneteli határállapotban van. Geometriai szempontból a szilárdsági határállapotot a feszültségek 9-, ill. a dualitás tétel értelmében, 6-dimenziós térben definiált hiperfelület adja meg. A  $c$  skalár értéke a felület jellegét nem, csak annak nagyságát befolyásolja, ezért célszerű egységnyire választani.

A (4-1) szerint az anyag valamely pontjában a szilárdságot annyi különböző dimenziójú tenzor jellemzi, ahány tagot veszünk fel, ill. hagyunk meg benne. Ez azonban matematikai és fizikai szempontból egyaránt kényelmetlen. A modern szilárdsági kritériumok éppen abban különböznek egymástól, hogy (4-1) bal oldalán hány és milyen típusú tagot tartanak meg, ill. hogyan definiálják a tenzorkomponensek fizikai értelmét. A (4-1)-ből levezetett elméleteknél, egyenlőség fennállása esetén a vizsgált pont éppen a tönkremenetel határállapotában van. Ha a baloldal kisebb, mint a jobb, az anyag éppen marad, ugyanakkor a reláció megfordulása tönkremenetelt jelent.

Ki kell még hangsúlyoznunk, hogy (4-1) csak akkor működik helyesen, ha benne mind a ható feszültség-állapot tenzorát, mind a szilárdsági tenzorokat ugyanabban a koordináta-rendszerben adjuk meg. Akkor van a legegyszerűbb dolgunk, ha koordináta-rendszernek a faanyag anatómiai fő tengelyeit választjuk. A technikai szilárdságokat szinte kivétel nélkül úgyis mindig ebben a rendszerben adjuk meg. A ténylegesen ható feszültségek állapotát pedig ebbe a legegyszerűbb átszámolni (ha eredetileg más koordinátarendszerben adottak), mert a feszültségi tenzor csak kétdimenziós, így transzformálása sokkal egyszerűbb, mint a magasabb dimenziójú szilárdsági tenzoroké.

#### 4.2.1 Az Ashkenazi-féle szilárdsági kritérium

Ashkenazi (1967) a szilárdság jellemzésére az általános szilárdsági kritérium második és negyedik tagját tartotta meg annyi változtatással, hogy a jobb oldalon az egység helyett egy tetszőleges állandót választott.

$$a_{ijkl}\sigma^{ij}\sigma^{kl} + a_{ijklmnop}\sigma^{ij}\sigma^{kl}\sigma^{mn}\sigma^{op} \leq c \quad i,j,k,l,m,n,o,p = L,R,T \quad ,$$

4-2

ahol:  $a_{ijkl}$  – négydimenziós tenzor,  
 $a_{ijklmnop}$  – nyolcdimenziós tenzor,  
 $c$  – tetszőleges skalár.

Ez a szilárdsági kritérium a feszültségek negyedik hatványát tartalmazza, a polinom tehát negyedfokú. Joggal várhatjuk el tehát, hogy az Ashkenazi-féle szilárdsági kritérium a valóságnak jobban megfelelően tudja leírni az anizotrop anyagok tényleges szilárdsági viselkedését. Azonban a négydimenziós tenzor  $3^4 = 81$  és a nyolcdimenziós tenzor  $3^8 = 6561$

komponensét még nem ismerjük, és az eddig alkalmazott eljárás, vagyis hogy egyszerű terheléseknek megfelelő feszültségi állapotok feszültségi komponenseit helyettesítjük a szilárdsági kritériumba és onnan fejezzük ki a keresett szilárdsági tenzor-komponenseket, itt nem alkalmazható a komponensek roppant nagy száma miatt.

Ashkenázinak azonban sikerült a (4-2) kifejezést oly módon átalakítania, hogy benne a szilárdsági tenzor komponensei a faanyag ún. technikai szilárdságaival fejezhető ki. A (4-2)-vel egyenértékű kifejezés a következő alakot ölti:

$$a_{ijkl} \sigma^{ij} \sigma^{kl} \leq \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma^{ij} \delta_{ij})^2 + \sigma^{ij} \sigma_{ij} \right]} = \sqrt{I_1^2 - I_2}, \quad i, j, k, l = L, R, T. \quad 4-3$$

Egyszerű átalakítás után (Szalai 1994) a következő kifejezés keletkezik:

$$\frac{a_{ijkl} \sigma^{ij} \sigma^{kl}}{\sqrt{I_1^2 - I_2}} \leq 1. \quad i, j, k, l = L, R, T. \quad 4-4$$

Természetes faanyagra az Ashkenazi szilárdsági kritérium – az ortotrópia miatt – a következő alakot ölti:

$$\begin{aligned} & a_{LLLL} \sigma^{LL} \sigma^{LL} + a_{RRRR} \sigma^{RR} \sigma^{RR} + a_{TTTT} \sigma^{TT} \sigma^{TT} + \\ & (a_{RRTT} + a_{TTRR}) \sigma^{RR} \sigma^{TT} + (a_{LLTT} + a_{TLLL}) \sigma^{LL} \sigma^{TT} + (a_{LLRR} + a_{RLLL}) \sigma^{RR} \sigma^{TT} + \\ & (a_{RRTT} + a_{RTTR} + a_{TRRT} + a_{TRTR}) \sigma^{RT} \sigma^{RT} + \\ & (a_{LTLT} + a_{LTLL} + a_{TLLT} + a_{TLTL}) \sigma^{LT} \sigma^{LT} + \\ & (a_{LRLR} + a_{LRRL} + a_{RLLR} + a_{RLRL}) \sigma^{RT} \sigma^{RT} \leq \\ & \sqrt{\begin{aligned} & \sigma^{LL} \sigma^{LL} + \sigma^{RR} \sigma^{RR} + \sigma^{TT} \sigma^{TT} + \\ & \sigma^{RR} \sigma^{TT} + \sigma^{LL} \sigma^{TT} + \sigma^{LL} \sigma^{RR} + \\ & \sigma^{RT} \sigma^{RT} + \sigma^{LT} \sigma^{LT} + \sigma^{LR} \sigma^{LR} \end{aligned}} \end{aligned} \quad 4-5$$

ahol:  $I_1, I_2$  – első és második feszültségi invariáns,

$\sigma^{ij}$  – a ható feszültségi állapot tenzora a faanyag anatómiai főirányainak megfelelő koordináta rendszerben,

$a_{ijkl}$  – az Ashkenazi-féle szilárdsági tenzor,

$\delta_{ij}$  – Kronecker- delta.

Meg kell azonban jegyezni, hogy célszerűbb a feszültségi invariánsokat tartalmazó képlet alkalmazása, mivel így nem kell felhasználnunk a Kronecker-deltát, ezáltal egyszerűsödnek a matematikai számítások.

#### 4.2.2 A szilárdsági kritériumok tenzorkomponenseinek meghatározása

Az egyes tönkremeneteli elméleteknek megfelelő tenzorok eltérő rendűek és szerkezetűek. A tenzorkomponensek meghatározási szabályai az egyes tönkremeneteli elméletek és a ható feszültségállapotok függvényei. A tenzorkomponensek meghatározásához szükséges az adott fafaj technikai szilárdságainak ismerete. Technikai szilárdságnak nevezzük az egytengelyű húzó-, nyomó-, valamint nyírófeszültség alkalmazása során meghatározott szilárdsági értékeket. Tiszta nyíró igénybevétel előállítására nehéz, ezért a nyírószilárdságot közvetett módon is meg lehet határozni (Szalai 1992a). A Nyugat-magyarországi Egyetem Faipari Mérnöki Karának Műszaki Mechanika és Tartószerkezetek Intézetében több hazai lombos, valamint fenyő fafaj technikai szilárdságát határozták meg kísérleti mérések során (Szalai 1996, 1997, 1998, 1999, 2005; Garab és Karácsonyi 2010).

A tönkremeneteli elméletek alkalmazásához a következő technikai szilárdságokra van szükség, melyek kísérleti adatokból származnak:

$$\left. \begin{array}{l} f_L^+, f_L^-, f_R^+, f_R^-, f_T^+, f_T^-, \\ f_{LR}^{T(45)^+}, f_{LR}^{T(45)^-}, f_{LT}^{R(45)^+}, f_{LT}^{R(45)^-}, f_{RT}^{L(45)^+}, f_{RT}^{L(45)^-}, \\ t_{LR}, t_{LT}, t_{RT} \end{array} \right\},$$

4-6

ahol:  $f_i$  – az  $i$  irányhoz tartozó normálszilárdság ( $i = L, R, T$ )

$f_{ij}^{k(45)}$  – az  $i, j$  síkban lévő, az  $i$  tengellyel  $45^\circ$ -os szöget bezáró irányhoz tartozó normálszilárdság ( $i, j, k = L, R, T$ )

$t_{ij}$  – az  $i$  normálisú síkon ható,  $j$  tengellyel párhuzamos hatásvonalú nyírófeszültséghez tartozó szilárdság ( $i, j = L, R, T$ )

##### 4.2.2.1 Az Ashkenazi-féle szilárdsági tenzor komponenseinek meghatározása

Az Ashkenazi tenzor komponenseinek a meghatározása:

$$a_{iii} = \frac{1}{f_i^+} \text{ vagy } \frac{1}{f_i^-}, \quad i = L, R, T$$

4-7

$$(a_{ijj} + a_{iji} + a_{jij} + a_{jji}) = \frac{1}{t_{ij}}, \quad i, j = L, R \text{ és } L, T \text{ és } R, T,$$

4-8

$$\left. \begin{array}{l} (a_{ijj} + a_{jji}) = \frac{4}{f_{ij}^{k(45)^+}} - \frac{1}{f_i^+} - \frac{1}{f_j^+} - \frac{1}{t_{ij}}, \\ \text{vagy} \\ (a_{ijj} + a_{jji}) = \frac{4}{f_{ij}^{k(45)^-}} - \frac{1}{f_i^-} - \frac{1}{f_j^-} - \frac{1}{t_{ij}}, \end{array} \right\} i, j = L, R \text{ és } L, T \text{ és } R, T,$$

4-9

valamint,

$$\left. \begin{aligned} (a_{ijj} + a_{jji}) &= \frac{1}{f_i^+} + \frac{1}{f_j^-} - \frac{1}{t_{ij}^{k(45)^+}}, \\ (a_{ijj} + a_{jji}) &= \frac{1}{f_i^-} + \frac{1}{f_j^+} - \frac{1}{t_{ij}^{k(45)^-}} \end{aligned} \right\} \quad i, j = L, R \text{ és } L, T \text{ és } R, T \quad .$$

4-10

### 4.2.3 Az Ashkenazi-féle szilárdsági kritérium grafikus ábrázolása

Az Ashkenazi-féle szilárdsági kritérium polinomjának egy negyedfokú felület felel meg. Ez azért fontos, mert a felület nemcsak domború, hanem homorú részeket is tartalmazhat (26. ábra), ezáltal kedvezőbben írja le a faanyag tönkremenetelét a többi elmülethez képest. Ashkenazi elmélete tehát lényegesen változatosabb felületalakot eredményez.

Síkbeli feszültségi állapot esetén (4-2) egyszerűsödik:

$$\left[ a_{iii}(\sigma^{ii})^2 + a_{jjj}(\sigma^{jj})^2 + (a_{iii} + a_{jjj})\sigma^{ii}\sigma^{jj} + (a_{ijj} + a_{jji} + a_{jij} + a_{jji})(\sigma^{ij})^2 \right]^2 - (\sigma^{ii})^2 - (\sigma^{jj})^2 - \sigma^{ii}\sigma^{jj} - (\sigma^{ij})^2 = 0$$

4-11

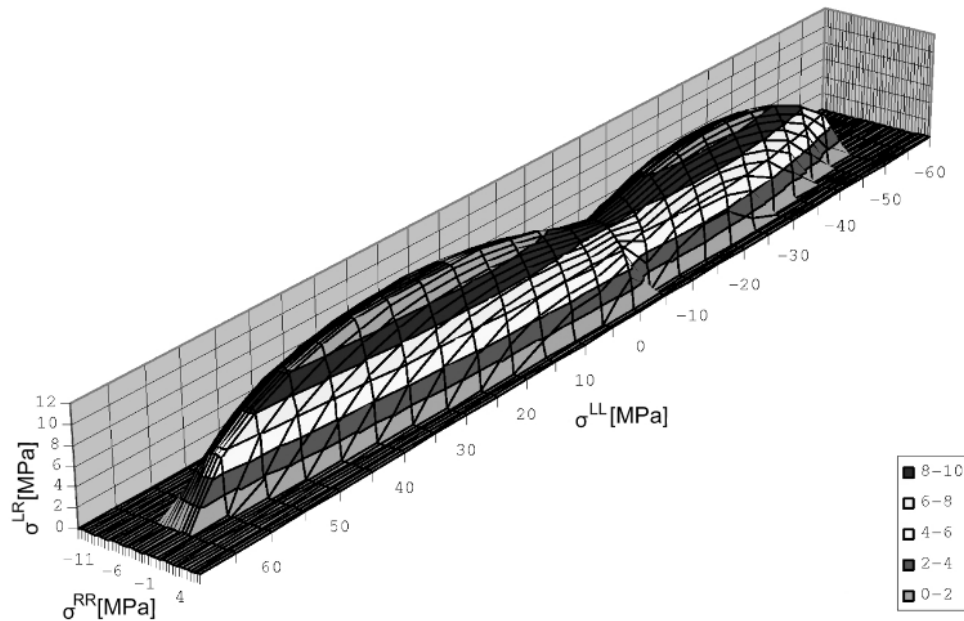
Elemi matematikai műveletek sorozata után megkapjuk (4-2)-ből a nyírófeszültség komponensét (Szalai 1994):

$$\sigma^{ij} = \sqrt{\frac{1}{q_{ij}} \left[ \frac{1}{2q_{ij}} - a_{iii}(\sigma^{ii})^2 - a_{jjj}(\sigma^{jj})^2 - (a_{ijj} + a_{jji})\sigma^{ii}\sigma^{jj} + \sqrt{4q_{ij}^2 - \left(\frac{a_{iii}}{q_{ij}} - 1\right)(\sigma^{ii})^2 - \left(\frac{a_{jjj}}{q_{ij}} - 1\right)(\sigma^{jj})^2 - \left(\frac{a_{ijj} + a_{jji}}{q_{ij}} - 1\right)\sigma^{ii}\sigma^{jj}} \right]} \right]}$$

4-12

$$\text{ahol: } q_{ij} = a_{ijj} + a_{jji} + a_{jij} + a_{jji} \quad , \quad i, j = L, R \text{ és } L, T \text{ és } R, T$$

Ezután ábrázolhatjuk a tönkremeneteli felületet. Az 26 ábrán egyértelműen kirajzolódik, hogy a tönkremenetel pillanatában milyen feszültségi állapot uralkodik a faanyagban.



**26. ábra** Lucfenyő szilárdsági felülete az LR síkban az Ashkenazi elmélet szerint.

Mivel a tönkremenetelt grafikusán is tudjuk ábrázolni, ezért az ábráról eldönthető, hogy a modellezett tönkremenetelhez a ténylegesen ható feszültségi állapot hogyan viszonyul. Ha a vizsgált feszültségi képpont a szilárdsági felületen kívül helyezkedik el, az az anyag tönkremenetelét jelenti. Abban az esetben, ha a képpont a szilárdsági felület alá esik, akkor még nincs tönkremenetel. Ha a feszültségi képpont éppen a szilárdsági felületre esik, akkor a képpontnak megfelelő feszültség-állapot az anyagot éppen a tönkremenetel határára hozza. A faanyag erőtanai méretezését tehát egy számpár, ill. egy geometriai ábra segítségével „egyszerűen” elvégezhető. Az egyszerű szó idézőjele arra utal, hogy a számpár meghatározása, vagy a felület megrajzolása nem annyira könnyű feladat. Ugyanakkor még nem beszéltünk arról, hogy a faanyag, sőt a terhelések jellemzői nem determinisztikus, hanem sztochasztikus mennyiségek, így az erőtanai méretezésben, azaz a tönkremenetelre jellemző számpárok és határfelület meghatározásába a valószínűség számítás és a matematikai statisztika eredményeit is be kell vonni.

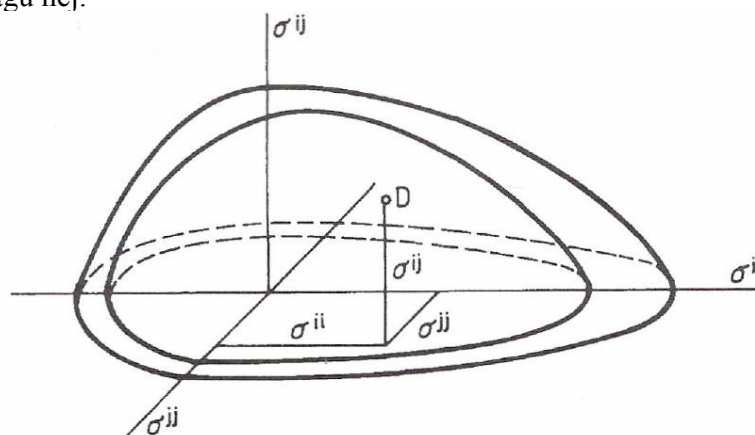
A Nyugat- magyarországi Egyetem, Mechanika Intézetének kutatásai szerint az Ashkenazi-féle tönkremeneteli elmélet az egyetlen, amely elméletileg és gyakorlatilag helyesen írja le a faanyag valószínűségi szilárdsági viselkedését (Szalai, 1999).

#### **4.3 Faszervezeti elemek erőtanai méretezésének alapelve**

A faanyagra és a faalapú anyagokra elfogadott Askenazi-féle szilárdsági kritériumot eddig csak arra használtuk, hogy meghatározzuk azokat a feszültségi állapotokat, amelyek az anizotrop anyagot a tágabb értelemben vett tönkremenetel határhelyzetébe hozzák. A szerkezeti anyagok méretezésénél azonban általában az a feladat, hogy eldöntsük, a külső

terhelésből származó feszültségi állapot okoz-e tönkremenetelt vagy sem és sokszor a biztonság, az erőtani tartalék mértékére is kíváncsiak vagyunk.

E feladat megoldásához a következőképpen gondolkodhatunk. Legyen adott a vizsgált pontban a tényleges feszültségi állapot tenzora. Ha ennek komponensei kielégítik a szilárdsági kritérium egyenletét, az azt jelenti, hogy a feszültségkomponensek által reprezentált pont rajta van a szilárdsági hiperfelületen. A felület egyenletét, ill. alakját a szilárdsági tenzorkomponensei szabják meg. Ezeket azonban kísérlettel kell meghatározni. Az elvileg azonos körülmények között végrehajtott kísérletek eredményei – mint erről már szó volt – a faanyag inhomogenitása, az anatómiai főirányok ideálistól való eltérése, a termőhelytől függő, a törzsön belül is eltérő jellemzők, a technológiai fegyelmetlenség következtében fellépő eltérések, az anyagjellemzők meghatározására szolgáló kísérleti technika hiányosságai és egyéb számtalan ok következtében viszonylag nagy szóródást mutatnak. A megfelelő számú kísérleti adat statisztikai kiértékelésével meghatározhatjuk a szilárdsági jellemzők eloszlásának jellegét. Az eloszlás paramétereinek ismeretében kiszámíthatjuk a vizsgált technikai szilárdság és ezekből a szilárdsági tenzorkomponensek általunk kielégítőnek ítélt valószínűségi szinthez tartozó alsó és felső küszöbértékét. Ily módon a konfidencia intervallum alsó és felső értékéhez is meghatározhatunk egy hiperfelületet, amely közrefogja a várható értékeknek megfelelő felületet. A szilárdsági felület tehát a valóságban nem egy vastagság nélküli, matematikai felület lesz, hanem egy a kísérleti adatok szórása és a kívánt valószínűségi szint alapján számítható konfidencia intervallum szélességének megfelelő, véges vastagságú héj.



27. ábra A konfidencia határoknak megfelelő szilárdsági „héj”

A tönkremenetel feltételét ezek után a következőképpen fogalmazhatjuk meg. Az anyag valamely pontja a megkívánt valószínűségi szinten akkor kerül a tönkremenetel határhelyzetébe, ha a tényleges feszültségi állapotot reprezentáló pont a szilárdsági hiperfelület konfidencia-intervallumának megfelelő részébe, ill. annak belső határoló felületére esik. A 27. ábra mutatja a technikai szilárdságok alsó és felső küszöbértékével számított



tenzorkomponenseknek megfelelő, fiktív belső és külső hiperfelületet. A két határoló felület közötti távolság nem állandó, mindig a kísérleti adatok szórásától függ.

A fentiek alapján az anizotrop anyagok erőteni méretezését a megengedett feszültségen alapuló és a valószínűségi alapon nyugvó határállapot módszerével a következőképpen végezzük.

#### **4.3.1 A különböző hatásokból származó feszülsténtenzorok összegzése, az eredő feszültség-tenzor számítása a kritikus pontban a faanyag anatómiai főirányainak rendszerében**

A 3. fejezetben láttuk, hogy a rétegelt-ragasztott íves fatartók esetén három jelentős feszültség-fajtát különíthetünk el, ill. határozhatunk meg. Később – példákkal igazolva – látni fogjuk, hogy a három feszültségfajta nagysága összemérhető, tehát az a korábbi gyakorlat, hogy a faszerkezetek erőteni tervezése során csak a külső terhelésből származó feszültségeket vették figyelembe, alapvetően helytelen.

A három hatásfajtanak (külső terhelésből származó-, gyártási- és klimatikus feszültségek) megfelelően a tartóban háromféle feszülsténtenzor-mező keletkezik. Ezek együttes hatásáról kell eldönteni, hogy tönkremenetelt okoz-e vagy sem. Az együttes, azaz az eredő feszültségállapot-mező vizsgálatához meg kell határozni a három hatás eredőjét. Mivel az egyes hatások feszültség-állapot-mezőjét egy-egy tenzormezővel adjuk meg, a kérdés az, hogy hogyan lehet a tenzormezőket összegezni. A matematika erre a kérdésre – szerencsére – ismeri a választ. A tenzormezők viszonylag egyszerű összegezhetőségének csak az a feltétele, hogy a feszültségi tenzorokat a szerkezet minden pontjában ugyanabban a koordináta-rendszerben adjuk meg. E feltétel az esetek többségében eleve adott. Az analitikus úton számított feszülsténtenzorokhoz általában a faanyag főirányaival párhuzamos koordináta-rendszert alkalmazunk. Ha mégsem ez lenne a helyzet, akkor a más koordináta-rendszerben megadott feszülsténtenzorok komponenseit át kell transzformálni a faanyag természetes koordináta-rendszerébe. A transzformálási eljárás matematikai könyvekben megtalálható, de használhatjuk Szalai (1994) könyvét is. A faanyag anatómiai főtengelyrendszerében megadott feszültségállapot megadása azért is jó választás, mert a faanyag technikai szilárdságait, ill. a szilárdsági tenzorok komponenseit is általában ebben a legegyszerűbb meghatározni, ill. ebben adják meg a szakkönyvek. És sokkal könnyebb egy kétdimenziós tenzort transzformálni, mint egy négydimenziósat (a feszültségi állapot tenzora két, a szilárdsági tenzor pedig négydimenziós).

Azonos koordináta-rendszerben megadott tenzorokat úgy összegezzük, hogy a tenzor egymásnak megfelelő komponenseit előjelhelyesen összeadjuk. Esetünkben:

$$\begin{aligned} \sigma_{eredő}^{ij} &= \sigma_{külső}^{ij} + \sigma_{gyártási}^{ij} + \sigma_{klimatikus}^{ij} = \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_{külső}^{LL} & \sigma_{külső}^{RL} & \sigma_{külső}^{TL} \\ \sigma_{külső}^{LR} & \sigma_{külső}^{RR} & \sigma_{külső}^{TR} \\ \sigma_{külső}^{LT} & \sigma_{külső}^{RT} & \sigma_{külső}^{TT} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{gyártási}^{LL} & \sigma_{gyártási}^{RL} & \sigma_{gyártási}^{TL} \\ \sigma_{gyártási}^{LR} & \sigma_{gyártási}^{RR} & \sigma_{gyártási}^{TR} \\ \sigma_{gyártási}^{LT} & \sigma_{gyártási}^{RT} & \sigma_{gyártási}^{TT} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{klimatikus}^{LL} & \sigma_{klimatikus}^{RL} & \sigma_{klimatikus}^{TL} \\ \sigma_{klimatikus}^{LR} & \sigma_{klimatikus}^{RR} & \sigma_{klimatikus}^{TR} \\ \sigma_{klimatikus}^{LT} & \sigma_{klimatikus}^{RT} & \sigma_{klimatikus}^{TT} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_{külső}^{LL} + \sigma_{gyártási}^{LL} + \sigma_{klimatikus}^{LL} & \sigma_{külső}^{RL} + \sigma_{gyártási}^{RL} + \sigma_{klimatikus}^{RL} & \sigma_{külső}^{TL} + \sigma_{gyártási}^{TL} + \sigma_{klimatikus}^{TL} \\ \sigma_{külső}^{LR} + \sigma_{gyártási}^{LR} + \sigma_{klimatikus}^{LR} & \sigma_{külső}^{RR} + \sigma_{gyártási}^{RR} + \sigma_{klimatikus}^{RR} & \sigma_{külső}^{TR} + \sigma_{gyártási}^{TR} + \sigma_{klimatikus}^{TR} \\ \sigma_{külső}^{LT} + \sigma_{gyártási}^{LT} + \sigma_{klimatikus}^{LT} & \sigma_{külső}^{RT} + \sigma_{gyártási}^{RT} + \sigma_{klimatikus}^{RT} & \sigma_{külső}^{TT} + \sigma_{gyártási}^{TT} + \sigma_{klimatikus}^{TT} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4-13

Az igazi probléma a méretezés során nem is a tenzor összegzéssel van. A szerkezet tenzor-mezejét csak elvileg ismerjük, de magát a tenzormező függvényt csak áttételese. Kiszámíthatjuk tetszőleges pontnak az eredő feszültségállapotát, de az összes pontét nem, hiszen az beláthatatlan mennyiségű számítást igényelne. Szerencsére az erőtani méretezés úgy működik, hogy a tartó geometriai méreteit a kritikus pont feszültségállapota alapján végezzük. Azonban a tartó veszélyes keresztmetszetének és annak kritikus pontjának megkeresése sem egyszerű. Ha megvan a kritikus pont, akkor ott kiszámítjuk az egyes feszülstentenzor fajtákat, elvégezzük az összegzést és készen állunk az erőtani méretezésre, a valószínűség elmélet alkalmazását is figyelembe véve, akár a megengedett feszültségek alapján, akár a valószínűségelmélettel kiegészített határállapot alapján.

Hogy mégis milyen keresztmetszeti helyeken érdemes, és kell feszültségeket számolni egy adott rétegelt-ragasztott tartón, annak eldöntése bonyolult feladat. A külső terhelésből származó feszültségek maximum értékei azokon a keresztmetszeti helyeken várhatók, ahol a maximális igénybevételek keletkeznek. Ezeket a keresztmetszeti helyeket mindenképpen vizsgálni kell abból a szempontból, hogy a klimatikus hatásokból keletkező feszültségek, illetve a gyártási feszültségek kedvező hatást, vagy többlet terhet adnak-e az adott keresztmetszetre vonatkozóan. Ugyan ezen az elven vizsgálni kell a sajátfeszültségek szélsőérték keresztmetszeti helyeit, hogy ott a három feszültség összegéből mekkora szélsőértékek jönnek ki.

Sajnos a szerkezetben a három feszültség egymásra hatásából az is előfordulhat, hogy nem ott keletkeznek a feszültségek szélsőértékei, ahol az egyes feszültségek szélsőértékei vannak, hanem olyan keresztmetszeten belül, ahol a három feszültség fajtákból bár nem olyan nagy, de mégis egymást károsan befolyásoló értékek keletkeznek. Azt, hogy a szerkezet melyik keresztmetszeteit és azok mely kritikus pontjait vizsgáljuk, nagyon körültekintően kell kiválasztanunk. Egyszerűbb szerkezetek esetében ez nagyon gyorsan megállapítható. Összetettebb terhelések vagy bonyolult tartóalak esetén az is előfordulhat, hogy

fel kell bontani kis szakaszokra a tartót és minden szakasz keresztmetszetében összegeznünk kell a feszültség tenzorokat, hogy láthassuk, hol lesznek a különböző hatásokból keletkező feszültségek szélsőértékei.

A problémát még az is megnehezíti, hogy az anizotrop alapú méretezés során nem feszültség-komponenseket, hanem feszültség-állapotokat hasonlítunk össze. Ez azzal járhat, hogy a kritikus pont nem ott lesz, ahol valamelyik tenzorkomponens szélső értékkel bír, hanem ott, ahol az összegződő (eredő) feszültség szélsőértéke van. Az anizotrop alapú méretezési elméleteknek, belátható előnye tehát, hogy tetszőleges térbeli, síkbeli vagy lineáris feszültségi állapot ellenőrizhető velük.

Kétségtelen, hogy a szerkezet kritikus pontjainak meghatározása nem könnyű feladat, de megfelelő tervezési gyakorlat megszerzése után a specialisták számára már rutinszerűen elvégezhető.

#### 4.3.2 Méretezés a megengedett feszültségek módszere alapján

Számítsuk a szilárdsági tenzorkomponenseket a technikai szilárdság normatív (5 %-os felépési valószínűségi szint) értékének  $n$  ( $n \geq 1$ ) biztonsági tényezővel való osztásával. E módosítással az Askenazi-féle szilárdsági kritérium (4-3) alakja a következőképpen alakul:

$$\left[ n t_{ijkl}^n \sigma^{ij} \sigma^{kl} \right]^2 - \frac{1}{2} \left[ (\sigma^{ij} \delta_{ij})^2 + \sigma^{ij} \sigma_{ij} \right] = 0, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3,$$

4-14

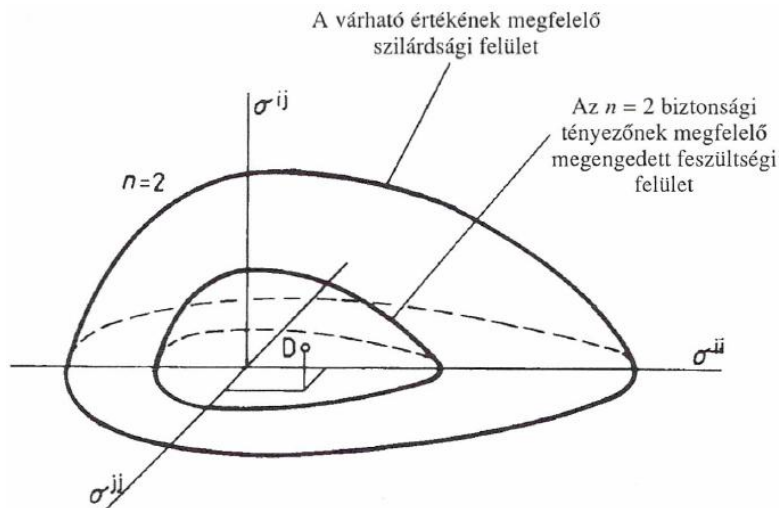
ahol:  $t_{ijkl}^n$  – a technikai szilárdságok várható vagy normatív értékével számított tenzorkomponensek,  
 $n$  – a biztonsági tényező.

Egyszerű átalakítás után:

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma^{ij} \delta_{ij})^2 + \sigma^{ij} \sigma_{ij} \right]}}{t_{ijkl}^n \sigma^{ij} \sigma^{kl}} = n \quad i, j, k, l = 1, 2, 3.$$

4-15

Amennyiben a ható feszültségi állapot komponensei kielégítik (4-15)-t, akkor az azokat reprezentáló pont az  $n$ -ed részére csökkentett szilárdsági jellemzőkkel meghatározott felületen helyezkedik el. Ezt a felületet megengedett feszültségi felületnek nevezhetjük, hiszen szerepe és értelmezése hasonló az izotrop anyagok törésméleteiben alkalmazott megengedett feszültséghez. Nyilvánvaló, hogy ez a feszültségi állapot még nem okoz tönkremenetelt, hiszen, mint azt a 28. ábra mutatja, a tényleges feszültségi állapotot jellemző pont még csak a megengedett feszültségi felületen van rajta, ami távol van a szilárdsági jellemzők várható értékével számított szilárdsági felülettől.



**28. ábra** A megengedett feszültségi felület  $n=2$  esetén

(4-15)-t a következőképpen is értelmezhetjük. Adott feszültségi állapothoz kiszámítva (4-15) bal oldalát, olyan értéket kapunk, amelyik megmutatja, hogy a feszültségi állapotot reprezentáló pont milyen  $n$  értékkel számított megengedett feszültségi felületen helyezkedik el. Ez egyben azt jelenti, hogy mindaddig amíg a

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma^{ij}\delta_{ij})^2 + \sigma^{ij}\sigma_{ij}]}}{t_{ijkl}^n \sigma^{ij}\sigma^{kl}} \geq n \quad i, j, k, l = 1, 2, 3.$$

**4-16**

reláció fennáll, a vizsgált pontban az anyag szilárdsági szempontból  $n$ -szeres vagy még nagyobb biztonsággal megfelel. Az  $n$  biztonsági tényező tehát itt is ugyanolyan szerepet tölt be, mint izotrop anyagok esetén a megengedett feszültségek. Megengedett feszültségen alapuló méretezési eljárásnál anizotrop anyagokra az ellenőrzés alaprelációja tehát (4-16).

Annak sincs akadálya, hogy – az izotrop anyagokénál megszokott módon – meghatározzuk a lineáris feszültségi állapottal egyenértékű feszültséget. Anizotrop anyagnál az összehasonlító húzófeszültség szerepét a rostirányú megengedett húzófeszültség veheti át. (4-3) jobb oldali tagjával osszuk el a relációt és szorozzuk meg az egészet  $f_L^+$ -szal. Rendezés után az alábbi kifejezést nyerjük:

$$\frac{1}{t_{LLLL}} \frac{t_{ijkl}^n \sigma^{ij}\sigma^{kl}}{\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma^{ij}\delta_{ij})^2 + \sigma^{ij}\sigma_{ij}]}} \leq f_L^+$$

**4-17**

ahol:  $t_{LLLL}$  a szilárdsági tenzor rostirányhoz tartozó eleme,  $t_{LLLL} = 1/f_L^+$

A reláció bal oldalát tekinthetjük az egyenértékű feszültségnek, és ha a jobboldalon nem a technikai szilárdság átlagértékét, hanem annak biztonsági tényezővel osztott értékét vesszük, akkor a megengedett feszültségen alapuló méretezésnél a

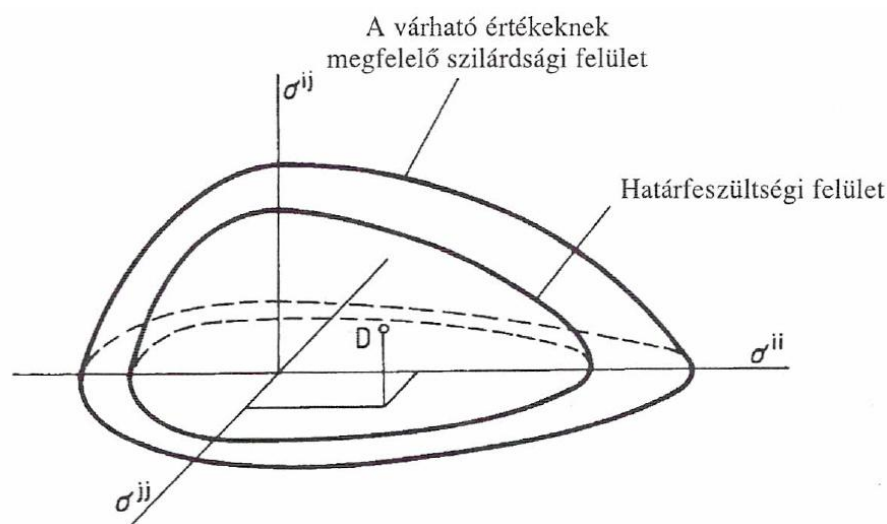
$$\sigma_{egy} = \frac{1}{t_{LLLL}} \frac{t_{ijkl}^n \sigma^{ij} \sigma^{kl}}{\sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma^{ij} \delta_{ij})^2 + \sigma^{ij} \sigma_{ij}]} } \leq \sigma_e = \frac{f_L^+}{n}$$

4-18

reláció fennállása esetén a szerkezeti elem kritikus pontja legalább  $n$ -szeres biztonsággal megfelel.

#### 4.3.3 Méretezés a valószínűségelmélettel kiegészített határállapot módszere alapján

Ha a szilárdsági kritérium együtthatóit a technikai szilárdságok határfeszültségeinek megfelelő értékével számítjuk (0,1 %-os fellépési valószínűségi szint), akkor a tönkremeneteli kritériumnak megfelelő felületet – a határállapoton alapuló méretezés analógiájára – határfeszültségi felületnek nevezzük. A technikai szilárdságok határfeszültségének alapértékeként a szilárdsági jellemző 0,1 %-os valószínűségi szinthez tartozó alsó küszöbértékét kell választani. Megrajzoltunk egy fiktív határfeszültségi felületet a várható értékeknek megfelelő szilárdsági felülettel együtt (29. ábra). Ne kerülje el a figyelmünket, hogy míg a megengedett feszültségi felület tenzor-komponensei mind azonos arányban ( $n$  arányban) csökkennek a szilárdságok várható értékeihez képest, tehát a két felület hasonló, addig a határfeszültségi felület tenzor-komponenseinek csökkenését az adott szilárdsági jellemző eloszlása, szórása, valamint a kívánt megbízhatósági szint határozza meg, értéke tehát elvileg minden tenzor-komponensre más és más. A határfeszültségi felület és a várható értékeknek megfelelő szilárdsági felület nem hasonló (legfeljebb véletlenül).



29. ábra A határfeszültségi felület

Ha (4-16)-ban  $n$  értékét egységnyiinek választjuk, a szilárdsági tenzor komponenseit a technikai szilárdságok határfeszültségeivel, a feszültségkomponenseket a mértékadó igénybevételekből számítjuk, akkor a határállapoton alapuló méretezés alaprelációja:

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_M^{ij}\delta_{ij})^2 + \sigma_M^{ij}\sigma_M^{ij}]}}{t_{ijkl}^H \sigma_M^{ij} \sigma_M^{kl}} \geq 1 \quad i, j, k, l = L, R, T$$

4-19

ahol:  $t_{ijkl}^H$  – a szilárdsági tenzor-komponensek olyan értékei, melyeket a technikai szilárdságok 1‰-es valószínűségi szinthez tartozó alsó küszöbértékeivel számítunk,

$\sigma_M^{ij} = \sigma_{ij}^M$  – a mértékadó igénybevételek alapján számított feszültségkomponensek.

Annak sincs akadálya, hogy a határállapot egyenértékű feszültségét számítsuk ki. Az előző fejezetben bemutatott gondolatmenettel a méretezés alaprelációja:

$$\sigma_{egy}^H = \frac{1}{t_{LLLL}^H} \frac{t_{ijkl}^H \sigma_M^{ij} \sigma_M^{kl}}{\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_M^{ij}\delta_{ij})^2 + \sigma_M^{ij}\sigma_M^{ij}]}} \leq \sigma_e = f_L^{H+} \quad i, j, k, l = L, R, T$$

4-20

ahol:  $f_L^{H+}$  – a rostirányú húzószilárdság határértéke.

## 5 Példák a rétegelt-ragasztott fatartók külső terhelésből származó feszültségállapotának és azok szélső értékeinek meghatározására (Walter von Roth anizotrop alapon történő feszültségszámításának felhasználásával)

Meg kell említenünk, hogy a dolgozatban bemutatott példánál sokkal többet vizsgáltunk meg és elemeztünk. A korlátozott terjedelem miatt azonban csak azokat közöltük, amelyekből az általános megállapításokat – a nem közölt példákkal összhangban – szemléletesen lehet levonni. A dolgozatban bemutatott példák – minden hatás esetében – mindig az általános jelenségek szemléltetésére is szolgálnak

### 5.1 Egy félkörív alakú, 60 m fesztávú homogén<sup>3</sup> (azonos lamellákból álló) rétegelt-ragasztott tartó feszültségállapot-mezeje a külső terhelés hatására

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú, 60 m fesztávolságú, három csuklós tartó, külső terhelésből származó feszültségeit a mértékadó

<sup>3</sup> Az MSZ EN 1995 EUROCODE 5 Faszervezetek tervezése című szabványban, a rétegelt-ragasztott fa szilárdsági osztályba sorolásánál használt megnevezés.

helyeken, ha a tartón közepén – az egyszerűbb számolás kedvéért – egy függőleges hatásvonalú koncentrált erőt működtetünk, melynek nagysága 50 kN.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30 \text{ mm}$  – a lamella réteg vastagsága,
- $r_i$  – a tartón belül tetszőlegesen felvett sugár (lamella réteghatárok),
- $R = 30000 \text{ mm}$  – a tartó keresztmetszet súlyponti sugara<sup>4</sup>,
- $a = 29700 \text{ mm}$  – a tartó körív belső sugara,
- $b = 30300 \text{ mm}$  – a tartó körív külső sugara,
- $d = 160 \text{ mm}$  – tartó szélessége,
- $\varphi_i$  – a számolni kívánt keresztmetszeti hely szöge a kezdeti számítási ponttól. (A maximális nyíróerő helyén:  $\varphi_i=0^\circ$ ; a maximális normálerő és nyomaték helyén:  $\varphi_i=45^\circ$ )

Igénybevételi adatok:

- $F = 50 \text{ kN}$
- $Q_0 = 25 \text{ kN}$  – a kezdeti számítási pont nyíróerő értéke,
- $M_0 = 0 \text{ kNm}$  – a kezdeti számítási pont nyomaték értéke,
- $N_0 = -25 \text{ kN}$  – a kezdeti számítási pont normálerő értéke.

Fizikai jellemzők: (GL28h-nak felel meg az Eurocode szabvány szerint)

- $E_{\varphi i} = 13650 \text{ MPa}$  – a faanyag  $\varphi$  irányú (rostirányú) rugalmassági modulusa Rónai (1982) szerint,
- $E_{r i} = 789 \text{ MPa}$  – a faanyag  $r$  irányú (radiális) rugalmassági modulusa Rónai (1982) szerint,
- $\mu_{r\varphi i} = 0,023$  – a faanyag  $r$  irányú húzáskor a  $\varphi$  irányban fellépő méretesökkenés Poisson tényezője Rónai (1982) szerint,
- $G_{r\varphi i} = 573 \text{ MPa}$  – a faanyag  $r\varphi$  síkhoz tartozó nyíró rugalmassági modulusa Rónai (1982) szerint.

*Megoldás:*

Az eredményeket a 3.1.1. fejezetben leírtak szerint kaptuk meg.

A maximális nyíróerő keresztmetszetben a ragasztó rétegekben ébredő feszültségek maximumai:

$$\begin{aligned} \sigma_{rrmax} = \sigma_{rr5max} &= 0,0005 \text{ MPa} & \sigma_{rrmin} = \sigma_{rr16min} &= -0,0005 \text{ MPa} \\ \sigma_{\varphi\varphi max} = \sigma_{\varphi\varphi1max} &= -0,249 \text{ MPa} & \sigma_{\varphi\varphi min} = \sigma_{\varphi\varphi20min} &= -0,273 \text{ MPa} \end{aligned}$$

<sup>4</sup> A súlyponti sugár a keresztmetszetek súlypontját összekötő görbe.

$$\sigma_{r\varphi max} = \sigma_{r\varphi 10 max} = 0,391 \text{ MPa}$$

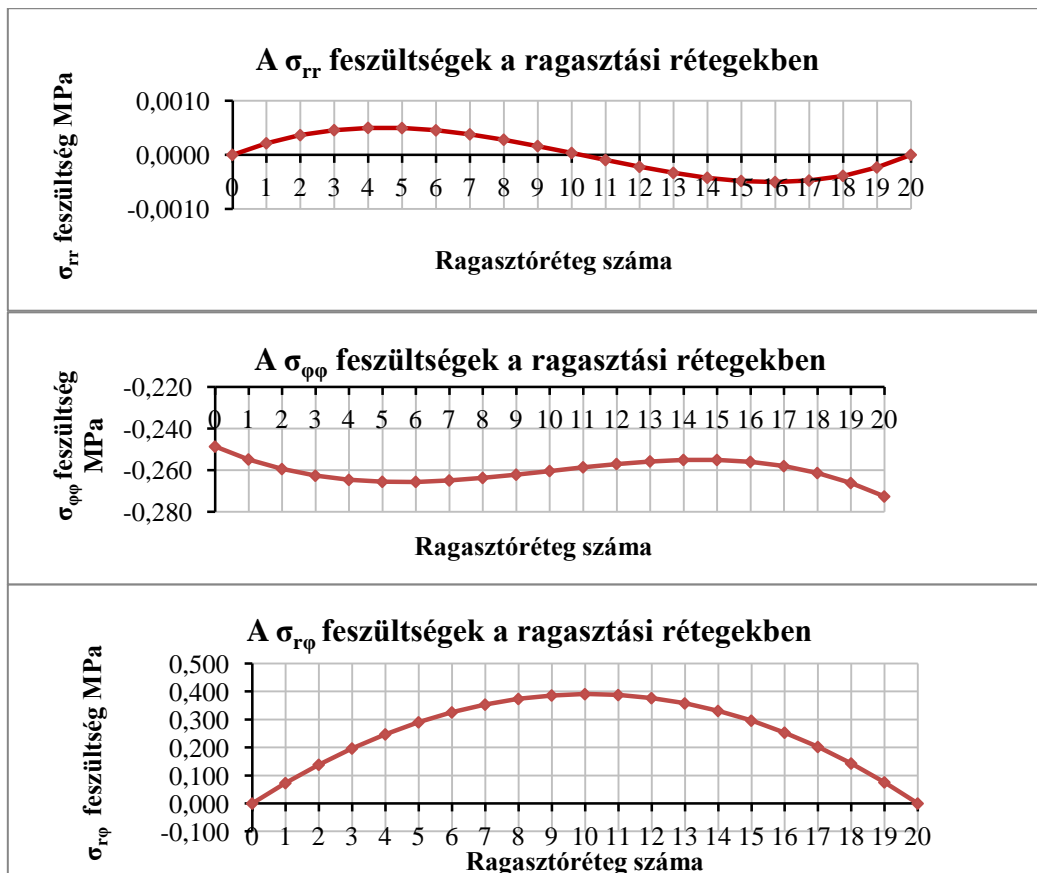
A maximális normálerő és nyomaték keresztmetszetben a ragasztó rétegekben ébredő feszültségek maximumai:

$$\sigma_{rr max} = \sigma_{rr 10 max} = -0,162 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\varphi\varphi max} = \sigma_{\varphi\varphi 1 max} = 31,80 \text{ MPa} \quad \sigma_{\varphi\varphi min} = \sigma_{\varphi\varphi 20 min} = -32,97 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{r\varphi max} = \sigma_{r\varphi imax} = 0 \text{ MPa}$$

A rétegeken belül is kiszámíthatjuk a külső terhelésből származó feszültségeket. Ezek eloszlását a 30. ábra és 31. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig az 21. táblázat és a 22. táblázat tartalmazza a függelékben.



**30. ábra** Húsz azonos tulajdonságú rétegből álló, körív alakú tartó külső terhelésből származó feszültségei a maximális nyíróerő keresztmetszetben (0. jelű keresztmetszet)

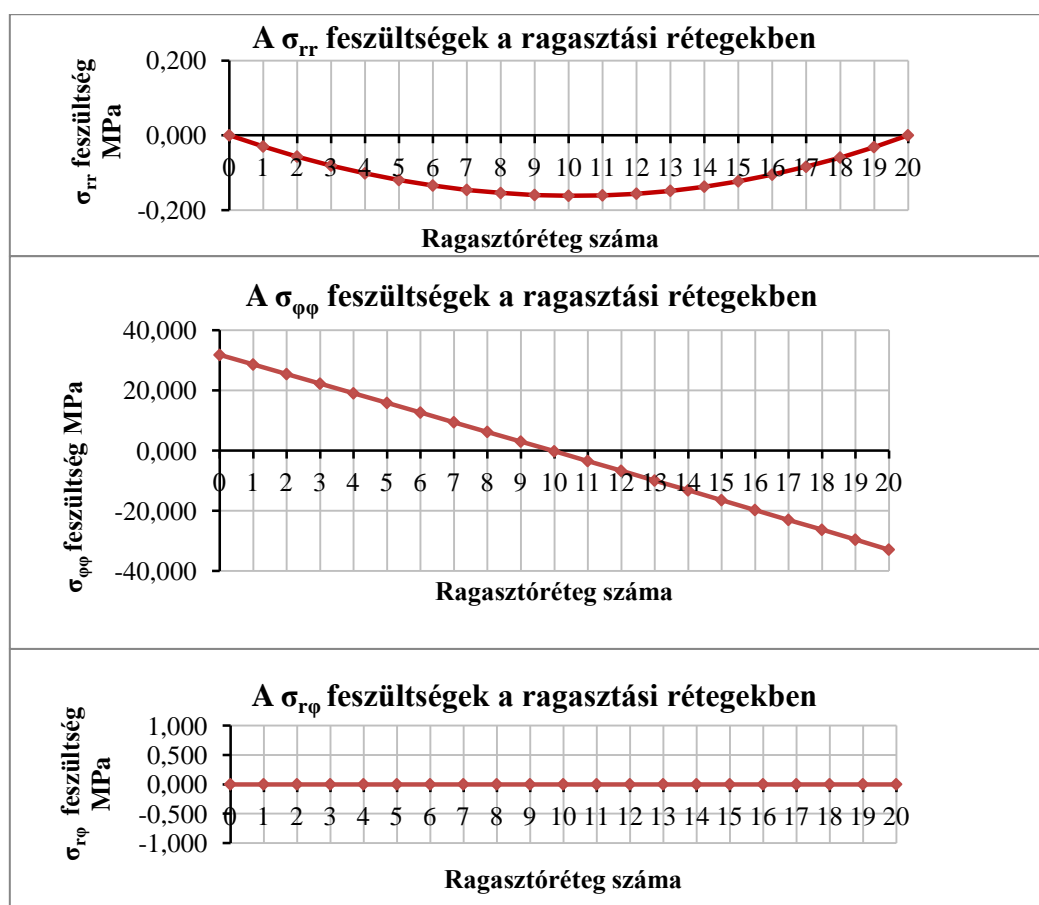
## 5.2 Egy félkörív alakú, 60 m fesztávú kombinált rétegelt-ragasztott tartó feszültségállapot mezeje a külső terhelés hatására

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú 60 m fesztávolságú, három csuklás tartó, külső terhelésből származó feszültségeit a mértékadó helyeken, ha a tartó közepén egy függőleges hatásvonalú koncentrált erőt működtetünk, melynek nagysága 50 kN.

Geometriai jellemzők:



- $h_i = 30 \text{ mm}$  – a lamella réteg vastagsága,
- $r_i$  – tartón belül tetszőlegesen felvett sugár (lamella réteghatárok),
- $R = 30000 \text{ mm}$  – a tartó keresztmetszet súlyponti sugara,
- $a = 29700 \text{ mm}$  – a tartó körív belső sugara,
- $b = 30300 \text{ mm}$  – a tartó körív legkülső sugara,
- $d = 160 \text{ mm}$  – tartó szélessége,
- $\varphi_i$  – a számolni kívánt keresztmetszeti hely szöge a kezdeti számítási ponttól. (a maximális nyírőerő helyén:  $\varphi_i = 0^\circ$ ; a maximális normálerő és nyomaték helyén:  $\varphi_i = 45^\circ$ )



31. ábra Húsz azonos tulajdonságú rétegből álló, körív alakú tartó külső terhelésből származó feszültségei a maximális normálerő és nyomaték keresztmetszetben

Igénybevételi adatok:

- $F = 50 \text{ kN}$
- $Q_0 = 25 \text{ kN}$  – a kezdeti számítási pont nyírőerő értéke,
- $M_0 = 0 \text{ kNm}$  – a kezdeti számítási pont nyomaték értéke,
- $N_0 = -25 \text{ kN}$  – a kezdeti számítási pont normálerő értéke.

Fizikai jellemzők: (GL28c-nek felel meg az Eurocode szabvány szerint)

- $E_{\varphi 1} = E_{\varphi 2} = E_{\varphi 3} = E_{\varphi 4} = E_{\varphi 17} = E_{\varphi 18} = E_{\varphi 19} = E_{\varphi 20} = 13650 \text{ MPa}$   
 $E_{\varphi 5} = E_{\varphi 6} = \dots = E_{\varphi 15} = E_{\varphi 16} = 10700 \text{ MPa}$  – a faanyag  $\varphi$  irányú (rostirányú) rugalmassági modulusa Rónai (1982) szerint,
- $E_{r1} = E_{r2} = E_{r3} = E_{r4} = E_{r17} = E_{r18} = E_{r19} = E_{r20} = 789 \text{ MPa}$   
 $E_{r5} = E_{r6} = \dots = E_{r15} = E_{r16} = 710 \text{ MPa}$  – a faanyag  $r$  irányú (radiális) rugalmassági modulusa Rónai (1982) szerint,
- $\mu_{r\varphi i} = 0,023$  – a faanyag  $r$  irányú húzáskor a  $\varphi$  irányban fellépő méretcsökkenés Poisson tényezője Rónai (1982) szerint,
- $G_{r\varphi 1} = G_{r\varphi 2} = G_{r\varphi 3} = G_{r\varphi 4} = G_{r\varphi 17} = G_{r\varphi 18} = G_{r\varphi 19} = G_{r\varphi 20} = 573 \text{ MPa}$
- $G_{r\varphi 5} = G_{r\varphi 6} = \dots = G_{r\varphi 15} = G_{r\varphi 16} = 500 \text{ MPa}$  – a faanyag  $r\varphi$  síkhoz tartozó nyíró rugalmassági modulusa Rónai (1982) szerint.

Megoldás:

Az eredményeket a 3.1.1. fejezetben leírtak szerint kaptuk meg.

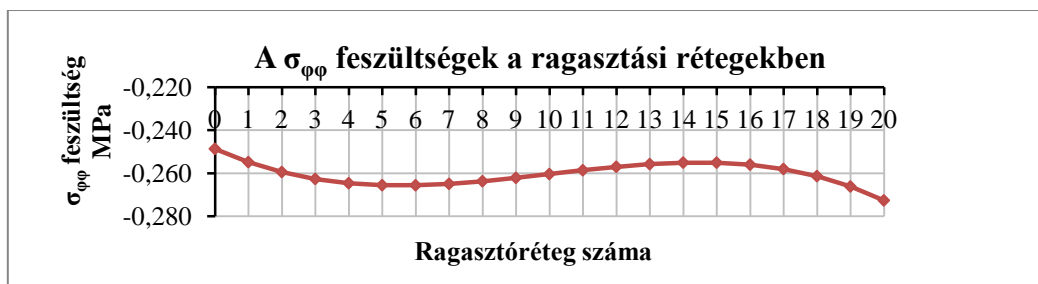
A ragasztó rétegekben ébredő feszültségek maximumai:

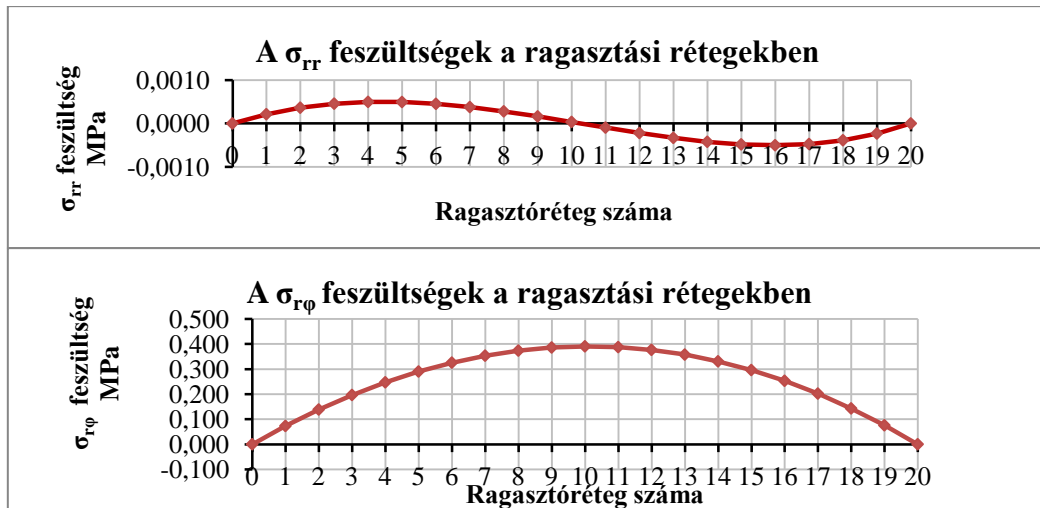
$$\begin{aligned} \sigma_{rrmax} = \sigma_{rr5max} &= 0,0005 \text{ MPa} & \sigma_{rrmin} = \sigma_{rr16min} &= -0,0005 \text{ MPa} \\ \sigma_{\varphi\varphi max} = \sigma_{\varphi\varphi 1max} &= -0,249 \text{ MPa} & \sigma_{\varphi\varphi min} = \sigma_{\varphi\varphi 20min} &= -0,273 \text{ MPa} \\ \sigma_{r\varphi max} = \sigma_{r\varphi 10max} &= 0,391 \text{ MPa} \end{aligned}$$

A maximális normálerő és nyomaték keresztmetszetben a ragasztó rétegekben ébredő feszültségek maximumai:

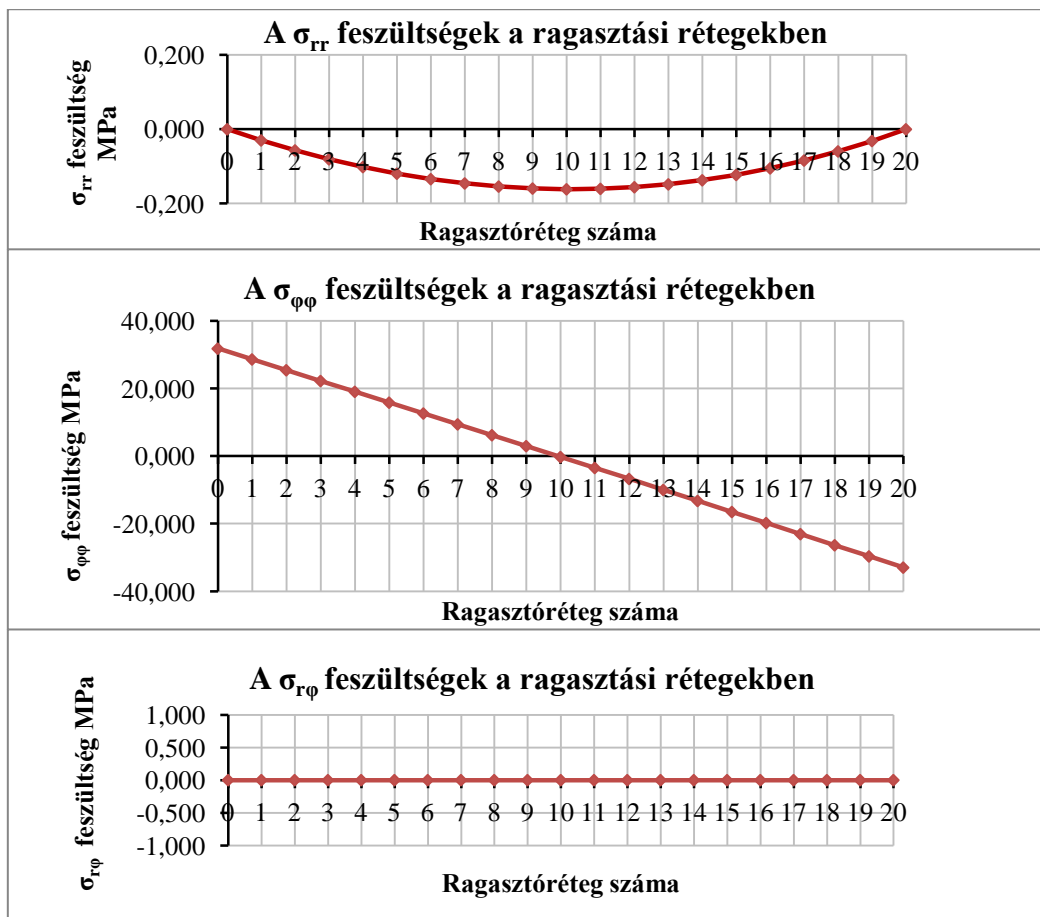
$$\begin{aligned} \sigma_{rrmax} = \sigma_{rr10max} &= -0,162 \text{ MPa} \\ \sigma_{\varphi\varphi max} = \sigma_{\varphi\varphi 1max} &= 31,80 \text{ MPa} & \sigma_{\varphi\varphi min} = \sigma_{\varphi\varphi 20min} &= -32,97 \text{ MPa} \\ \sigma_{r\varphi max} = \sigma_{r\varphi imax} &= 0 \text{ MPa} \end{aligned}$$

A rétegeken belül is kiszámíthatjuk a külső terhelésből származó feszültségeket. Ezek eloszlását a 32. ábra és 33. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig az 23. táblázat és a 24. táblázat tartalmazza a függelékben.





32. ábra Húsz különböző fizikai tulajdonságú rétegből álló, körív alakú tartó külső terhelésből származó feszültségei a maximális nyíróerő keresztmetszetben



33. ábra Húsz különböző fizikai tulajdonságú rétegből álló, körív alakú tartó külső terhelésből származó feszültségei a maximális normál- és nyomaték keresztmetszetben

### 5.3 A példából levonható általános következtetések

Összehasonlítva a két feladatot – ugyanolyan makro-geometria, és statikai váz esetén – azt láthatjuk, hogy a külső terhelésekből keletkező feszültségek a (közel) azonos fizikai tulajdonságú lamellákból álló és a kombinált tartó esetében nem változnak. Ebből a két feladat-

ból az is megállapítható, hogy a külső terhekre való méretezés során az Eurocode szabályozása a tartó kialakításban követi a statikai és szilárdságtani szemléletet, hiszen a kombinált tartók esetében szigorúan előírja, milyen szilárdságú faanyag párosítható, és milyen geometriai kialakítással (pl: GL28c tartó C24 és C30-as szilárdságú lamellákból állítható elő. A felső és az alsó rétegekben kell elhelyezni a nagyobb szilárdságú lamellákat, a tartó magasság hatod részében, ami minimum 2 lamella kell, hogy legyen, és a köztes rétegek lehetnek a kisebb szilárdságú lamellák.). A kombinált felépítésű rétegelt-ragasztott tartó ilyen módon lehetővé teszi, hogy nagy teherbírású tartó készüljön kisebb szilárdságú anyag felhasználásával (bár a faanyag szilárdságát előre meg kell határozni valamilyen roncsolás mentes eljárással, nehogy véletlenül túl alacsony minőségű lamella kerüljön a tartóba, mert az az egész szerkezet teherbírását gyengíti). A kombinált keresztmetszet nagyobb technológiai fegyelmet kíván ugyan, az alacsonyabb szilárdságú faanyag felhasználhatósága mégis gazdaságosabbá teheti a ragasztott tartók alkalmazását. Ugyanakkor a von Roth-féle, anizotrop alapon nyugvó számítás elvileg lehetővé teszi, hogy szinte tetszőlegesen válogassuk a lamellákat egymás mellé (természetesen az alapvető mechanikai szemléletnek megfelelően), s ezzel az EURUCODE előírásánál összetettebb keresztmetszetű tartót készítsünk (a von Roth-féle számítás teljesen tetszőleges lamella választást tesz lehetővé). Gyakorlatilag annak sincs akadálya, hogy akár három féle fafajból (vagy szilárdságból) válogassuk a lamellákat. Megfelelő elhelyezés mellett a külső terhelésből származó feszültségeloszlást a lamellák anyagának szilárdsága jól követheti, s így jobb anyagkihasználás érhető el. A háromféle lamellából álló tartó gyártásánál szükséges nagyobb fegyelmet a technológia is teljesíteni tudja. Később látni fogjuk, hogy a kombinált tartóban keletkező egyéb sajátfeszültségek számítását az elmélet jól modellezi. A von Roth-féle anizotrop alapon működő számítás lehetővé teszi, hogy ne csak a faanyag ortotrop jellegét vegyük figyelembe, de a tartó görbületi sugarára, ill. az  $R/H$  viszony nagyságára nézve se legyenek korlátozásaink. A viszonyszám konkrét értékétől függetlenül mindig ugyanazokat a kifejezéseket kell használnunk. Tehát a szabványok többségében előírt  $R/H = 200$  határértékre nem kell odafigyelünk.

## **6 Példák az íves rétegelt-ragasztott faszerkezetek gyártási feszültségeinek meghatározására**

### **6.1 Egy $R/H = 180$ viszonyszámnak megfelelő rétegelt-ragasztott íves fatartó ( $h_i = 30$ mm) gyártási feszültségállapot-mezőjének meghatározása**

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó gyártási sajátfeszültségeit.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30 \text{ mm}$  – a lamellák vastagsága
- $b = 160 \text{ mm}$  – szélessége
- $R_1 = 108\,270 \text{ mm}$  – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 20 \text{ db}$  – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28h-nak felel meg)

- $E_i = 13650 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok

Tehát egy olyan körív alakú tartóról van szó, amely 20 rétegből áll és a rétegek geometriai, fizikai tulajdonságai megegyeznek.

*Megoldás*

Az eredményeket a 3.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A lamella felső szálai húzottak, alsó szálai nyomottak lesznek, pl:

$$\sigma_{zz1(\text{felül})} = 1,80 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zz1(\text{alul})} = -1,98 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zz20(\text{felül})} = 1,99 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zz20(\text{alul})} = -1,81 \text{ MPa}$$

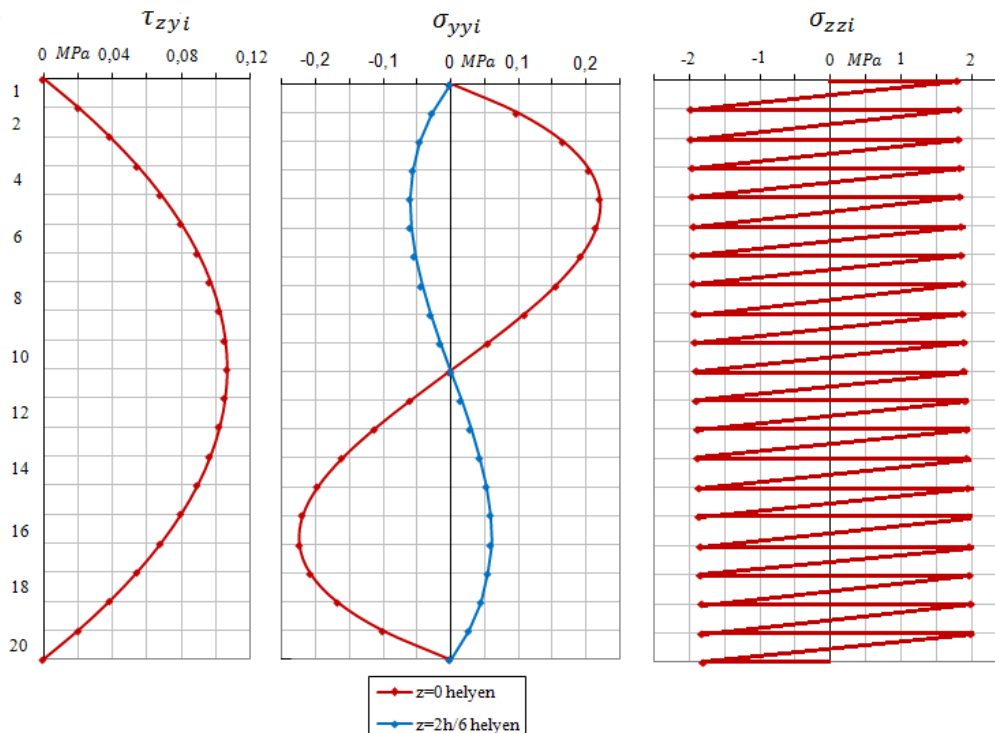
A ragasztó rétegekben ébredő nyíró- és normálfeszültség maximumai:

$$\tau_{\max} = \tau_{10\max} = 0,107 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{yy\max} = \sigma_{yy4\max} = 0,221 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{yy\min} = \sigma_{yy16\min} = -0,223 \text{ MPa}$$

A rétegekben belül is kiszámíthatjuk a gyártás során keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 34. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig az 25. táblázat tartalmazza a függelékben.



**34. ábra** Húsz azonos tulajdonságú rétegből álló, körív alakú ( $R/H=180$ ) tartó gyártási feszültségei (6.1 példa)

## 6.2 Egy $R/H = 220$ viszonyszámnak megfelelő rétegelt-ragasztott íves fatartó ( $h_i = 30$ mm) gyártási feszültségállapot-mezőjének meghatározása

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó gyártási sajátfeszültségeit.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30$  mm – a lamellák vastagsága
- $b = 160$  mm – szélessége
- $R_1 = 132\,270$  mm – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 20$  db – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28h-nak felel meg)

- $E_i = 13650$  MPa – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok

Tehát egy olyan körív alakú tartóról van szó, amely 20 rétegből áll és a rétegek geometriai, fizikai tulajdonságai megegyeznek.

*Megoldás*

Az eredményeket a 3.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A lamella felső szálai húzottak, alsó szálai nyomottak lesznek, pl:

$$\begin{aligned}\sigma_{zz1(felül)} &= 1,47 \text{ MPa} & \sigma_{zz1(alul)} &= -1,62 \text{ MPa} \\ \sigma_{zz20(felül)} &= 1,62 \text{ MPa} & \sigma_{zz20(alul)} &= -1,48 \text{ MPa}\end{aligned}$$

A ragasztó rétegekben ébredő nyíró- és normálfeszültség maximumai:

$$\begin{aligned}\tau_{max} = \tau_{10max} &= 0,087 \text{ MPa} & \sigma_{yymax} = \sigma_{yy4max} &= 0,181 \text{ MPa} \\ \sigma_{yymin} = \sigma_{yy16min} &= -0,183 \text{ MPa}\end{aligned}$$

A rétegeken belül is kiszámíthatjuk a gyártás során keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 35. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig a 27. táblázat tartalmazza a függelékben.

## 6.3 Egy $R/H = 50$ viszonyszámnak megfelelő homogén rétegelt-ragasztott íves fatartó ( $h_i = 30$ mm) gyártási sajátfeszültség-állapotmezejének meghatározása

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó gyártási sajátfeszültségeit.

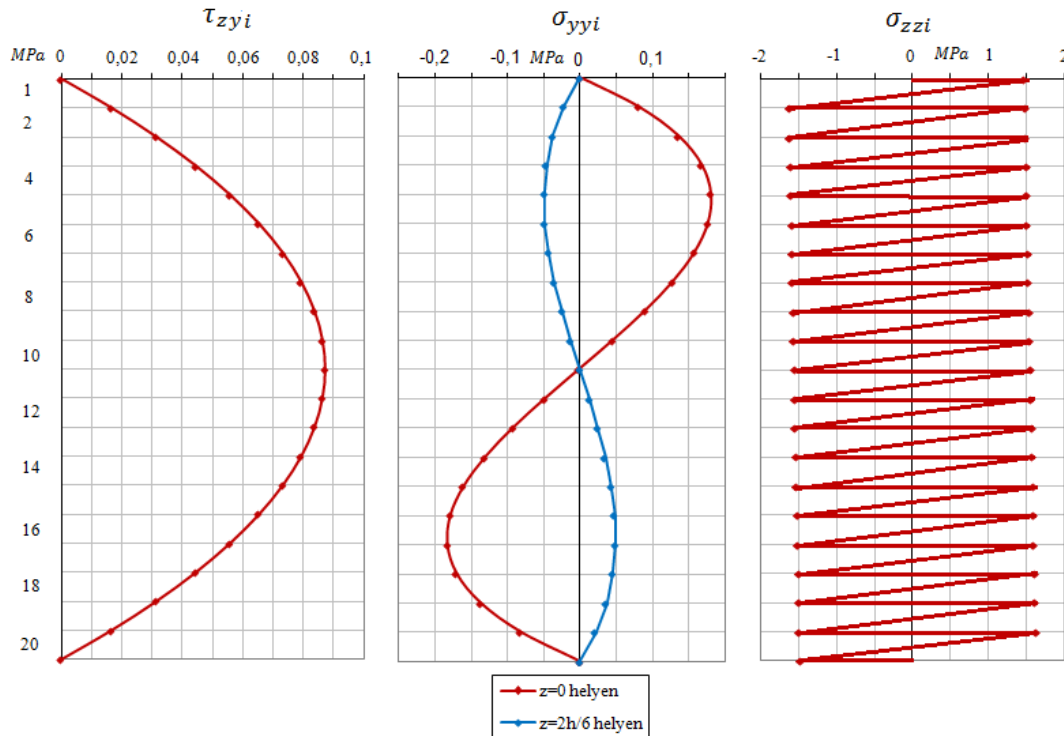
Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30$  mm – a lamellák vastagsága
- $b = 160$  mm – szélessége
- $R_1 = 30270$  mm – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 20$  db – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28h-nak felel meg)

- $E_i = 13650 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok

Tehát egy olyan körív alakú tartóról van szó, amely 20 rétegből áll és a rétegek geometriai, fizikai tulajdonságai megegyeznek.



35. ábra Húsz azonos tulajdonságú rétegből álló, körív ( $R/H=220$ ) alakú tartó gyártási feszültségei (6.2 példa)

Megoldás

Az eredményeket a 3.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A lamella felső szálai húzottak, alsó szálai nyomottak lesznek, pl:

$$\sigma_{zz1(felül)} = 6,42 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zz1(alul)} = -7,07 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zz20(felül)} = 7,20 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zz20(alul)} = -6,55 \text{ MPa}$$

A ragasztó rétegekben ébredő nyíró- és normálfeszültség maximumai:

$$\tau_{max} = \tau_{10max} = 0,384 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{yymax} = \sigma_{yy4max} = 0,787 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{yymin} = \sigma_{yy16min} = -0,814 \text{ MPa}$$

A rétegeken belül is kiszámíthatjuk a gyártás során keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 36. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig a 28. táblázat tartalmazza a függelékben.

#### 6.4 Egy $R/H = 50$ viszonyszámnak megfelelő homogén rétegelt-ragasztott íves fatartó ( $h_i = 10 \text{ mm}$ ) gyártási feszültségállapot-mezőjének meghatározása

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó gyártási sajátfeszültségeit.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 10 \text{ mm}$  – a lamellák vastagsága
- $b = 160 \text{ mm}$  – szélessége
- $R_1 = 30290 \text{ mm}$  – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 60 \text{ db}$  – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28h-nak felel meg)

- $E_i = 13650 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok

Tehát egy olyan körív alakú tartóról van szó, amely 60 rétegből áll és a rétegek geometriai, fizikai tulajdonságai megegyeznek.

*Megoldás*

Az eredményeket a 3.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A lamella felső szálai húzottak, alsó szálai nyomottak lesznek, pl:

$$\sigma_{zz1(\text{felül})} = 2,215 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zz1(\text{alul})} = -2,290 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zz60(\text{felül})} = 2,335 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zz50(\text{alul})} = -2,260 \text{ MPa}$$

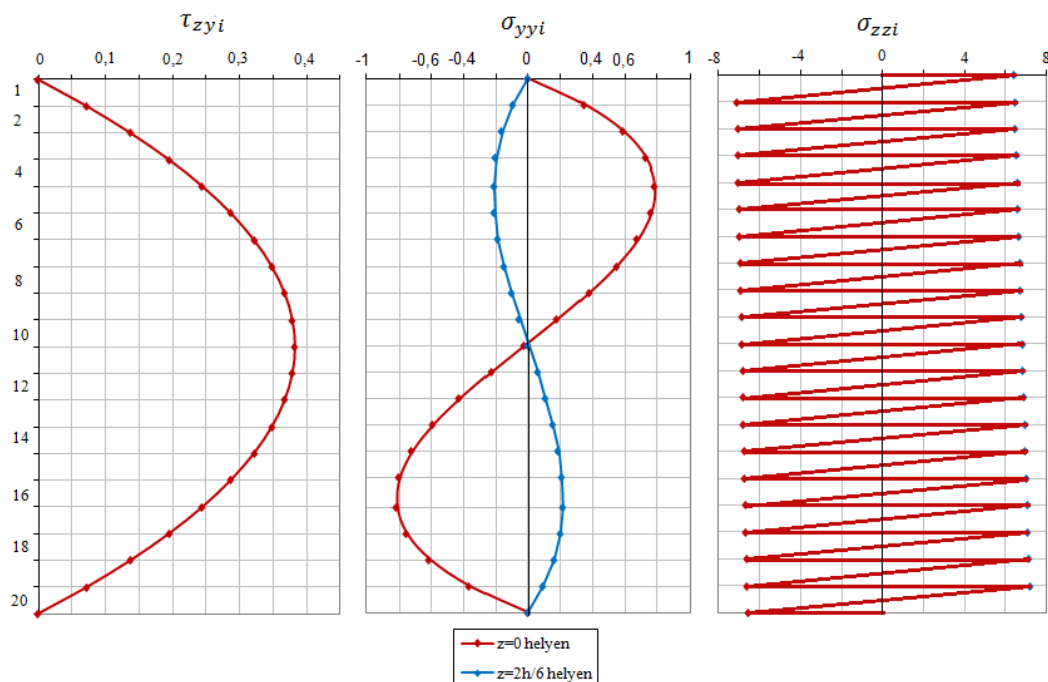
A ragasztó rétegekben ébredő nyíró- és normálfeszültség maximumai:

$$\tau_{\max} = \tau_{30\max} = 0,043 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{yy\max} = \sigma_{yy13\max} = 0,088 \text{ MPa}$$

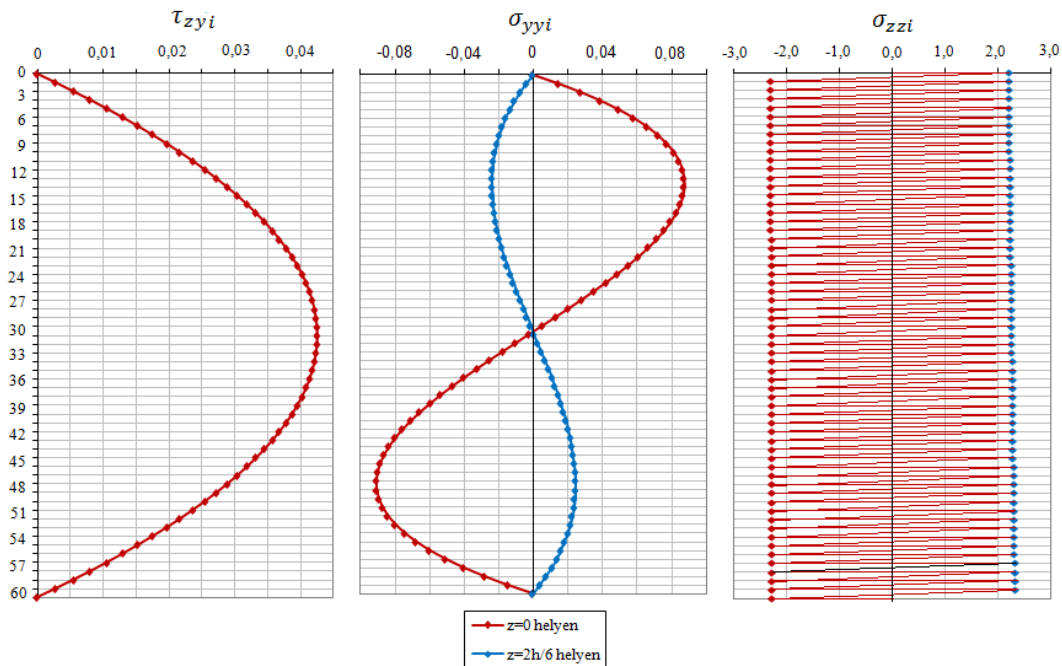
$$\sigma_{yy\min} = \sigma_{yy47\min} = -0,091 \text{ MPa}$$

A rétegekben belül is kiszámíthatjuk a gyártás során keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 37. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig a 29. táblázat tartalmazza a függelékben.



**36. ábra** Húsz azonos tulajdonságú rétegből álló, körív alakú tartó gyártási feszültségei (6.3példa)





37. ábra Hatvan azonos tulajdonságú rétegből álló, körív alakú tartó gyártási feszültségei (6.4 példa)

### 6.5 Egy $R/H = 50$ viszonyszámnak megfelelő kombinált rétegelt-ragasztott íves fatartó ( $h_i = 30$ mm) gyártási sajátfeszültség-állapotmezejének meghatározása

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó gyártási sajátfeszültségeit.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30$  mm – a lamellák vastagsága
- $b = 160$  mm – szélessége
- $R_1 = 30270$  mm – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 20$  db – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28c-nek felel meg, a felső és az alsó lamellák nagyobb rugalmassági modulusú lucfenyő)

- $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E_{17} = E_{18} = E_{19} = E_{20} = 13650$  MPa  
 $E_5 = E_6 = \dots = E_{15} = E_{16} = 10700$  MPa – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok

Megoldás

Az eredményeket a 3.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A lamella felső szálai húzottak, alsó szálai nyomottak lesznek, pl:

$$\sigma_{zz1(felül)} = 6,45 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zz1(alul)} = -7,04 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zz20(felül)} = 7,17 \text{ MPa}$$

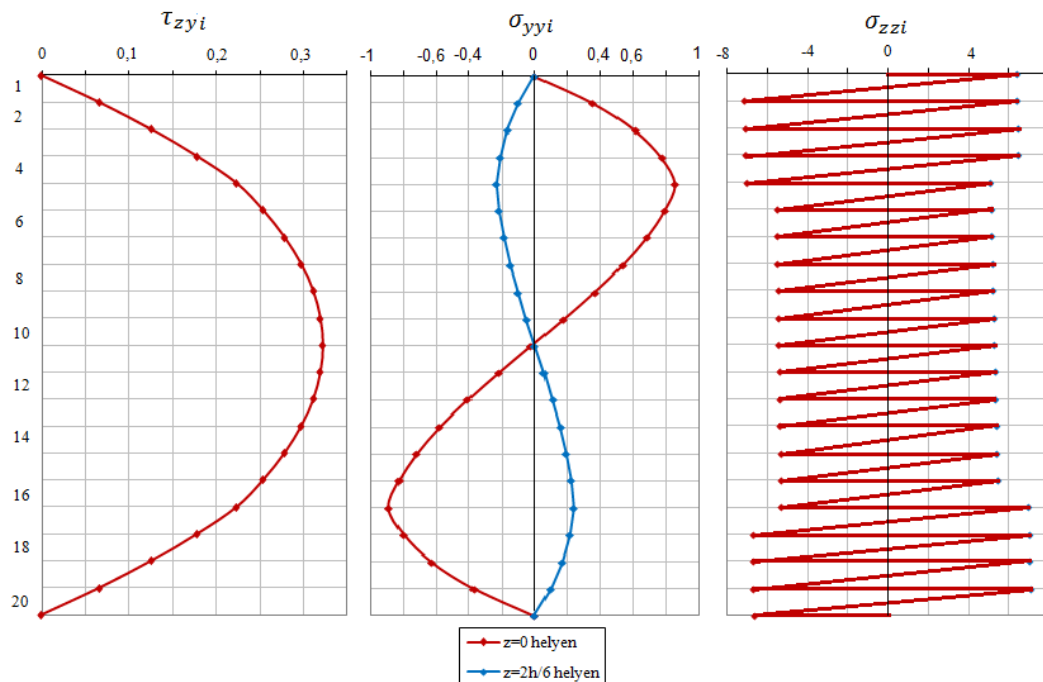
$$\sigma_{zz20(alul)} = -6,58 \text{ MPa}$$

A ragasztó rétegekben ébredő nyíró- és normálfeszültség maximumai:

$$\tau_{max} = \tau_{10max} = 0,323 \text{ MPa} \quad \sigma_{yymax} = \sigma_{yy4max} = 0,863 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{yymin} = \sigma_{yy16min} = -0,889 \text{ MPa}$$

A rétegeken belül is kiszámíthatjuk a gyártás során keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 38. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig 30. táblázat tartalmazza a függelékben.



**38. ábra** Hús, különböző fizikai tulajdonságú rétegből álló, körív alakú tartó gyártási feszültségei (6.5példa)

## 6.6 A számpéldák alapján kapott eredmények általánosítása

A példákban levonható legfontosabb megállapítás, hogy a gyártási és a külső terhelésből származó feszültségek összemérhetők. Sokszor azonos nagyságrendűek, tehát a gyártási feszültségeket mindenképpen figyelembe kell venni a tartók erőtani méretezése során.

A 6.1 és a 6.2-es feladatban az  $R/H$  arányát vizsgáltuk, csak a feszítávolság, azaz görbületi sugár változtatásával milyen ugrásszerű változást tapasztalhatunk, ha egy kicsivel a 200-as arány alatt és felett is számolunk feszültségeket. Az első esetben az  $R/H$  aránya éppen 180 a második esetben pedig 220. A két példa megoldása során a nagyobb arányhoz nagyobb feszültségek tartoznak, de nincs nagyságrendi eltérés a két eset között, mint ahogy azt vártuk volna.

A 6.3 és a 6.4-es példa összehasonlításából azt láthatjuk, hogy a két feladat csak abban különbözött egymástól, hogy a lamella vastagságot változtattuk (Az első esetben 30 mm-es a második esetben 10 mm volt a lamella vastagság). Az eredményekből egyértelműen láthatjuk, hogy a vékonyabb lamellából álló tartó kedvezőbb, mint a vastag lamellás. A rost-

iránnyal párhuzamos feszültségek több mint háromszor, a rostra merőleges feszültségek és a nyíró feszültségek majdnem egy nagyságrenddel nagyobbak a vastag lamellából álló keresztmetszetű tartó estén. Ezek az eredmények bizonyítják, hogy a vékony lamellás tartók gyártása könnyebb és biztonságosabb, – még ha gyártásuk némiképp költségesebb is – kisebb eséllyel válnak szét a lamellák közvetlenül a sablonból való kivétel után.

A 6.3 és a 6.5-ös példa csak a tartó homogenitásában különbözik. Az egyik tartó homogén, a másik pedig kombinált tartóként lett kialakítva. A kombinált tartónál látható, hogy a nagyobb rugalmasságú modulusú, azaz merevebb lamellák nagyobb rostirányú normál feszültséget vesznek fel, mint a kevésbé merev középsők. Ez nem is baj, hiszen a merevebb faanyag rostokkal párhuzamos szilárdsága is feltehetően nagyobb, mint a kisebb rugalmassági modulusú faanyagé. A nyírófeszültségek eloszlásában a méretezést érintő jelentős különbség nincs. A rostra merőleges normál feszültség értékek sem térnek el jelentősen egymástól, ám a normál feszültségek maximumai az átmenetek (4., 5. és a 15., 16. lamella) környezetében jelentősek, és a rostokra merőleges felszakadás veszélye közvetlen a sablonból való kivétel után ezeknél a vegyes, eltérő rugalmassági modulusú íves tartóknál nagyobb. Ez a jelenség is a ragasztási technológia helyes betartására figyelmeztet minket.

A példákban jól érzékelhető, hogy a gyártási saját feszültségeket nem annyira a görbületi sugár, hanem a lamella vastagság befolyásolja. Látható az is, hogy az  $R/H = 200$ -as aránynak már nincs akkora jelentősége azzal, hogy a gyártási feszültségeket a görbületi sugár ismeretében minden konkrét esetben számíthatjuk.

A megoldott példák is érzékeltetik, hogy az íves tartók esetében a gyártásnál jelentős feszültségek keletkeznek, amiket nem hanyagolhatunk el a tartók tervezése során.

## 7 A klimatikus változások hatására fellépő saját feszültség-állapotmezők számítása

### 7.1 Egy egyenes tengelyű homogén rétegelt-ragasztott fa tartógerenda ( $h_i = 30 \text{ mm}$ , $n = 20 \text{ db}$ , $L = 60 \text{ m}$ ) saját feszültség-állapotmezőjének meghatározása, ha a gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó klimatikus saját feszültségeit, ha gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30 \text{ mm}$  – a lamellák vastagsága
- $b = 160 \text{ mm}$  – szélessége

- $R_1 = \infty \text{ mm}$  – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 20 \text{ db}$  – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28h-nak felel meg)

- $E_i = 13650 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok
- $\beta_{LLi} = 0,0002 \frac{1}{\%}$  – zsugorodási-dagadási együttható

Klimatikus adatok:

- a nedvességtartalom:

$$u_{K5} = 22 \% \quad u_{K1-4} = u_{K6-20} = 12 \% \quad \Delta u_{Ki} = 0 \%$$

$$u_{Vi} = 12 \% \quad \Delta u_{Vi} = 0 \%$$

Megoldás

Az eredményeket a 3.2.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A rostokkal párhuzamos normálfeszültség maximumai:

$$\sigma_{zzmax} = \sigma_{zz5max} = 24,809 \text{ MPa} \quad \sigma_{zzmin} = \sigma_{zz1min} = -3,617 \text{ MPa}$$

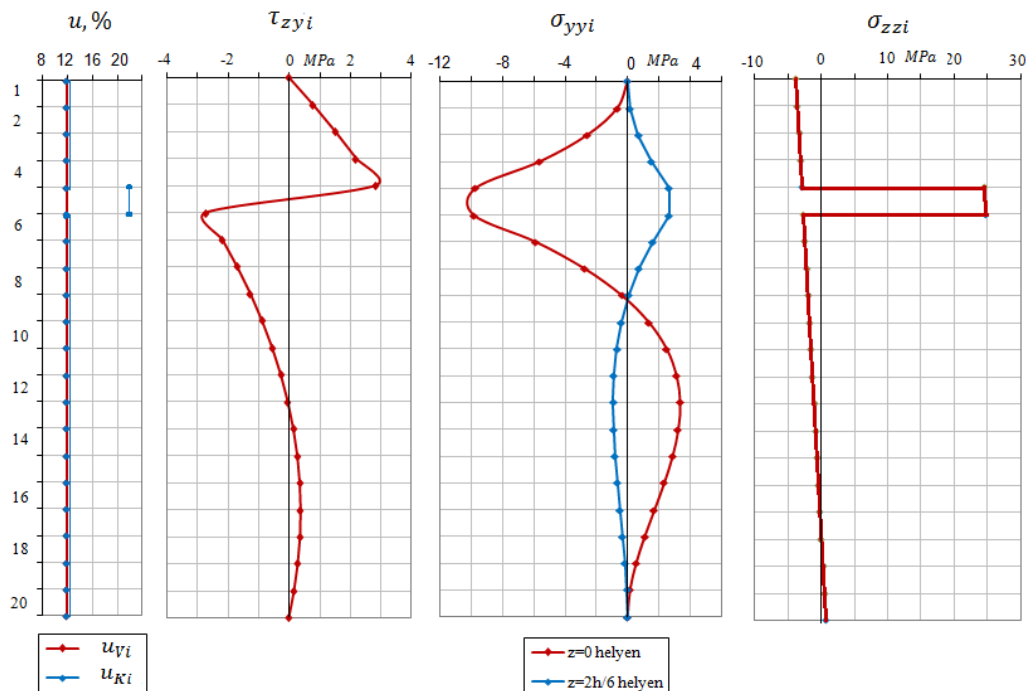
A ragasztó rétegekben ébredő nyírófeszültség maximumai:

$$\tau_{max}^+ = \tau_{4max}^+ = 2,847 \text{ MPa} \quad \tau_{max}^- = \tau_{5max}^- = -2,704 \text{ MPa}$$

A rostirányra merőleges normálfeszültségek szélsőértékei:

$$\sigma_{yymax} = \sigma_{yy12max} = 3,361 \text{ MPa} \quad \sigma_{yymin} = \sigma_{yy5min} = -9,854 \text{ MPa}$$

A rétegekben belül is kiszámíthatjuk a klimatikus hatásokból keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 39. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig a 31. táblázat tartalmazza a függelékben.



39. ábra A húsz rétegből álló homogén, egyenes tengelyű tartó klimatikus feszültségei (7.1 példa)

**7.2 Egy körív alakú homogén rétegelt-ragasztott fa tartógerenda ( $h_i = 30 \text{ mm}$ ,  $n = 20 \text{ db}$ ,  $L = 60 \text{ m}$ ) sajátfeszültség-állapotmezejének meghatározása, ha a gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik**

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó klimatikus sajátfeszültségeit, ha gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30 \text{ mm}$  – a lamellák vastagsága
- $b = 160 \text{ mm}$  – szélessége
- $R_1 = 30270 \text{ mm}$  – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 20 \text{ db}$  – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28h-nak felel meg)

- $E_i = 13650 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok
- $\beta_{LLi} = 0,0002 \frac{1}{\%}$  – zsugorodási-dagadási együttható

Klimatikus adatok:

- a nedvességtartalom:

$$\begin{aligned} u_{K5} &= 22 \% & u_{K1-4} &= u_{K6-20} = 12 \% & \Delta u_{Ki} &= 0 \% \\ u_{Vi} &= 12 \% & \Delta u_{Vi} &= 0 \% \end{aligned}$$

*Megoldás*

Az eredményeket a 3.2.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A rostokkal párhuzamos normálfeszültség maximumai:

$$\sigma_{zzmax} = \sigma_{zz5max} = 24,809 \text{ MPa} \quad \sigma_{zzmin} = \sigma_{zz1min} = -3,617 \text{ MPa}$$

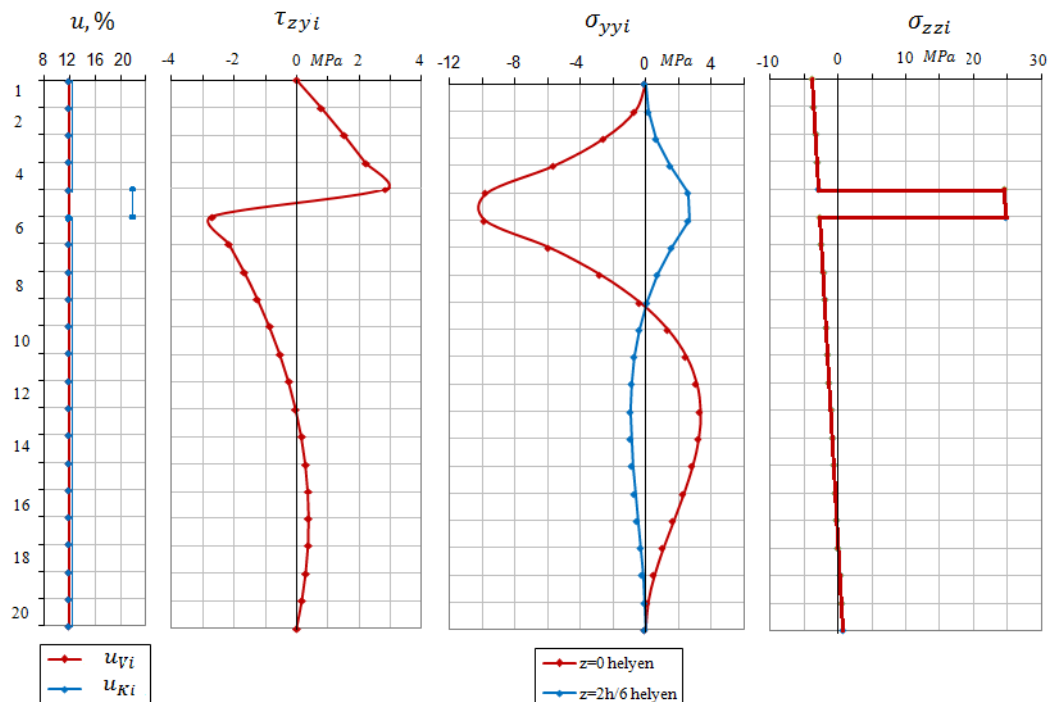
A ragasztó rétegekben ébredő nyírófeszültség maximumai:

$$\tau_{max}^+ = \tau_{4max}^+ = 2,847 \text{ MPa} \quad \tau_{max}^- = \tau_{5max}^- = -2,704 \text{ MPa}$$

A rostirányra merőleges normálfeszültségek szélsőértékei:

$$\sigma_{yymax} = \sigma_{yy12max} = 3,361 \text{ MPa} \quad \sigma_{yymin} = \sigma_{yy5min} = -9,845 \text{ MPa}$$

A rétegeken belül is kiszámíthatjuk a klimatikus hatásokból keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 40. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig a 32. táblázat tartalmazza a függelékben.



40. ábra A hús rétegből álló homogén, körív alakú tartó klimatikus feszültségei (7.2 példa)

**7.3 Egy körív alakú homogén rétegelt-ragasztott fa tartógerenda ( $h_i = 10 \text{ mm}$ ,  $n = 60 \text{ db}$ ,  $L = 60 \text{ m}$ ) sajátfeszültség-állapotmezijének meghatározása, ha a gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik**

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó klimatikus sajátfeszültségeit, ha gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 10 \text{ mm}$  – a lamellák vastagsága
- $b = 160 \text{ mm}$  – szélessége
- $R_1 = 30290 \text{ mm}$  – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 60 \text{ db}$  – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28h-nak felel meg)

- $E_i = 13650 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok
- $\beta_{LLi} = 0,0002 \frac{1}{\%}$  – zsugorodási-dagadási együttható.

Klimatikus adatok:

- a nedvességtartalom:

$$u_{K5} = 22 \%$$

$$u_{K1-4} = u_{K6-60} = 12 \%$$

$$\Delta u_{Ki} = 0 \%$$

$$u_{Vi} = 12 \% \quad \Delta u_{Vi} = 0 \%$$

Megoldás

Az eredményeket a 3.2.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A feszültségeloszlást a 41. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig a 33. táblázat tartalmazza a függelékben.

A rostokkal párhuzamos normálfeszültség maximumai:

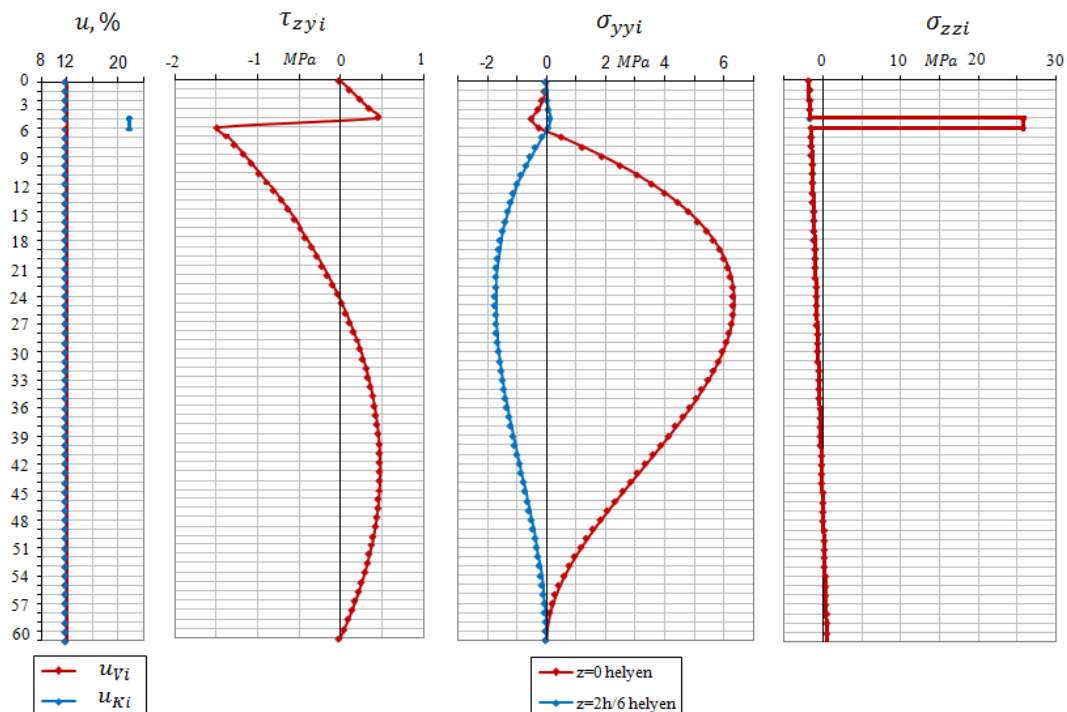
$$\sigma_{zzmax} = \sigma_{zz5max} = 25,878 \text{ MPa} \quad \sigma_{zzmin} = \sigma_{zz1min} = -1,615 \text{ MPa}$$

A ragasztó rétegekben ébredő nyírófeszültség maximumai:

$$\tau_{max}^+ = \tau_{42max}^+ = 0,482 \text{ MPa} \quad \tau_{max}^- = \tau_{5max}^- = -1,476 \text{ MPa}$$

A rostirányra merőleges normálfeszültségek szélsőértékei:

$$\sigma_{yymax} = \sigma_{yy34max} = 6,361 \text{ MPa} \quad \sigma_{yymin} = \sigma_{yy34min} = -1,722 \text{ MPa}$$



41. ábra A hatvan rétegből álló homogén, körív alakú tartó klimatikus feszültségei (7.3. példa)

#### 7.4 Egy körív alakú kombinált rétegelt-ragasztott fa tartógerenda ( $h_i = 30 \text{ mm}$ , $n = 20 \text{ db}$ , $L = 60 \text{ m}$ ) sajátfeszültség-állapotmezijének meghatározása, ha a gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó klimatikus sajátfeszültségeit, ha gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt ki-

egyenlítődik. A példa a fegyelmezetlen technológiát kívánja modellezni, ahol vagy tökéletlen a szárítás, vagy a lamellák túl sokat hánykolódtak zárt helyen a szárítás után.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30 \text{ mm}$  – a lamellák vastagsága
- $b = 160 \text{ mm}$  – szélessége
- $R_1 = 30270 \text{ mm}$  – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 20 \text{ db}$  – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28c-nek felel meg, a felső és az alsó lamellák nagyobb rugalmassági modulusú lucfenyő)

- $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E_{17} = E_{18} = E_{19} = E_{20} = 13650 \text{ MPa}$   
 $E_5 = E_6 = \dots = E_{16} = 10700 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok
- $\beta_{LLi} = 0,0002 \frac{1}{\%}$  – zsugorodási-dagadási együttható

Klimatikus adatok:

- a nedvességtartalom:

$$\begin{aligned} u_{K5} &= 22 \% & u_{K1-4} &= u_{K6-20} = 12 \% & \Delta u_{Ki} &= 0 \% \\ u_{Vi} &= 12 \% & \Delta u_{Vi} &= 0 \% \end{aligned}$$

*Megoldás*

Az eredményeket a 3.2.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A rostokkal párhuzamos normálfeszültség maximumai:

$$\sigma_{zzmax} = \sigma_{zz5max} = 19,71 \text{ MPa} \quad \sigma_{zzmin} = \sigma_{zz1min} = -3,081 \text{ MPa}$$

A ragasztó rétegekben ébredő nyírófeszültség maximumai:

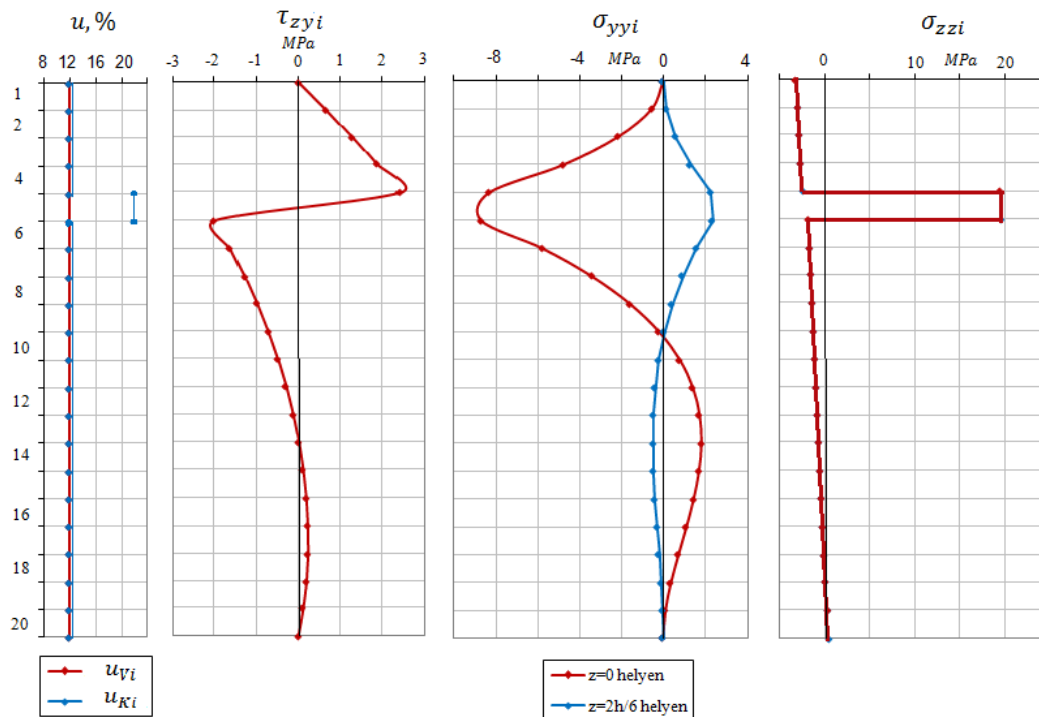
$$\tau_{max}^+ = \tau_{4max}^+ = 2,437 \text{ MPa} \quad \tau_{max}^- = \tau_{5max}^- = -1,977 \text{ MPa}$$

A rostirányra merőleges normálfeszültségek szélsőértékei:

$$\sigma_{yymax} = \sigma_{yy4max} = 2,351 \text{ MPa} \quad \sigma_{yymin} = \sigma_{yy5min} = -8,687 \text{ MPa}$$

A rétegekben belül is kiszámíthatjuk a klimatikus hatásokból keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 42. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig a 34. táblázat tartalmazza a függelékben.





42. ábra A húsz rétegből álló kombinált, körív alakú tartó klimatikus feszültségei (7.4példa)

**7.5 Egy körív alakú kombinált rétegelt-ragasztott fa tartógerenda ( $h_i = 10 \text{ mm}$ ,  $n = 60 \text{ db}$ ,  $L = 60 \text{ m}$ ) sajátfeszültség-állapotmezejének meghatározása, ha a gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik**

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó klimatikus sajátfeszültségeit, ha gyártáskor az 5. lamella nedvességtartalma 10 %-kal nagyobb, mint a többié és a nedvességtartalom a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődik.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 10 \text{ mm}$  – a lamellák vastagsága
- $b = 160 \text{ mm}$  – szélessége
- $R_1 = 30290 \text{ mm}$  – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 60 \text{ db}$  – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28c-nek felel meg, a felső és az alsó lamellák nagyobb rugalmassági modulusú lucfenyő)

- $E_1 = E_2 = \dots = E_{10} = E_{51} = E_{52} = \dots = E_{60} = 13650 \text{ MPa}$   
 $E_{11} = E_{12} = \dots = E_{50} = 10700 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok

- $\beta_{LLi} = 0,0002 \frac{1}{\%}$  – zsugorodási-dagadási együttható

Klimatikus adatok:

- a nedvességtartalom:

$$u_{K5} = 22 \% \quad u_{K1-4} = u_{K6-60} = 12 \% \quad \Delta u_{Ki} = 0 \%$$

$$u_{Vi} = 12 \% \quad \Delta u_{Vi} = 0 \%$$

Megoldás

Az eredményeket a 3.2.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A rostokkal párhuzamos normálfeszültség maximumai:

$$\sigma_{zzmax} = \sigma_{zz5max} = 25,735 \text{ MPa} \quad \sigma_{zzmin} = \sigma_{zz1min} = -1,771 \text{ MPa}$$

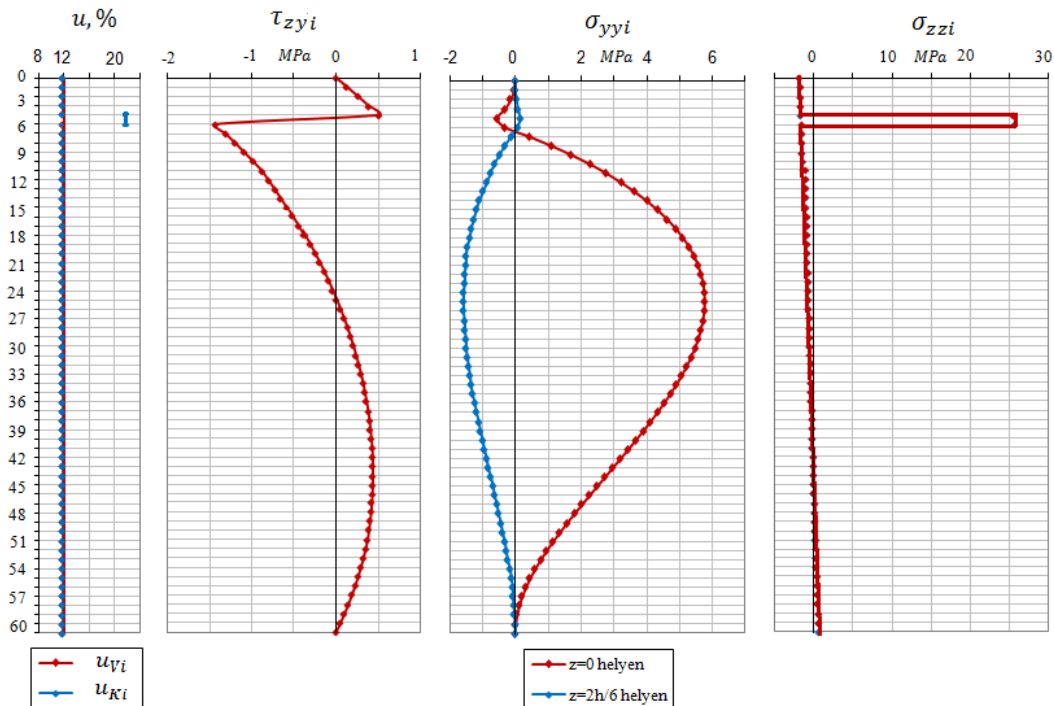
A ragasztó rétegekben ébredő nyírófeszültség maximumai:

$$\tau_{max}^+ = \tau_{4max}^+ = 0,506 \text{ MPa} \quad \tau_{max}^- = \tau_{5max}^- = -1,421 \text{ MPa}$$

A rostirányra merőleges normálfeszültségek szélsőértékei:

$$\sigma_{yymax} = \sigma_{yy24max} = 5,785 \text{ MPa} \quad \sigma_{yymin} = \sigma_{yy24min} = -1,566 \text{ MPa}$$

A rétegekben belül is kiszámíthatjuk a klimatikus hatásokból keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 43. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig a 35. táblázat tartalmazza a függelékben.



43. ábra A hatvan rétegből álló kombinált, körív alakú tartó klimatikus feszültségei (7.5példa)

## 7.6 Egy körív alakú homogén rétegelt-ragasztott tartó sajátfeszültségi-állapotmezejének kialakulása, ha a lamellák nedvességtartalma véletlenszerűen eltér egymástól, de maximum $\pm 1$ %-ban,

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó klimatikus sajátfeszültségeit, ha gyártáskor a lamellák nedvességtartalma véletlenszerűen eltér egymástól, de maximum  $\pm 1$  %-ban és a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődnek a nedvességtartalmak.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30 \text{ mm}$  – a lamellák vastagsága
- $b = 160 \text{ mm}$  – szélessége
- $R_1 = 30270 \text{ mm}$  – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 20 \text{ db}$  – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28h-nak felel meg)

- $E_i = 13650 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok
- $\beta_{LLi} = 0,0002 \frac{1}{\%}$  – zsugorodási-dagadási együttható

Klimatikus adatok:

- a nedvességtartalom:

$$\begin{aligned} u_{K1} = u_{K2} = u_{K4} = u_{K6} = u_{K7} = u_{K9} = u_{K11} = u_{K12} = u_{K13} = u_{K16} = u_{K18} = \\ u_{K19} = 12 \% \quad u_{K3} = u_{K8} = u_{K17} = 11 \% \\ u_{K10} = u_{K14} = u_{K15} = u_{K20} = 13 \% \quad \Delta u_{Ki} = 0 \% \\ u_{Vi} = 12 \% \quad \Delta u_{Vi} = 0 \% \end{aligned}$$

*Megoldás*

Az eredményeket a 3.2.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A rostokkal párhuzamos normál feszültség maximumai:

$$\sigma_{zzmax} = \sigma_{zz8max} = 2,826 \text{ MPa} \quad \sigma_{zzmin} = \sigma_{zz17min} = -3,372 \text{ MPa}$$

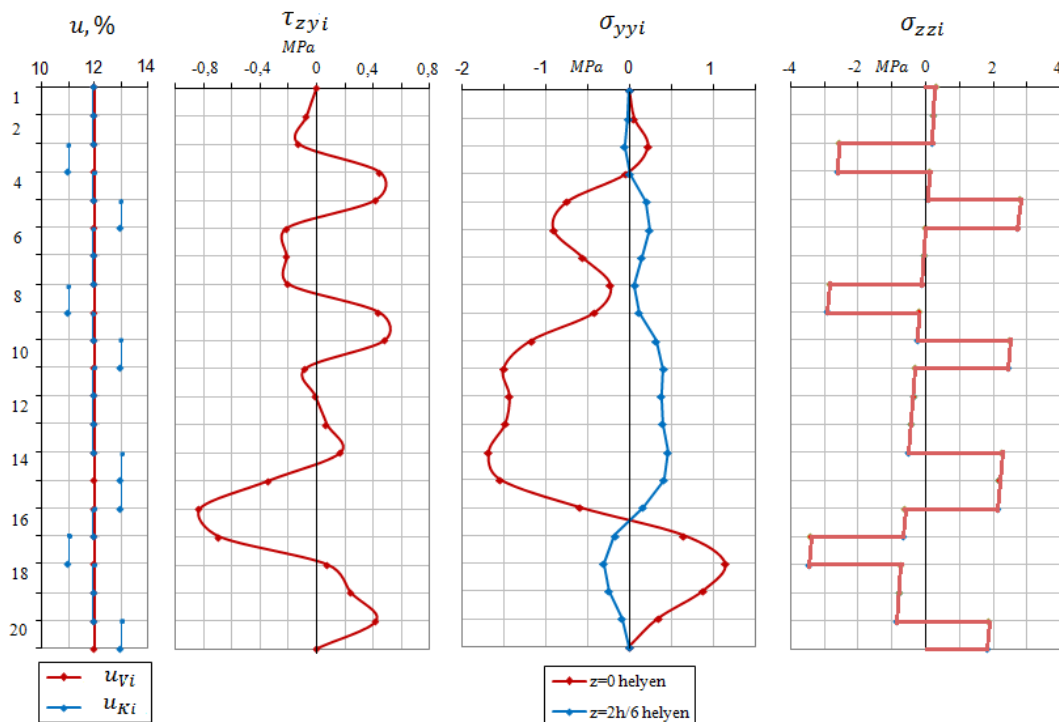
A ragasztó rétegekben ébredő nyírófeszültség maximumai:

$$\tau_{max}^+ = \tau_{9max}^+ = 0,482 \text{ MPa} \quad \tau_{max}^- = \tau_{15max}^- = -0,825 \text{ MPa}$$

A rostirányra merőleges normál feszültségek szélsőértékei:

$$\sigma_{yymax} = \sigma_{yy17max} = 1,139 \text{ MPa} \quad \sigma_{yymin} = \sigma_{yy13min} = -1,673 \text{ MPa}$$

A rétegeken belül is kiszámíthatjuk a klimatikus hatásokból keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 44. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig a 36. táblázat tartalmazza a függelékben.



44. ábra A hús rétegből álló homogén, körív alakú tartó klimatikus feszültségei (7.6példa)

### 7.7 Egy körív alakú kombinált rétegelt-ragasztott tartó sajátfeszültségi állapotmezejének kialakulása, ha a lamellák nedvességtartalma véletlenszerűen eltér egymástól, de maximum $\pm 1$ %-ban,

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó klimatikus sajátfeszültségeit, ha gyártáskor a lamellák nedvességtartalma véletlenszerűen eltér egymástól, de maximum  $\pm 1$  %-ban és a beépítés után viszonylag rövid idő alatt kiegyenlítődnek a nedvességtartalmak.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30 \text{ mm}$  – a lamellák vastagsága
- $b = 160 \text{ mm}$  – szélessége
- $R_1 = 30270 \text{ mm}$  – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 20 \text{ db}$  – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28c-nek felel meg, a felső és az alsó lamellák nagyobb rugalmassági modulusú lucfenyő)

- $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E_{17} = E_{18} = E_{19} = E_{20} = 13650 \text{ MPa}$   
 $E_5 = E_6 = \dots = E_{16} = 10700 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok
- $\beta_{LLi} = 0,0002 \frac{1}{\%}$  – zsugorodási-dagadási együttható

Klimatikus adatok:

- a nedvességtartalom:
- $u_{K1} = u_{K2} = u_{K4} = u_{K6} = u_{K7} = u_{K9} = u_{K11} = u_{K12} = u_{K13} = u_{K16} = u_{K18} =$   
 $u_{K19} = 12 \%$        $u_{K3} = u_{K8} = u_{K17} = 11 \%$   
 $u_{K10} = u_{K14} = u_{K15} = u_{K20} = 13 \%$        $\Delta u_{Ki} = 0 \%$
- $u_{Vi} = 12 \%$        $\Delta u_{Vi} = 0 \%$

Megoldás

Az eredményeket a 3.2.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A rostokkal párhuzamos normál feszültség maximumai:

$$\sigma_{zzmax} = \sigma_{zz5max} = 2,257 \text{ MPa} \quad \sigma_{zzmin} = \sigma_{zz17min} = -3,364 \text{ MPa}$$

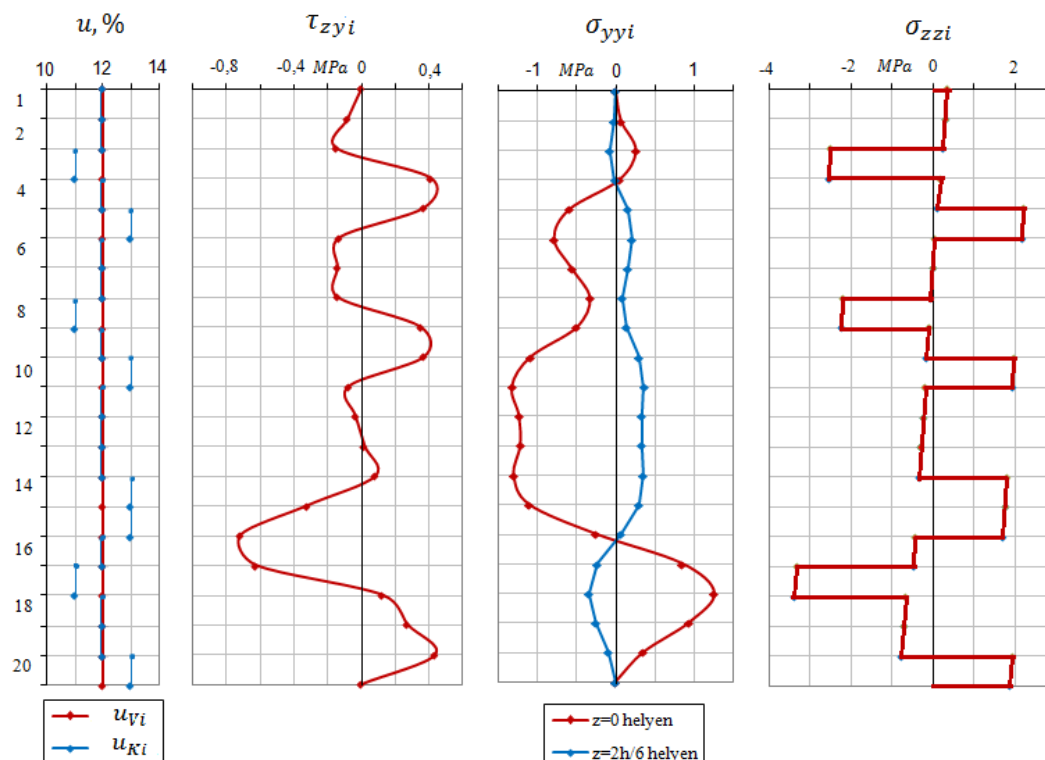
A ragasztó rétegekben ébredő nyírófeszültség maximumai:

$$\tau_{max}^+ = \tau_{19max}^+ = 0,437 \text{ MPa} \quad \tau_{max}^- = \tau_{15max}^- = -0,720 \text{ MPa}$$

A rostirányra merőleges normál feszültségek szélsőértékei:

$$\sigma_{yymax} = \sigma_{yy17max} = 1,257 \text{ MPa} \quad \sigma_{yymin} = \sigma_{yy10min} = -1,323 \text{ MPa}$$

A rétegekben belül is kiszámíthatjuk a klimatikus hatásokból keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 45. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig a 37. táblázat tartalmazza a függelékben.



45. ábra A hús rétegből álló kombinált, körív alakú tartó klimatikus feszültségei (7.7példa)

**7.8 Egy körív alakú homogén rétegelt-ragasztott tartó sajátfeszültségi-állapotmezejének kialakulása, ha az 5. lamellának nem a nedvességtartalma, hanem a hőmérséklete magasabb a többinél ( $\Delta t_5 = 30 \text{ C}^\circ$ ),**

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó klimatikus sajátfeszültségeit, ha gyártáskor az 5. lamellának nem a nedvességtartalma, hanem a hőmérséklete magasabb a többinél ( $\Delta t_5 = 30 \text{ C}^\circ$ )

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30 \text{ mm}$  – a lamellák vastagsága
- $b = 160 \text{ mm}$  – szélessége
- $R_1 = 30270 \text{ mm}$  – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 20 \text{ db}$  – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28h-nak felel meg)

- $E_i = 13650 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok
- $\beta_{LLi} = 0,0002 \frac{1}{\%}$  – zsugorodási-dagadási együttható

Klimatikus adatok:

- a hőmérséklet:

$$t_{K5} = 50 \text{ }^\circ\text{C} \quad t_{K1-4} = t_{K6-20} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_{Vi} = 21 \text{ }^\circ\text{C}$$

*Megoldás*

Az eredményeket a 3.2.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A rostokkal párhuzamos normálfeszültség maximumai:

$$\sigma_{zzmax} = \sigma_{zz5max} = 0,744 \text{ MPa} \quad \sigma_{zzmin} = \sigma_{zz1min} = -0,109 \text{ MPa}$$

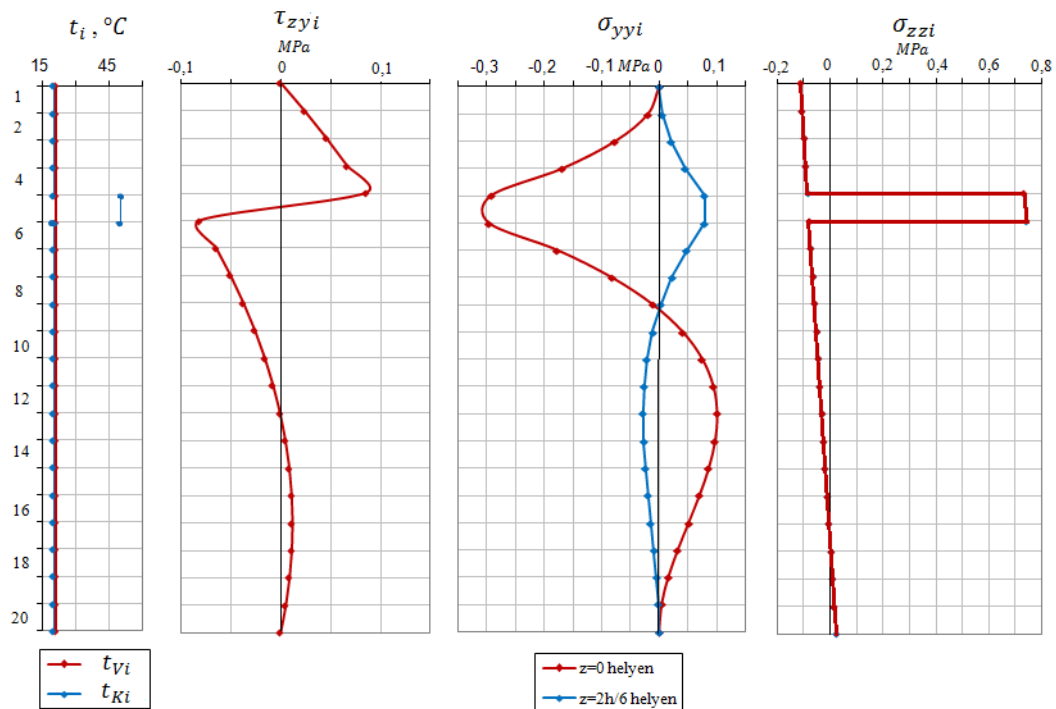
A ragasztó rétegekben ébredő nyírófeszültség maximumai:

$$\tau_{max}^+ = \tau_{4max}^+ = 0,085 \text{ MPa} \quad \tau_{max}^- = \tau_{5max}^- = -0,081 \text{ MPa}$$

A rostirányra merőleges normálfeszültségek szélsőértékei:

$$\sigma_{yymax} = \sigma_{yy12max} = 0,101 \text{ MPa} \quad \sigma_{yymin} = \sigma_{yy4min} = -0,295 \text{ MPa}$$

A rétegeken belül is kiszámíthatjuk a klimatikus hatásokból keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 46. ábra mutatja, a feszültség értékeket pedig a 38. táblázat tartalmazza a függelékben.



46. ábra A húsz rétegből álló kombinált, körív alakú tartó klimatikus feszültségei (7.8példa)

**7.9 Beépítés után a tartóban viszonylag egyenletes, a magasság mentén folytonos parabola függvényvel megadható nedvesség-eloszlás alakul ki. Határozzuk meg a sajátfeszültség-eloszlásmezőt, ha (tartós beázás miatt) a lamellák nedvességtartalma a felső tartórétegekben jelentősen megnő.**

Határozzuk meg a megadott geometriai és fizikai jellemzőkkel rendelkező körív alakú tartó klimatikus sajátfeszültségeit, ha (tartós beázás miatt) a lamellák nedvességtartalma a felső rétegekben jelentősen megnő.

Geometriai jellemzők:

- $h_i = 30 \text{ mm}$  – a lamellák vastagsága
- $b = 160 \text{ mm}$  – szélessége
- $R_1 = 30270 \text{ mm}$  – az 1-es jelű lamella görbületi sugara
- $n = 20 \text{ db}$  – a lamellák száma

Fizikai jellemzők: (Az Eurocode szabvány szerint GL28h-nak felel meg)

- $E_i = 13650 \text{ MPa}$  – a rostokkal párhuzamos rugalmassági modulusok
- $\beta_{LLi} = 0,0002 \frac{1}{\%}$  – zsugorodási-dagadási együttható

Klimatikus adatok:

- a nedvességtartalom:

$$u_{Ki} = 12 \% \quad \Delta u_{Ki} = 0 \%$$

$$\begin{aligned}
 u_{V1f} &= 23 \% & u_{V1a} &= u_{V2f} = 19,59 \% \\
 u_{V2a} &= u_{V3f} = 17,715 \% & u_{V3a} &= u_{V4f} = 16,746 \% \\
 u_{V4a} &= u_{V5f} = 15,991 \% & u_{V5a} &= u_{V6f} = 15,373 \% \\
 u_{V6a} &= u_{V7f} = 14,854 \% & u_{V7a} &= u_{V8f} = 14,41 \% \\
 u_{V8a} &= u_{V9f} = 14,027 \% & u_{V9a} &= u_{V10f} = 13,693 \% \\
 u_{V10a} &= u_{V11f} = 13,402 \% & u_{V11a} &= u_{V12f} = 13,148 \% \\
 u_{V12a} &= u_{V13f} = 12,926 \% & u_{V13a} &= u_{V14f} = 12,733 \% \\
 u_{V14a} &= u_{V15f} = 12,566 \% & u_{V15a} &= u_{V16f} = 12,424 \% \\
 u_{V16a} &= u_{V17f} = 12,305 \% & u_{V17a} &= u_{V18f} = 12,208 \% \\
 u_{V18a} &= u_{V19f} = 12,133 \% & u_{V19a} &= u_{V20f} = 12,035 \% \\
 u_{V20a} &= 12 \%
 \end{aligned}$$

### Megoldás

Az eredményeket a 3.2.2.1 pontban leírtak szerint kaptuk meg.

A rostokkal párhuzamos normálfeszültség maximumai:

$$\sigma_{zzmax} = \sigma_{zz8max} = 2,669 \text{ MPa} \quad \sigma_{zzmin} = \sigma_{zz1min} = -13,740 \text{ MPa}$$

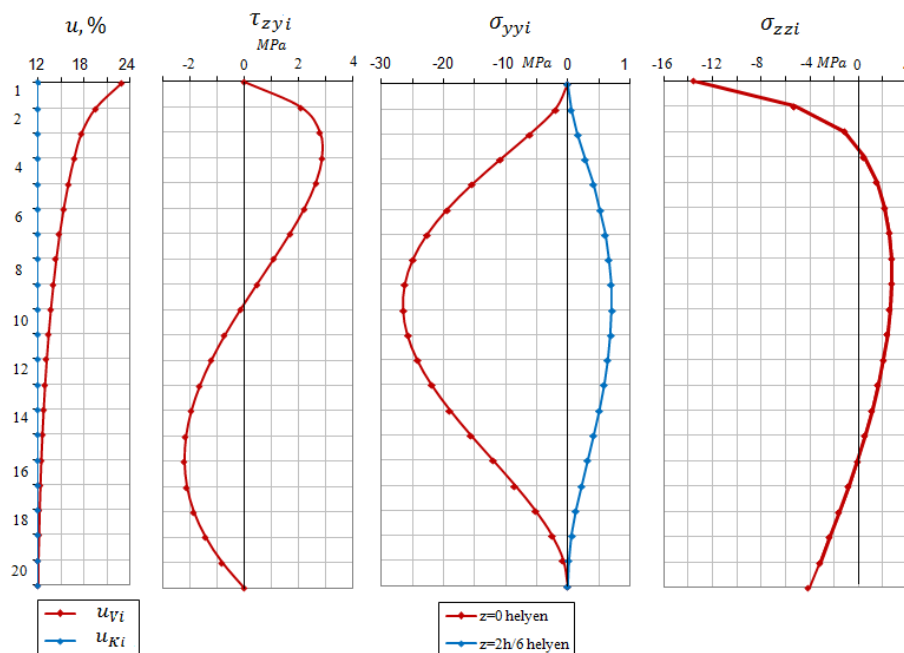
A ragasztó rétegekben ébredő nyírófeszültség maximumai:

$$\tau_{max}^+ = \tau_{3max}^+ = 2,726 \text{ MPa} \quad \tau_{max}^- = \tau_{15max}^- = -2,123 \text{ MPa}$$

A rostirányra merőleges normálfeszültségek szélsőértékei:

$$\sigma_{yymax} = \sigma_{yy9max} = 6,858 \text{ MPa} \quad \sigma_{yymin} = \sigma_{yy9min} = -25,336 \text{ MPa}$$

A rétegekben belül is kiszámíthatjuk a klimatikus hatásokból keletkező feszültségeket. Ezek eloszlását a 47. ábra mutatja.



**47. ábra** A húsz rétegből álló homogén, körív alakú tartó klimatikus feszültségei (7.9 példa)



### 7.10 A példákban levonható általános következtetések

A 7.1, 7.2, 7.3, és a 7.4-es példák mindegyike ugyanolyan klimatikus adatokkal rendelkezik. A 7.1-es feladat egyenes tengelyű, a 7.2-es pedig félköríves tartót mutat be, egy olyan helyzetben, hogy a gyártás során véletlenül egy nagyobb nedvességtartalommal rendelkező lamella keveredik a többi közé. A kapott feszültségek között szinte alig van különbség, ebből látható, hogy a klimatikus hatások lényegében függetlenek a tartó alakjától. A feszültségábrákból kiderül, hogy az 5. lamellában illetve annak környezetében jóval nagyobbak a keletkező feszültségek, mint a többi lamellában. Nagyon kis magassági szakaszon belül nagyon nagy feszültség változások játszódnak le. Ez mindenképpen a tartó repedéseit, tönkremenetelét idézheti elő az 5. lamellában, vagy annak közvetlen környezetében. Ezért fontos, hogy a lamellák nedvességtartalma között lehetőleg ne legyen különbség, így elkerülhető a tartón belüli nagy feszültségugrások, illetve feszültségkülönbségek kialakulása.

A 7.2-es példában a lamella vastagság 30 mm-es volt ezzel szemben a 7.3-as feladatban 10 mm-es lamellákkal vizsgáltuk meg ugyanazt a tartót. A nyírófeszültségek maximum értékei majdnem a felére csökkentek a vékony lamellák esetén. A normálfeszültségek esetén érdekes dolgokat tapasztaltunk. A rostokkal párhuzamos normálfeszültségek az 5. lamellát kivéve felére csökkentek, ám a nagyobb nedvességtartalommal rendelkező lamellában a feszültség nem változott. Sőt kismértékben nőtt a vastag lamellából álló esethez képest. A rostirányra merőleges normálfeszültségek szélsőértékei is megváltoztak. A maximum érték több mint felére csökkent, a minimum érték pedig majdnem hatszorosára nőtt meg a vékony lamellák esetében. Ezekből az eredményekből azt állapíthatjuk meg, hogy a kiegyenlített nedvességtartalom esetén a vékony lamellás tartóban kisebb feszültségek keletkeznek, azonban a lamellák nedvességtartalma közötti különbségeket rosszabbul, érzékenyebben viselik.

A 7.2-es homogén a 7.4-es feladat kombinált tartó esetén vizsgálja még mindig ugyanazt a klimatikus hatást, amikor a gyártás során véletlenül egy nagyobb nedvességtartalmú lamella keveredik a tartóba. Érdekes módon a kombinált tartó jobban viselkedik, mint a homogén. A legnagyobb különbség kb 20 %, ami a rostokkal párhuzamos normálfeszültség maximum értékénél fedezhető fel. A feszültséggörbék jellegükben nem változnak a két példát összehasonlítva.

A 7.6 homogén és a 7.7-es kombinált tartós példákban, megegyező geometria esetén, azt vizsgáltuk, hogy a gyártás során a lamellák nedvességtartalma véletlenszerűen eltér egymástól, de csak  $\pm 1$  %-ban. Ebben az esetben nagyon változatos feszültség ábrákat kapunk. Nagyságrendi különbséget nem tapasztalhatunk a homogén és a kombinált tartók feszültségmaximumai között, de itt is azt láthatjuk, hogy a kombinált tartóban kisebb klimati-

kus feszültségek keletkeznek, még ha ezek a különbségek, nem is túl jelentősek. A változó nedvességtartalmú lamellák használatának a veszélye, viszont jól látható mindkét példában. Itt az egyes feszültségábrákban minden olyan helyen, ahol különböző nedvességtartalmú lamellák találkoznak, ott az ábrában kis magasságon belül jelentős feszültségkülönbségek alakulnak ki, amik a tartó repedezettségéhez járulnak hozzá. Újra megállapíthatjuk, hogy a lamellák nedvességtartalma között lehetőleg ne legyen különbség, így elkerülhető a tartón belüli nagy feszültségugrások, különbségek kialakulása.

A 7.8-as példában egy homogén tartó feszültségállapotát vizsgáltuk, abban az esetben, ha az 5. lamella hőmérsékletét növeltük meg a többi lamellához képest. A feszültségábrák jellege teljesen megegyezik a 7.2-es példában kapottakéval, csak nagyságrendileg kaptunk jóval kisebb feszültségeket. Tehát ebből azt állapíthatjuk meg, hogy a rétegelt-ragasztott tartók hőmérsékletváltozásra kevésbé érzékenyek, mint a nedvességváltozásra.

A 7.9 példában, a gyakorlatban sokszor előforduló jelenséget próbáltuk modellezni. A tartó felső rétegei, – beázásból, vagy páralecsapódásból adódóan – jóval nagyobb nedvességtartalommal rendelkeznek. A nedvességtartalom a tartó alja felé parabolikusra csökken. A feszültségeloszlások egyenletesebbek, nincsenek nagy feszültségugrások a tartóban. A tartóvégeken keletkező két feszültségfajta azonban szokatlanul nagy. A rostokkal párhuzamos feszültségek maximumai a legfelső rétegekben keletkeznek, ezek azonban általában nem érik el a faanyag, vagy a ragasztóanyag szilárdságát. A rostirányra merőleges normál-feszültségek és a nyírófeszültségek azonban elérhetik, sőt meg is haladhatják a faanyag vagy a ragasztóanyag normál- vagy nyírószilárdságát. Ezek a feszültségkomponensek önállóan – a többi terhelésfajtából származó feszültségek szuperponálódása nélkül is – a tartó felhasadásához (akár átmenő hasadáshoz) vezethetnek. A hasadás a faanyagban és a ragasztóanyagban is létre jöhet.

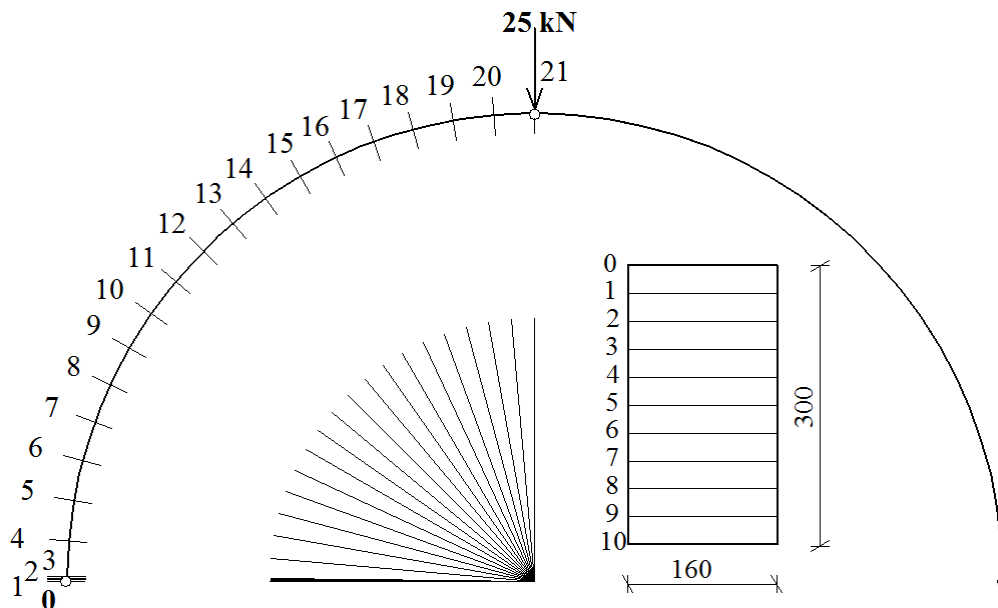
A példából jól látható, hogy a tartókban kisebb klimatikus hatásokból is jelentős feszültségek keletkezhetnek, amelyek nem hanyagolhatóak el a tartók tervezése és méretezése során.

## **8 Egy háromcsuklós íves rétegelt-ragasztott fatartó erőtani vizsgálata az összes lehetséges teherfajta egyidejű figyelembevételével**

### **8.1 A tartó geometriája, szerkezeti adatai**

A rétegelt-ragasztott háromcsuklós tartó súlyponti sugara 7000 *mm*-es (külső sugár: 7150 *mm*, a belső 6850 *mm*). A 160 *mm* x 300 *mm*-es keresztmetszetű lucfenyőből készült homogén tartó (GL28h-nak felel meg az Eurocode szabvány szerint), lamellák vastagsága 30 *mm*-es. A tartó félkörív alakú, fesztávolsága 14000 *mm*. A tartón középen – az egyszerűbb szá-

molás kedvéért – egy függőleges hatásvonalú koncentrált erőt működtetünk, melynek nagysága  $25\text{ kN}$ .



48. ábra A tartó vázlata, és jelölései

Mivel a tartó geometriája és terhelése szimmetrikus, elegendő a fél tartót vizsgálni. A külső terhelésből keletkező feszültségek számításához, csak a 0. csomópontban keletkező igénybevételek meghatározására van szükség. Hiszen a többi tartórész terheletlen szakaszokból áll, tehát a 3.1.1-ben leírt számolási módszer alkalmazható. Vagyis a 0 és a 21-es csomópontok között bármelyik helyen számolható a feszültség, úgy hogy csak a szakasz kezdőpontjának igénybevételeit kell ismernünk.

### 8.1.1 A Walter von Roth anizotrop alapon történő feszültségszámítása vastag lamella esetén

A Walter von Roth anizotrop alapon történő feszültségszámítása analitikus úton meglehetősen bonyolult, mint az a 3.1.1. fejezetben bemutatásra került. Ha a számítást Excel programmal végezzük, viszonylag könnyen megkaphatjuk a feszültségeket.

A legnagyobb problémát azoknak a helyeknek a megkeresése jelenti, ahol a legnagyobb feszültségek keletkeznek. Ezek megtalálásához a maximális igénybevételi helyeket kell megkeresnünk. Ez történhet analitikusan, de ív esetében egyszerűbb, ha valamilyen véges elemes programot használunk. Az igénybevételi ábrákat így az Axis VM R2i véges elemes program segítségével tudjuk könnyen meghatározni (Az ábrák a függelékben megtalálhatóak).

Ezen a tartón a normálerő és a nyomaték maximum helye megegyezik (48. ábra 12-vel jelölt keresztmetszet helyén,  $\varphi = 45^\circ$ ).

A külső terhelésből származó feszültségek meghatározásához szükséges bemenő adatok:

- $h_i = 30 \text{ mm}$  – a lamella réteg vastagsága,
- $r_i$  - tartón belül tetszőlegesen felvett sugár (lamella réteghatárok),
- $R = 7000 \text{ mm}$  – a tartó keresztmetszet súlyponti sugara,
- $a = 6850 \text{ mm}$  – a tartó körív belső sugara,
- $b = 7150 \text{ mm}$  – a tartó körív legkülső sugara,
- $d = 160 \text{ mm}$  – tartó szélessége,
- $\varphi_i$  – a számolni kívánt keresztmetszeti hely szöge a kezdeti számítási ponttól (az első 3 keresztmetszeti helyet kivéve,  $5^\circ$ -os szögenként vizsgáljuk a tartó pontjait), (gyártási és klimatikus feszültségekből a 0. jelű keresztmetszetben a rostra merőleges normálfeszültségeknek, az 1. jelű keresztmetszetben a nyírófeszültségeknek, a 3. jelű keresztmetszetben a rostokkal párhuzamos normálfeszültségeknek vannak maximumai).
- $Q_0 = 12,5 \text{ kN}$  – a kezdeti számítási pont (0. keresztmetszetben) nyíróerő értéke,
- $M_0 = 0 \text{ kNm}$  – a kezdeti számítási pont (0. keresztmetszetben) nyomaték értéke,
- $N_0 = -12,5 \text{ kN}$  – a kezdeti számítási pont (0. keresztmetszetben) normálerő értéke,
- $E_\varphi = 13650 \text{ MPa}$  – a faanyag  $\varphi$  irányú (rostirányú) rugalmassági modulusa Rónai (1982) szerint,
- $E_r = 789 \text{ MPa}$  – a faanyag  $r$  irányú (radiális) rugalmassági modulusa Rónai (1982) szerint,
- $\mu_{r\varphi} = 0,023$  – a faanyag  $r$  irányú húzó- vagy nyomó igénybevételénél a  $\varphi$  irányban fellépő hosszváltozás Poisson tényezője Rónai (1982) szerint,
- $G_{r\varphi} = 573 \text{ MPa}$  – a faanyag  $r\varphi$  síkhoz tartozó nyíró rugalmassági modulusa Rónai (1982) szerint.

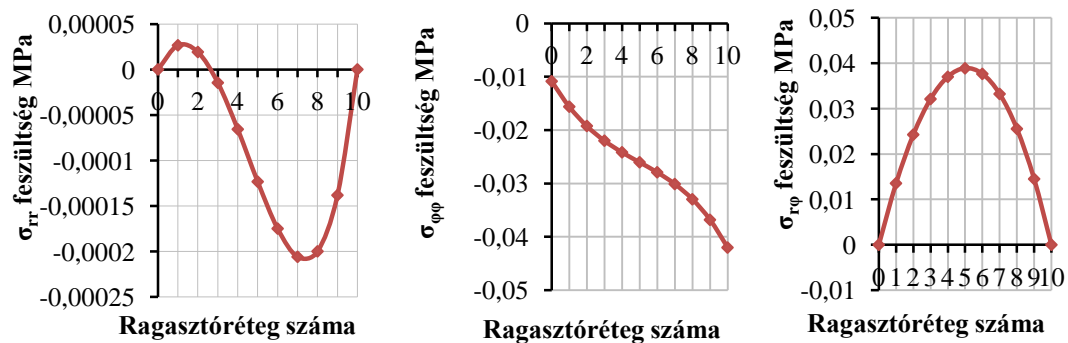
Ezen adatok ismeretében, már minden más adat számítható, és így megkapjuk tetszőleges pontban a külső terhelésből származó, anizotrop alapon számított feszültségeket, illetve tetszőleges pont feszültségállapotát.

A kapott feszültségeket táblázatokban és grafikonokon ábrázoltuk, a 8.1-es részben megadott keresztmetszeti számozással. (A sajátfeszültségek maximumai a tartó vég keresztmetszeteiben ( $h/2=150 \text{ mm}$ -es részről beszélünk) ébrednek, ezek a 0, 1, 2 helyek. A 0. keresztmetszeti hely a tartó végpontja ( $z=0 \text{ mm}$ ), az 1. keresztmetszeti hely a tartó végpontjától ( $z=h/6$ )  $50 \text{ mm}$ -re, és a 2. keresztmetszeti hely a tartó végpontjától ( $z=2h/6$ )  $100 \text{ mm}$ -

re helyezkedik el. Későbbiekben szükségünk lesz az ezen a helyen keletkező külső terhelésből származó feszültségekre, így itt is számoljuk ezeket). A nem nevezetes keresztmetszeti helyek feszültségei a függelékben megtalálhatóak (3-11., és a 13-21. keresztmetszeti helyek).

**1. táblázat** Külső terhelésből származó feszültségek 0. keresztmetszetben

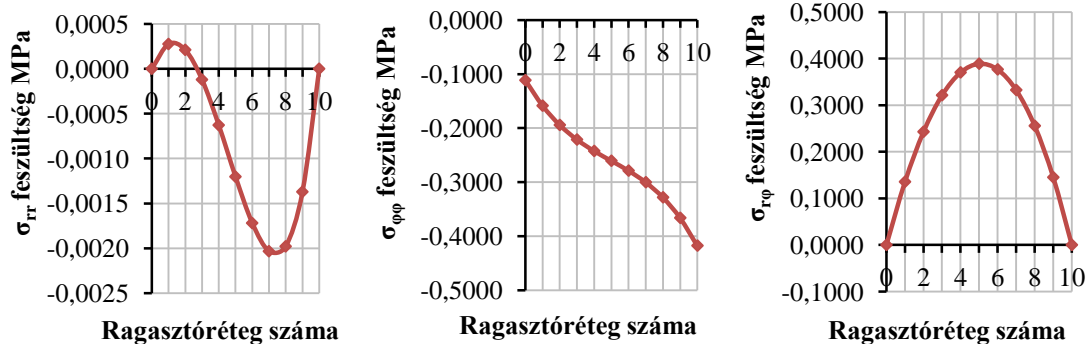
Külső terhelésből származó feszültségek 0. helyen			
ragasztási réteg	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	-0,1086	0,0000
1	0,0003	-0,1562	0,1355
2	0,0002	-0,1925	0,2428
3	-0,0001	-0,2200	0,3213
4	-0,0007	-0,2417	0,3703
5	-0,0012	-0,2604	0,3890
6	-0,0017	-0,2792	0,3767
7	-0,0021	-0,3013	0,3325
8	-0,0020	-0,3298	0,2556
9	-0,0014	-0,3683	0,1451
10	0,0000	-0,4203	0,0000



**49. ábra** A  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}$ ,  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 0. keresztmetszetben (1. táblázat eredményei)

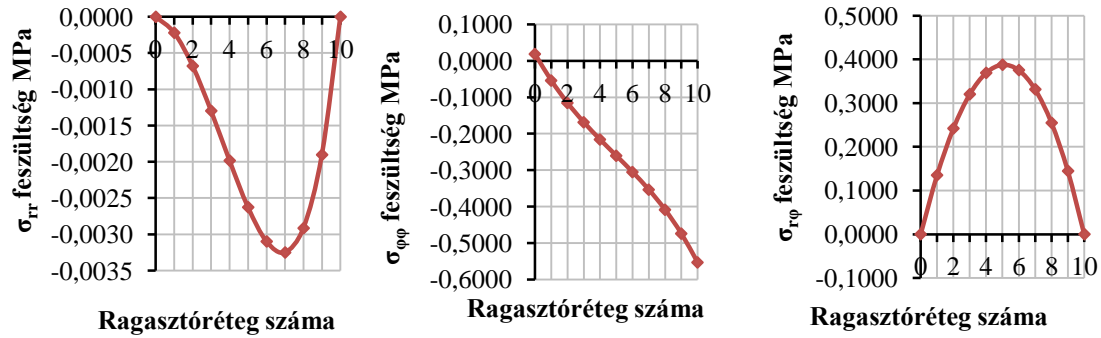
2. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 1. keresztmetszetben

Külső terhelésből származó feszültségek 1. helyen			
ragasztási réteg	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	-0,1115	0,0000
1	0,0003	-0,1585	0,1355
2	0,0002	-0,1942	0,2428
3	-0,0001	-0,2212	0,3213
4	-0,0006	-0,2423	0,3703
5	-0,0012	-0,2604	0,3890
6	-0,0017	-0,2786	0,3767
7	-0,0020	-0,3001	0,3325
8	-0,0020	-0,3280	0,2556
9	-0,0014	-0,3659	0,1451
10	0,0000	-0,4173	0,0000

50. ábra A  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}$ ,  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 1. keresztmetszetben (2. táblázat eredményei)

3. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 2. keresztmetszetben

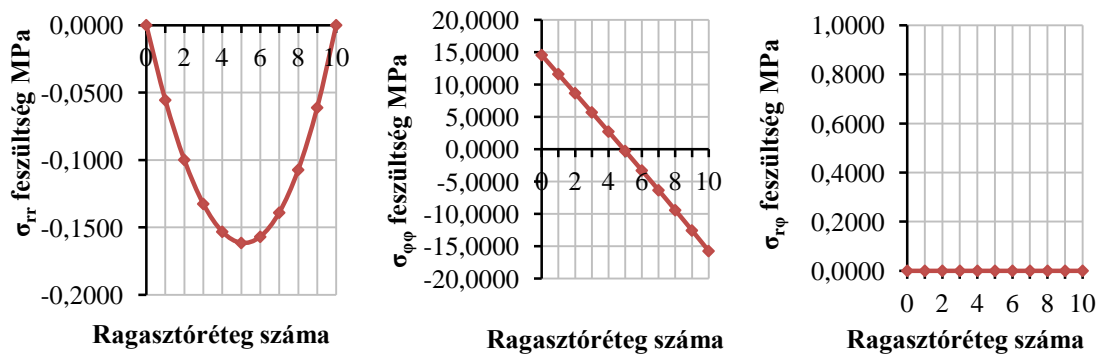
Külső terhelésből származó feszültségek 2. helyen			
ragasztási réteg	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	0,0188	0,0000
1	-0,0002	-0,0540	0,1350
2	-0,0007	-0,1156	0,2419
3	-0,0013	-0,1686	0,3202
4	-0,0020	-0,2159	0,3689
5	-0,0026	-0,2604	0,3876
6	-0,0031	-0,3053	0,3753
7	-0,0032	-0,3536	0,3313
8	-0,0029	-0,4087	0,2547
9	-0,0019	-0,4741	0,1446
10	0,0000	-0,5533	0,0000



51. ábra A  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}$ ,  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 2. keresztmetszetben (3. táblázat eredményei)

4. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 12. keresztmetszetben

Külső terhelésből származó feszültségek 12. helyen			
ragasztási réteg	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	14,5629	0,0000
1	-0,0556	11,6175	0,0000
2	-0,0999	8,6675	0,0000
3	-0,1326	5,7080	0,0000
4	-0,1533	2,7337	0,0000
5	-0,1615	-0,2607	0,0000
6	-0,1570	-3,2806	0,0000
7	-0,1391	-6,3318	0,0000
8	-0,1073	-9,4204	0,0000
9	-0,0612	-12,5524	0,0000
10	0,0000	-15,7344	0,0000



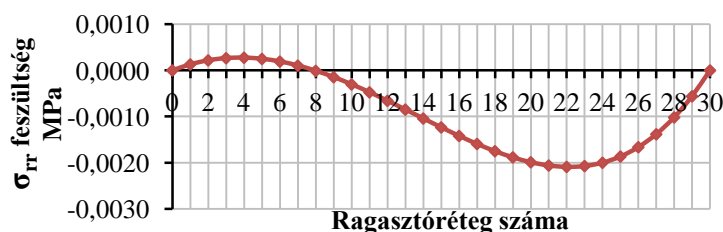
52. ábra A  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}$ ,  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 12. keresztmetszetben (4. táblázat eredményei)

### 8.1.2 A Walter von Roth anizotrop alapon történő feszültség számítása vékony lamellák esetén

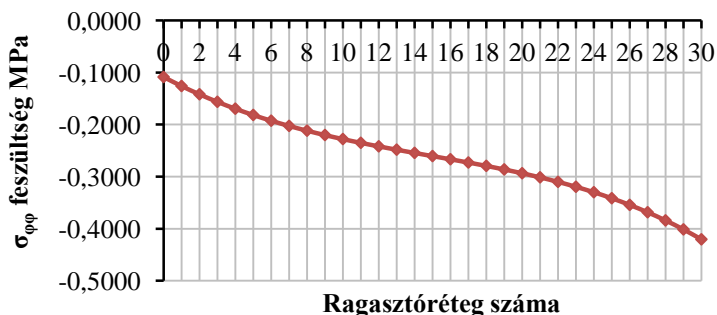
A 16 épület felmérése során tapasztaltuk, hogy a vékony lamellából álló tartó kevésbé reped. Ezen állítást számításokkal is szeretnénk bizonyítani, így ugyan azt a tartót véve, amin az eddigi számítást is elvégeztük, csak a keresztmetszet lamella vastagságát változtatjuk meg. Tehát a 150 x 300 mm-es keresztmetszetű tartó 30 mm-es lamellái helyett 10 mm-es lamella vastagsággal számolunk.

Ebben az esetben már csak a 0., 1., 2., és a 12. keresztmetszetek külső terhelésből származó feszültségeit határoztuk meg. A tartó bemenő adataiban a 8.1.1-ben leírtak mellett csak annyi változtatást végeztünk, hogy a lamella vastagság  $h_i = 10 \text{ mm}$ .

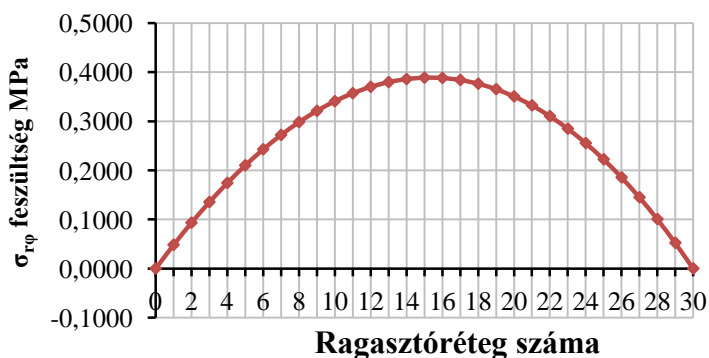
A kapott eredményeket itt is Excel program segítségével határoztuk meg, majd táblázatokban és grafikonokon ábrázoltuk azokat.



53. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 0. keresztmetszetben (5. táblázat eredményei)



54. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 0. keresztmetszetben (5. táblázat eredményei)



55. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 0. keresztmetszetben (5. táblázat eredményei)

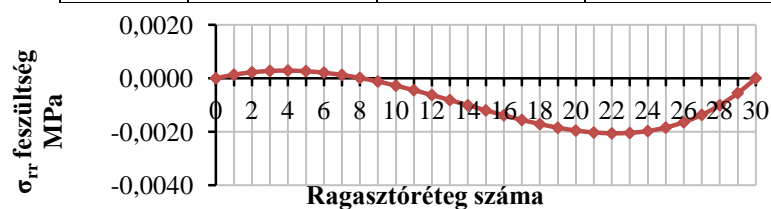


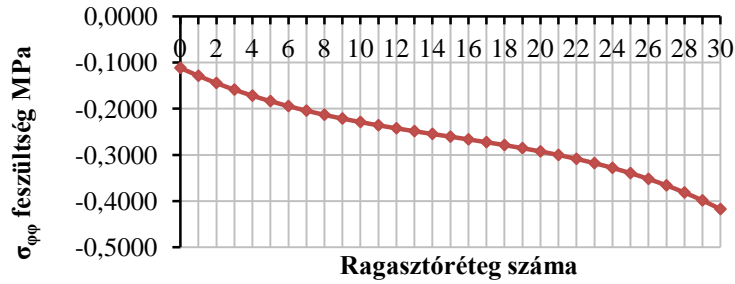
5. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 0. keresztmetszetben

Külső terhelésből származó feszültségek 0. helyen			
ragasz- tási réteg	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	-0,1086	0,0000
1	0,0001	-0,1259	0,0483
2	0,0002	-0,1418	0,0934
3	0,0003	-0,1562	0,1355
4	0,0003	-0,1695	0,1744
5	0,0002	-0,1815	0,2102
6	0,0002	-0,1925	0,2428
7	0,0001	-0,2025	0,2722
8	0,0000	-0,2116	0,2984
9	-0,0001	-0,2200	0,3213
10	-0,0003	-0,2278	0,3410
11	-0,0005	-0,2349	0,3573
12	-0,0007	-0,2417	0,3703
13	-0,0008	-0,2481	0,3799
14	-0,0010	-0,2543	0,3862
15	-0,0012	-0,2604	0,3890
16	-0,0014	-0,2665	0,3884
17	-0,0016	-0,2728	0,3843
18	-0,0017	-0,2792	0,3767
19	-0,0019	-0,2860	0,3655
20	-0,0020	-0,2934	0,3508
21	-0,0021	-0,3013	0,3325
22	-0,0021	-0,3099	0,3106
23	-0,0021	-0,3194	0,2849
24	-0,0020	-0,3298	0,2556
25	-0,0019	-0,3414	0,2226
26	-0,0017	-0,3542	0,1857
27	-0,0014	-0,3683	0,1451
28	-0,0010	-0,3840	0,1006
29	-0,0006	-0,4013	0,0523
30	0,0000	-0,4203	0,0000

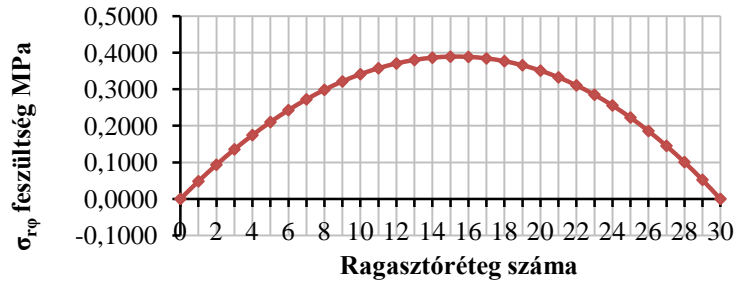
6. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 1. keresztmetszetben

Külső terhelésből származó feszültségek 1. helyen			
ragasz- tási réteg	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	-0,1115	0,0000
1	0,0001	-0,1286	0,0483
2	0,0002	-0,1443	0,0934
3	0,0003	-0,1585	0,1355
4	0,0003	-0,1716	0,1744
5	0,0003	-0,1834	0,2102
6	0,0002	-0,1942	0,2428
7	0,0001	-0,2040	0,2722
8	0,0000	-0,2130	0,2984
9	-0,0001	-0,2212	0,3213
10	-0,0003	-0,2287	0,3410
11	-0,0004	-0,2357	0,3573
12	-0,0006	-0,2423	0,3703
13	-0,0008	-0,2485	0,3800
14	-0,0010	-0,2545	0,3862
15	-0,0012	-0,2604	0,3890
16	-0,0014	-0,2663	0,3884
17	-0,0016	-0,2724	0,3843
18	-0,0017	-0,2786	0,3767
19	-0,0019	-0,2853	0,3656
20	-0,0020	-0,2924	0,3509
21	-0,0020	-0,3001	0,3325
22	-0,0021	-0,3085	0,3106
23	-0,0020	-0,3178	0,2850
24	-0,0020	-0,3280	0,2556
25	-0,0018	-0,3394	0,2226
26	-0,0016	-0,3520	0,1858
27	-0,0014	-0,3659	0,1451
28	-0,0010	-0,3814	0,1006
29	-0,0006	-0,3985	0,0523
30	0,0000	-0,4173	0,0000

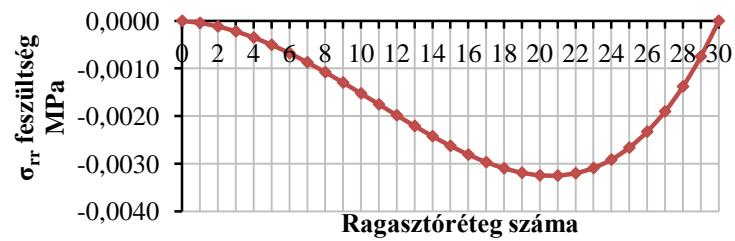
56. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 1. keresztmetszetben (6. táblázat eredményei)



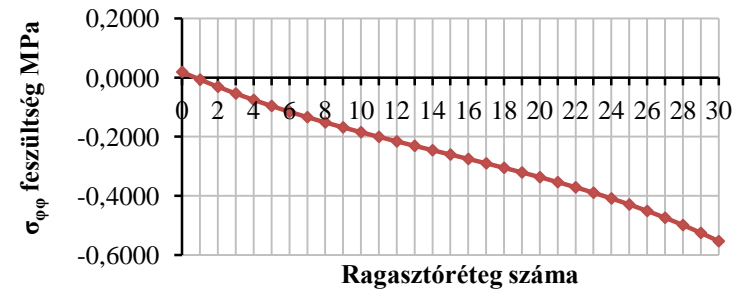
57. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 1. keresztmetszetben (6. táblázat eredményei)



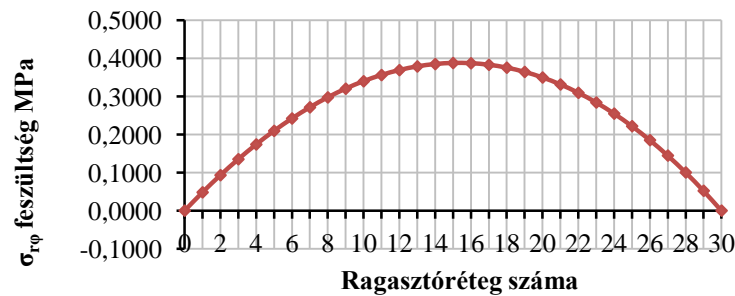
58. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 1. keresztmetszetben (6. táblázat eredményei)



59. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 2. keresztmetszetben (7. táblázat eredményei)



60. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 2. keresztmetszetben (7. táblázat eredményei)



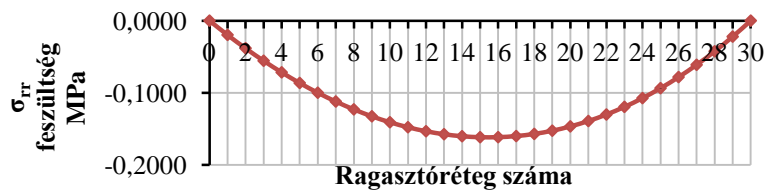
61. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 2. keresztmetszetben (7. táblázat eredményei)

7. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 2. keresztmetszetben

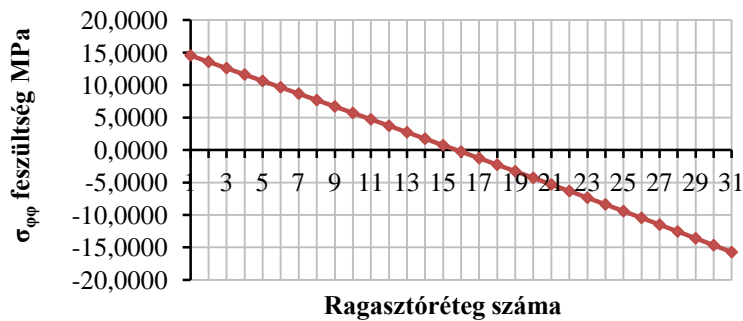
Külső terhelésből származó feszültségek 2. helyen			
ragasz- tási réteg	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	0,0188	0,0000
1	0,0000	-0,0069	0,0481
2	-0,0001	-0,0311	0,0931
3	-0,0002	-0,0540	0,1350
4	-0,0003	-0,0757	0,1738
5	-0,0005	-0,0961	0,2095
6	-0,0007	-0,1156	0,2419
7	-0,0009	-0,1340	0,2712
8	-0,0011	-0,1517	0,2973
9	-0,0013	-0,1686	0,3202
10	-0,0015	-0,1848	0,3397
11	-0,0018	-0,2006	0,3560
12	-0,0020	-0,2159	0,3689
13	-0,0022	-0,2309	0,3785
14	-0,0024	-0,2457	0,3848
15	-0,0026	-0,2604	0,3876
16	-0,0028	-0,2752	0,3870
17	-0,0030	-0,2901	0,3829
18	-0,0031	-0,3053	0,3753
19	-0,0032	-0,3208	0,3642
20	-0,0032	-0,3369	0,3496
21	-0,0032	-0,3536	0,3313
22	-0,0032	-0,3711	0,3094
23	-0,0031	-0,3894	0,2839
24	-0,0029	-0,4087	0,2547
25	-0,0027	-0,4292	0,2218
26	-0,0023	-0,4510	0,1851
27	-0,0019	-0,4741	0,1446
28	-0,0014	-0,4988	0,1003
29	-0,0007	-0,5251	0,0521
30	0,0000	-0,5533	0,0000

**8. táblázat** Külső terhelésből származó feszültségek 12. keresztmetszetben

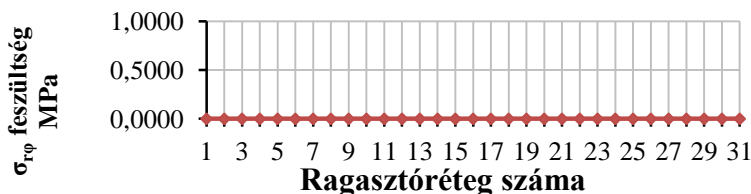
Külső terhelésből származó feszültségek 12. helyen			
ragasz- tási réteg	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	14,5629	0,0000
1	-0,0198	13,5813	0,0000
2	-0,0383	12,5996	0,0000
3	-0,0556	11,6175	0,0000
4	-0,0716	10,6350	0,0000
5	-0,0864	9,6517	0,0000
6	-0,0999	8,6675	0,0000
7	-0,1121	7,6823	0,0000
8	-0,1230	6,6959	0,0000
9	-0,1326	5,7080	0,0000
10	-0,1408	4,7184	0,0000
11	-0,1477	3,7271	0,0000
12	-0,1533	2,7337	0,0000
13	-0,1574	1,7381	0,0000
14	-0,1602	0,7400	0,0000
15	-0,1615	-0,2607	0,0000
16	-0,1615	-1,2642	0,0000
17	-0,1600	-2,2708	0,0000
18	-0,1570	-3,2806	0,0000
19	-0,1525	-4,2939	0,0000
20	-0,1466	-5,3109	0,0000
21	-0,1391	-6,3318	0,0000
22	-0,1301	-7,3569	0,0000
23	-0,1195	-8,3864	0,0000
24	-0,1073	-9,4204	0,0000
25	-0,0936	-10,4593	0,0000
26	-0,0782	-11,5032	0,0000
27	-0,0612	-12,5524	0,0000
28	-0,0425	-13,6072	0,0000
29	-0,0221	-14,6678	0,0000
30	0,0000	-15,7344	0,0000



62. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 12. keresztmetszetben (8. táblázat eredményei)



63. ábra A  $\sigma_{\phi\phi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 12. keresztmetszetben (8. táblázat eredményei)



64. ábra A  $\sigma_{r\phi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 12. keresztmetszetben (8. táblázat eredményei)

Tehát – összhangban az 5.3 fejezet megállapításával – a lamella vastagság nincs hatással a külső terhelésből származó feszültségeloszlásokra és a feszültségkomponensek nagyságára, amit itt is megállapíthatunk, összehasonlítva a vékony- és vastag lamellából álló tartók eredményeit.

### 8.1.3 Gyártási feszültségek meghatározása vastag lamella esetén

A 8.1-es fejezetben már leírt tartón mutatjuk be a gyártási sajátfeszültségek számítását. A Szalai féle gyártási sajátfeszültségek analitikus úton történő meghatározása is meglehetősen bonyolult, mint azt láthattuk a 3.2.1 fejezetben. Ha a számítást Excel program segítségével végezzük, könnyen megkaphatjuk a keresett feszültségeket.

A gyártási feszültségek esetén elegendő a 0, 1, 2 és a 12. keresztmetszeti helyeket vizsgálni. A gyártási sajátfeszültségek maximumai a tartó vég-keresztmetszeteiben ( $h/2=150$  mm-es részről beszélünk) ébrednek. Ez az úgynevezett „zavart” szakasz, ami a 0, 1, 2 jelű helyeket foglalja magába. A 0. keresztmetszeti hely a tartó végpontja ( $z=0$  mm), az 1. keresztmetszeti hely a tartó végpontjától ( $z=h/6$ ) 50 mm-re, a 2. keresztmetszeti hely a tartó végpontjától ( $z=2h/6$ ) 100 mm-re helyezkedik el, és a 3. keresztmetszeti hely az, ahol a zavart szakasz befejeződik ( $h/2=150$  mm). A 12-ik keresztmetszeti hely vizsgálata, pedig

azért szükséges, mert a külső terhelésből ott keletkeznek a maximális igénybevételek, illetve feszültségek.

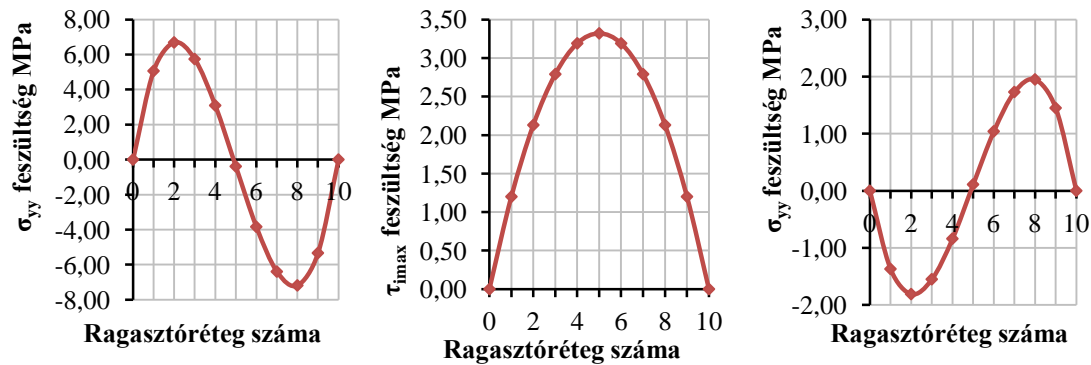
A gyártási sajátfeszültségek számítása során használt bemenő adatok a következők voltak:

- $b = 160 \text{ mm}$  – a lamellák szélessége
- $h_i = 30 \text{ mm}$  – az  $i$ -edik lamella vastagsága
- $E_i = 13650 \text{ MPa}$  – az  $i$ -edik lamella rosttal párhuzamos rugalmassági modulusa
- $R_1(z) = 7060 \text{ mm}$  – az 1. lamella görbületi sugara a sablonbeli  $z$  helyen (a visszarugózás mértéke miatt más a külső sugár értéke, mert a tényleges külső sugár, már a visszarugózott értékkel kell, hogy megegyezzen a tényleges geometria miatt).

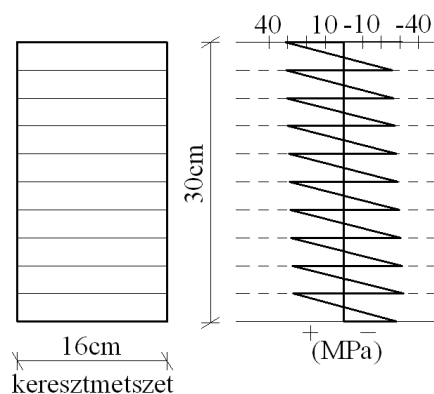
Ezen adatok megadásával, már minden gyártási feszültség számítható, bármilyen keresztmetszetben. A kapott eredményeket táblázatban és grafikonokon ábráztuk.

**9. táblázat** gyártási sajátfeszültségek a 0, 1, 2, és a 12. keresztmetszetekben a ragasztási rétegekben

Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ esetén lamella)	Gyártási sajátfeszültségek													
	0. km			1. km			2. km				12. km (3-21. km is)			
							alsó szál	felső szál			alsó szál	felső szál		
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau_{imax}$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$
	[MPa]			[MPa]			[MPa]				[MPa]			
0	0	0,00	0	$\approx 0$	$\approx 0$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0
1	0	5,06	0	$\approx 0$	$\approx 0$	1,20	-15,69	13,02	-1,37	0,80	-31,37	26,04	0	0
2	0	6,69	0	$\approx 0$	$\approx 0$	2,13	-15,45	13,38	-1,81	1,42	-30,90	26,76	0	0
3	0	5,74	0	$\approx 0$	$\approx 0$	2,79	-15,22	13,74	-1,55	1,86	-30,43	27,48	0	0
4	0	3,09	0	$\approx 0$	$\approx 0$	3,19	-14,99	14,10	-0,84	2,13	-29,97	28,19	0	0
5	0	-0,39	0	$\approx 0$	$\approx 0$	3,32	-14,75	14,46	0,11	2,21	-29,50	28,91	0	0
6	0	-3,84	0	$\approx 0$	$\approx 0$	3,19	-14,52	14,82	1,04	2,13	-29,04	29,63	0	0
7	0	-6,40	0	$\approx 0$	$\approx 0$	2,79	-14,29	15,18	1,73	1,86	-28,58	30,35	0	0
8	0	-7,19	0	$\approx 0$	$\approx 0$	2,13	-14,06	15,54	1,95	1,42	-28,12	31,07	0	0
9	0	-5,34	0	$\approx 0$	$\approx 0$	1,20	-13,83	15,90	1,45	0,80	-27,66	31,80	0	0
10	0	0,00	0	$\approx 0$	$\approx 0$	0,00	-13,60	16,26	0,00	0,00	-27,20	32,52	0	0



65. ábra A  $\sigma_{yy}$  a 0. keresztmetszetben,  $\tau_{imax}$  az 1. keresztmetszetben,  $\sigma_{yy}$  a 2. keresztmetszetben, a gyártási feszültségek a ragasztási rétegekben (9. táblázat eredményei)



66. ábra A  $\sigma_{zz}$  gyártási feszültségek a ragasztási rétegekben a 12. keresztmetszetben (9. táblázat eredményei)

A kapott eredményekből látható, hogy a gyártás során fellépő feszültségértékek, milyen jelentősek is lehetnek, tehát nem elhanyagolhatóak az íves rétegelt-ragasztott tartók tervezése, illetve ellenőrzése során.

#### 8.1.4 Gyártási feszültségek meghatározása vékony lamella esetén

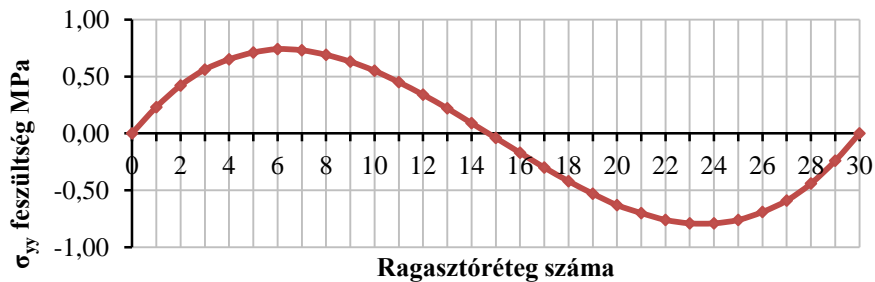
A 8.1.3-ben leírt számítást megismételjük ugyanazon a tartón. A 150 x 300 mm-es keresztmetszetű tartó 30 mm-es lamella helyett 10 mm-es lamella vastagságot alkalmazunk. Ebben az esetben is a 0., 1., 2., és a 12. keresztmetszetek gyártásból keletkező sajátfeszültségeit határoztuk meg. A tartó bemenő adataiban az egyetlen változás a lamella vastagság, vagyis a  $h_i = 10 \text{ mm}$ .

A kapott eredményeket, itt is Excel program segítségével határoztuk meg, majd táblázatokban és grafikonokon ábrázoljuk azokat.

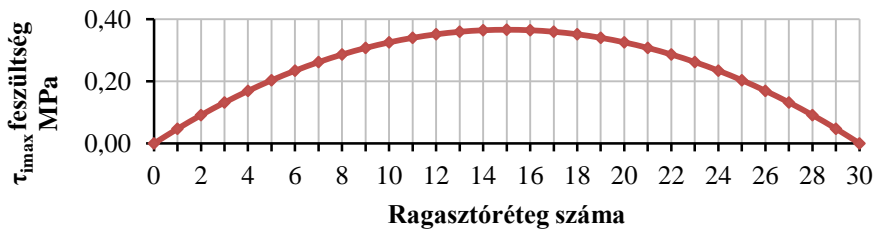


10. táblázat gyártási sajátfeszültségek a 0, 1, 2, és a 12. keresztmetszeti helyeken a ragasztási rétegekben

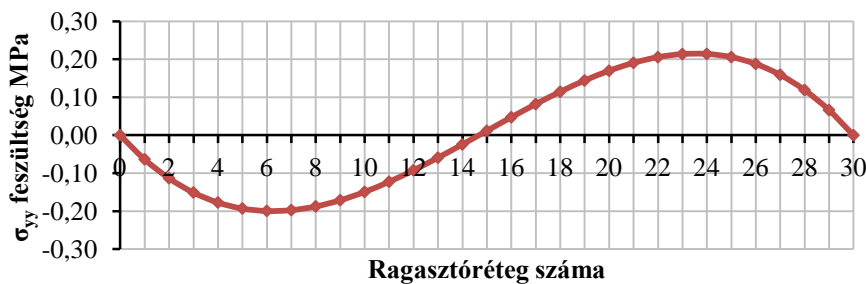
Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ esetén lamella)	Gyártási sajátfeszültségek													
	0. km			1. km			2. km			12. km (3-21.km is)				
							alsó szál	felső szál		alsó szál	felső szál			
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau_{imax}$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$
	[MPa]			[MPa]			[MPa]					[MPa]		
0	0	0,00	0	≈0	≈0	0,00	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0
1	0	0,23	0	≈0	≈0	0,05	-4,935	4,62	-0,06	0,03	-9,87	9,24	0	0
2	0	0,42	0	≈0	≈0	0,09	-4,93	4,64	-0,11	0,06	-9,86	9,28	0	0
3	0	0,56	0	≈0	≈0	0,13	-4,93	4,655	-0,15	0,09	-9,86	9,31	0	0
4	0	0,65	0	≈0	≈0	0,17	-4,925	4,675	-0,18	0,11	-9,85	9,35	0	0
5	0	0,71	0	≈0	≈0	0,20	-4,92	4,69	-0,19	0,13	-9,84	9,38	0	0
6	0	0,74	0	≈0	≈0	0,23	-4,915	4,71	-0,20	0,15	-9,83	9,42	0	0
7	0	0,73	0	≈0	≈0	0,26	-4,91	4,725	-0,20	0,17	-9,82	9,45	0	0
8	0	0,69	0	≈0	≈0	0,29	-4,905	4,745	-0,19	0,19	-9,81	9,49	0	0
9	0	0,63	0	≈0	≈0	0,31	-4,905	4,76	-0,17	0,21	-9,81	9,52	0	0
10	0	0,55	0	≈0	≈0	0,33	-4,91	4,78	-0,15	0,22	-9,82	9,56	0	0
11	0	0,45	0	≈0	≈0	0,34	-4,895	4,8	-0,12	0,23	-9,79	9,60	0	0
12	0	0,34	0	≈0	≈0	0,35	-4,89	4,815	-0,09	0,23	-9,78	9,63	0	0
13	0	0,22	0	≈0	≈0	0,36	-4,89	4,835	-0,06	0,24	-9,78	9,67	0	0
14	0	0,09	0	≈0	≈0	0,36	-4,885	4,85	-0,02	0,24	-9,77	9,70	0	0
15	0	-0,04	0	≈0	≈0	0,37	-4,88	4,87	0,01	0,25	-9,76	9,74	0	0
16	0	-0,17	0	≈0	≈0	0,36	-4,875	4,885	0,05	0,24	-9,75	9,77	0	0
17	0	-0,30	0	≈0	≈0	0,36	-4,87	4,905	0,08	0,24	-9,74	9,81	0	0
18	0	-0,42	0	≈0	≈0	0,35	-4,87	4,925	0,11	0,23	-9,74	9,85	0	0
19	0	-0,53	0	≈0	≈0	0,34	-4,865	4,94	0,14	0,23	-9,73	9,88	0	0
20	0	-0,63	0	≈0	≈0	0,33	-4,86	4,96	0,17	0,22	-9,72	9,92	0	0
21	0	-0,70	0	≈0	≈0	0,31	-4,855	4,975	0,19	0,21	-9,71	9,95	0	0
22	0	-0,76	0	≈0	≈0	0,29	-4,855	4,995	0,21	0,19	-9,71	9,99	0	0
23	0	-0,79	0	≈0	≈0	0,26	-4,85	5,01	0,21	0,17	-9,7	10,02	0	0
24	0	-0,79	0	≈0	≈0	0,23	-4,845	5,03	0,21	0,15	-9,69	10,06	0	0
25	0	-0,76	0	≈0	≈0	0,20	-4,84	5,05	0,21	0,13	-9,68	10,10	0	0
26	0	-0,69	0	≈0	≈0	0,17	-4,84	5,065	0,19	0,11	-9,68	10,13	0	0
27	0	-0,59	0	≈0	≈0	0,13	-4,835	5,085	0,16	0,09	-9,67	10,17	0	0
28	0	-0,44	0	≈0	≈0	0,09	-4,83	5,105	0,12	0,06	-9,66	10,21	0	0
29	0	-0,24	0	≈0	≈0	0,05	-4,83	5,12	0,07	0,03	-9,66	10,24	0	0
30	0	0,00	0	≈0	≈0	0,00	-4,825	5,14	0,00	0,00	-9,65	10,28	0	0



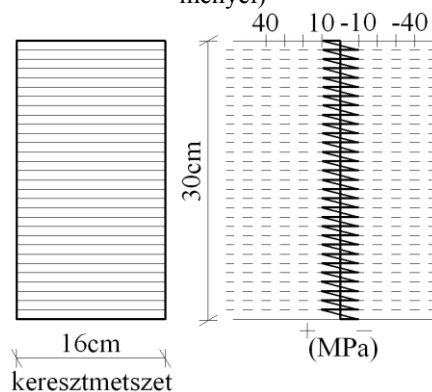
67. ábra A  $\sigma_{yy}$  gyártási feszültségek a ragasztási rétegekben a 0. keresztmetszetben (10. táblázat eredményei)



68. ábra A  $\tau_{imax}$  gyártási feszültségek a ragasztási rétegekben a 1. keresztmetszetben (10. táblázat eredményei)



69. ábra A  $\sigma_{yy}$  gyártási feszültségek a ragasztási rétegekben a 2. keresztmetszetben (10. táblázat eredményei)



70. ábra A  $\sigma_{zz}$  gyártási feszültségek a ragasztási rétegekben a 12. keresztmetszetben (10. táblázat eredményei)

Ha a kapott eredményeket összehasonlítjuk a 8.1.3-ben kapott eredményekkel, azt láthatjuk, hogy vékony lamella esetén nagyságrenddel kisebb gyártási sajátfeszültségek lépnek fel, de így sem hanyagolhatóak el az íves rétegelt-ragasztott tartók tervezése, illetve ellenőrzése során.

### 8.1.5 A klimatikus feszültségek meghatározása vastag lamella esetén

A 8.1-es fejezetben már leírt tartón mutatjuk be a klimatikus sajátfeszültségeinek számítását. A Szalai féle klimatikus sajátfeszültségek analitikus úton történő meghatározása a 3.2.2 fejezetben került bemutatásra. Ha a bonyolult számítást Excel program segítségével végezzük, könnyen megkaphatjuk a keresett feszültségeket.

A tartó klimatikus terhelésének azt az esetet választottuk, ami a megépült szerkezetek esetén gyakran előforduló jelenség. Mégpedig a beépített tartó legfelső lamellájának nedvességtartalma jelentősen eltér a többi lamellától. Ennek oka az, hogy, a külső hőmérséklet eltérését és az ebből keletkező páralecsapódást a legfelső lamella érzékeli leginkább. Példánkban ez azt jelenti, hogy a legfelső lamella nedvességtartalma 16%-os míg a többi lamella 12%-os nedvességtartalmú.

A klimatikus feszültségek esetén is ugyanazokat a keresztmetszeteket vizsgáljuk, mint a gyártási feszültségeknél.

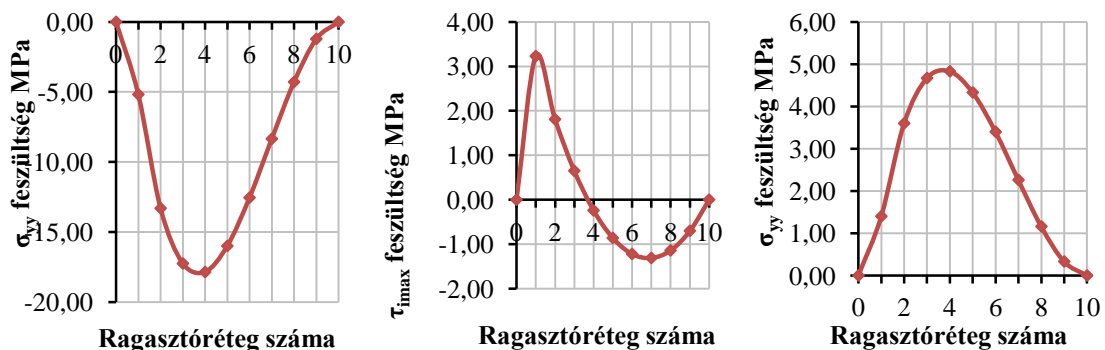
A klimatikus sajátfeszültségek számítása során használt bemenő adatok a következők voltak:

- $b = 160 \text{ mm}$  – a lamellák szélessége
- $h_i = 30 \text{ mm}$  – az  $i$ -edik lamella vastagsága
- $E_i = 13650 \text{ MPa}$  – az  $i$ -edik lamella rosttal párhuzamos rugalmassági modulusa
- $R_1(z) = 7060 \text{ mm}$  – az 1. lamella görbületi sugara a sablonbeli  $z$  helyen (a visszarugózás mértéke miatt más a külső sugár értéke, mert a tényleges külső sugár, már a visszarugózott értéknél kell, hogy megegyezzen a geometriai mérettel).
- $\alpha_{LLi} = 0,000002 \frac{1}{^\circ\text{C}}$  – az  $i$ -edik lamella hőtágulási együtthatója rostokkal párhuzamosan Kollmann (1951) szerint.
- $\beta_{LLi} = 0,0002 \frac{1}{\%}$  – az  $i$ -edik lamella zsugorodási-dagadási együtthatója együtthatója rostokkal párhuzamosan Kollmann (1951) szerint.
- $dT_i(y)$  – az  $i$ -edik lamella  $y$  koordinátájú szálában a vég- és kezdeti állapot közötti hőmérsékletkülönbség. Mivel a tartó lamelláinak hőmérséklete nem változik ezek az értékek 0-k.
- $du_i(y)$  – az  $i$ -edik lamella  $y$  koordinátájú szálában a vég- és kezdeti állapot nedvességtartalma %-os értékkel megadva. A kezdeti értékek minden lamellában 12 %-osak, a vég értékek közül, csak a legfelső lamella nedvességtartalmát változtatjuk 16%-ra.

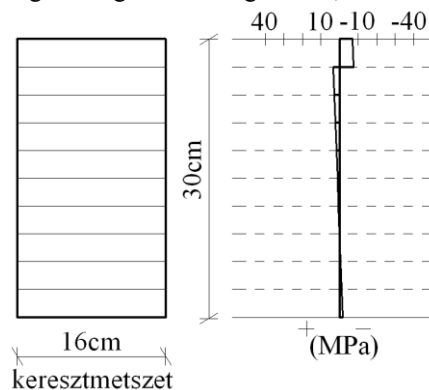
Ezen adatok megadásával már minden klimatikus feszültség számítható, bármilyen keresztmetszetben, az adott klimatikus terhelés esetén. A kapott eredményeket táblázatban és grafikonokon ábrázoltuk.

**11. táblázat** klimatikus sajátfeszültségek a 0, 1, 2, és a 12. keresztmetszeti helyeken a ragasztási rétegekben

Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ esetén lamella)	Klimatikus sajátfeszültségek													
	0. km			1. km			2. km			12. km (3-21. km is)				
							alsó szál	felső szál		alsó szál	felső szál			
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau_{imax}$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$		
	[MPa]			[MPa]			[MPa]			[MPa]				
0	0	0,00	0	$\approx 0$	$\approx 0$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0
1	0	-5,18	0	$\approx 0$	$\approx 0$	3,23	-3,74	-3,44	1,40	2,15	-7,47	-6,88	0	0
2	0	-13,31	0	$\approx 0$	$\approx 0$	1,81	1,43	1,73	3,60	1,21	2,86	3,45	0	0
3	0	-17,25	0	$\approx 0$	$\approx 0$	0,65	1,14	1,43	4,67	0,43	2,27	2,86	0	0
4	0	-17,86	0	$\approx 0$	$\approx 0$	-0,24	0,84	1,14	4,83	-0,16	1,68	2,27	0	0
5	0	-16,00	0	$\approx 0$	$\approx 0$	-0,86	0,55	0,84	4,33	-0,57	1,09	1,68	0	0
6	0	-12,55	0	$\approx 0$	$\approx 0$	-1,22	0,25	0,55	3,40	-0,81	0,50	1,09	0	0
7	0	-8,35	0	$\approx 0$	$\approx 0$	-1,31	-0,03	0,25	2,26	-0,87	-0,09	0,50	0	0
8	0	-4,29	0	$\approx 0$	$\approx 0$	-1,14	-0,34	-0,03	1,16	-0,76	-0,68	-0,09	0	0
9	0	-1,22	0	$\approx 0$	$\approx 0$	-0,70	-0,64	-0,34	0,33	-0,47	-1,27	-0,68	0	0
10	0	0,00	0	$\approx 0$	$\approx 0$	0,00	-0,93	-0,64	0,00	0,00	-1,86	-1,27	0	0



**71. ábra** A  $\sigma_{yy}$  a 0. keresztmetszetben,  $\tau_{imax}$  az 1. keresztmetszetben,  $\sigma_{yy}$  a 2. keresztmetszetben, a gyártási feszültségek a ragasztási rétegekben (11. táblázat eredményei)



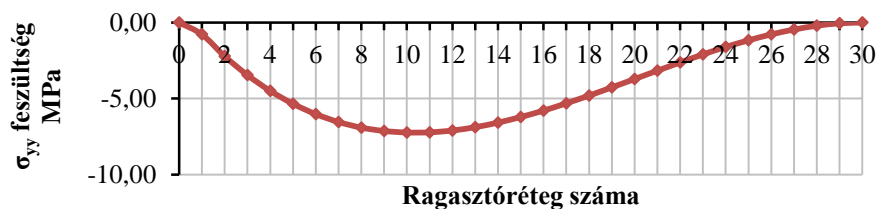
**72. ábra** A  $\sigma_{zz}$  klimatikus feszültségek a ragasztási rétegekben a 12. keresztmetszetben (11. táblázat eredményei)

A számítási eredményekből az állapítható meg, hogy az adott klimatikus terhelés esetén keletkező sajátfeszültségek is jelentősek lehetnek, különösen a tartó „zavart” szakaszán. Ezek elhanyagolása, és figyelmen kívül hagyása a szerkezet tervezése során a biztonság kárára történik.

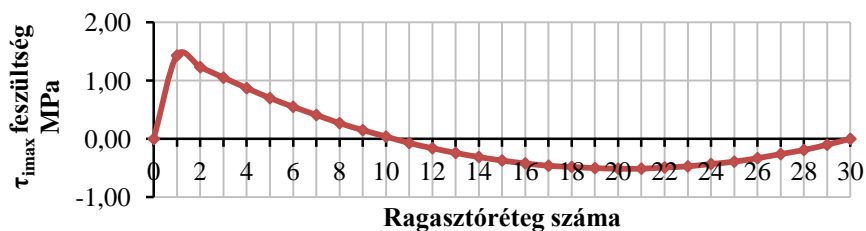
### 8.1.6 A klimatikus feszültségek meghatározása vékony lamella esetén

A 8.1.5-ben leírt számítást megismételjük ugyanazon a tartón, úgy hogy a 150 x 300 mm-es keresztmetszetű tartó 30 mm-es lamellái helyett 10 mm-es lamella vastagsággal számolunk. Ebben az esetben is a 0., 1., 2., és a 12. keresztmetszetek klimatikus sajátfeszültségeit határoztuk meg, ugyan azon klimatikus terhelés esetén. A tartó bemenő adataiban az egyetlen változás a lamella vastagság.

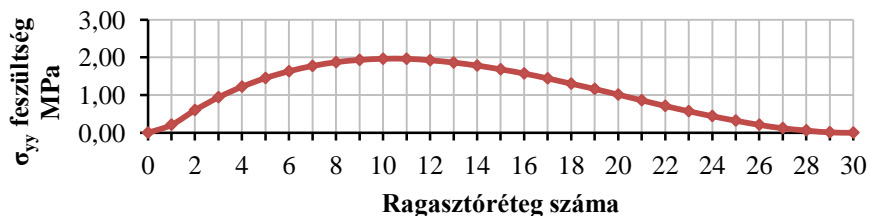
A kapott eredményeket itt is Excel program segítségével határoztuk meg, majd táblázatokban és grafikonokon ábrázoljuk.



73. ábra A  $\sigma_{yy}$  klimatikus feszültségek a ragasztási rétegekben a 0. keresztmetszetben (12. táblázat eredményei)



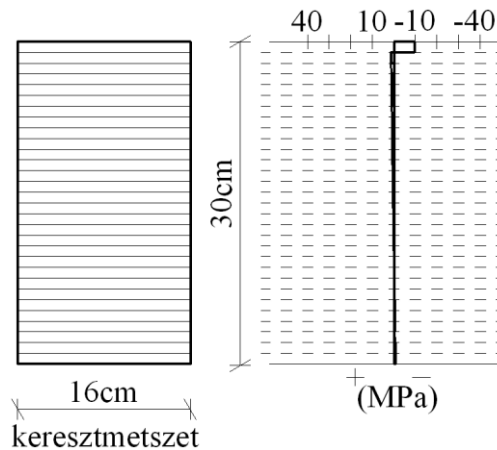
74. ábra A  $\tau_{max}$  klimatikus feszültségek a ragasztási rétegekben a 1. keresztmetszetben (12. táblázat eredményei)



75. ábra A  $\sigma_{yy}$  klimatikus feszültségek a ragasztási rétegekben a 2. keresztmetszetben (12. táblázat eredményei)

**12. táblázat** klimatikus sajátfeszültségek a 0, 1, 2, és a 12. keresztmetszeti helyeken a ragasztási rétegekben

Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ esetén lamella)	Klimatikus sajátfeszültségek													
	0. km			1. km			2. km			12. km (3-21.km is)				
							alsó szál	felső szál			alsó szál	felső szál		
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau_{imax}$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\tau$
	[MPa]			[MPa]			[MPa]						[MPa]	
0	0	0,00	0	≈0	≈0	0,00	-4,79	-4,75	0,00	0,00	0	0	0	0
1	0	-0,78	0	≈0	≈0	1,43	0,64	0,67	0,21	0,95	-9,57	-9,50	0	0
2	0	-2,22	0	≈0	≈0	1,23	0,60	0,64	0,60	0,82	1,28	1,35	0	0
3	0	-3,46	0	≈0	≈0	1,05	0,57	0,60	0,94	0,70	1,21	1,28	0	0
4	0	-4,50	0	≈0	≈0	0,87	0,53	0,57	1,22	0,58	1,14	1,21	0	0
5	0	-5,35	0	≈0	≈0	0,70	0,50	0,53	1,45	0,47	1,07	1,14	0	0
6	0	-6,03	0	≈0	≈0	0,55	0,46	0,50	1,63	0,37	1,00	1,07	0	0
7	0	-6,55	0	≈0	≈0	0,41	0,43	0,46	1,77	0,27	0,93	1,00	0	0
8	0	-6,92	0	≈0	≈0	0,27	0,39	0,43	1,87	0,18	0,86	0,93	0	0
9	0	-7,14	0	≈0	≈0	0,15	0,36	0,39	1,93	0,10	0,79	0,86	0	0
10	0	-7,24	0	≈0	≈0	0,04	0,32	0,36	1,96	0,03	0,72	0,79	0	0
11	0	-7,23	0	≈0	≈0	-0,07	0,29	0,32	1,96	-0,05	0,65	0,72	0	0
12	0	-7,11	0	≈0	≈0	-0,16	0,25	0,29	1,92	-0,11	0,58	0,65	0	0
13	0	-6,89	0	≈0	≈0	-0,24	0,22	0,25	1,86	-0,16	0,50	0,58	0	0
14	0	-6,59	0	≈0	≈0	-0,31	0,18	0,22	1,78	-0,21	0,43	0,50	0	0
15	0	-6,22	0	≈0	≈0	-0,37	0,15	0,18	1,68	-0,25	0,36	0,43	0	0
16	0	-5,80	0	≈0	≈0	-0,42	0,11	0,15	1,57	-0,28	0,29	0,36	0	0
17	0	-5,32	0	≈0	≈0	-0,46	0,08	0,11	1,44	-0,31	0,22	0,29	0	0
18	0	-4,81	0	≈0	≈0	-0,48	0,04	0,08	1,30	-0,32	0,15	0,22	0	0
19	0	-4,27	0	≈0	≈0	-0,50	0,01	0,04	1,16	-0,33	0,08	0,15	0	0
20	0	-3,72	0	≈0	≈0	-0,51	-0,03	0,01	1,01	-0,34	0,01	0,08	0	0
21	0	-3,17	0	≈0	≈0	-0,51	-0,06	-0,03	0,86	-0,34	-0,06	0,01	0	0
22	0	-2,63	0	≈0	≈0	-0,49	-0,10	-0,06	0,71	-0,33	-0,13	-0,06	0	0
23	0	-2,10	0	≈0	≈0	-0,47	-0,13	-0,10	0,57	-0,31	-0,20	-0,13	0	0
24	0	-1,61	0	≈0	≈0	-0,43	-0,17	-0,13	0,44	-0,29	-0,27	-0,20	0	0
25	0	-1,17	0	≈0	≈0	-0,39	-0,21	-0,17	0,32	-0,26	-0,34	-0,27	0	0
26	0	-0,78	0	≈0	≈0	-0,33	-0,24	-0,21	0,21	-0,22	-0,41	-0,34	0	0
27	0	-0,46	0	≈0	≈0	-0,26	-0,28	-0,24	0,12	-0,17	-0,48	-0,41	0	0
28	0	-0,21	0	≈0	≈0	-0,19	-0,31	-0,28	0,06	-0,13	-0,55	-0,48	0	0
29	0	-0,05	0	≈0	≈0	-0,10	-0,35	-0,31	0,01	-0,07	-0,62	-0,55	0	0
30	0	0,00	0	≈0	≈0	0,00	-0,35	-0,31	0,00	0,00	-0,69	-0,62	0	0



**76. ábra** A  $\sigma_{zz}$  klimatikus feszültségek a ragasztási rétegekben a 12. keresztmetszetben (12. táblázat eredményei)

Ha a kapott eredményeket összehasonlítjuk a 8.1.5-ben kapott eredményekkel, azt láthatjuk, hogy vékony lamellák esetén a rostokkal párhuzamos normál feszültségeket kivéve körülbelül fele akkor klimatikus saját feszültségek lépnek fel. A rostokkal párhuzamos normál feszültségek szinte megegyeznek. Ugyanakkor megállapíthatjuk, hogy a klimatikus saját feszültségek még az utóbbi esetben sem hanyagolhatóak el a rétegelt-ragasztott tartók tervezése, illetve ellenőrzése során.

## 9 A feszültségek összegzésének bemutatása, vastag és vékony lamellák esetén

A külső terhelésből származó feszültségek, és a saját feszültségek számításánál a jelölések nem egyeznek meg (mert a szakirodalmak tanulmányozását az eredeti jelölésrendszer megkönnyíti), így ahhoz, hogy a feszültségeket összegezni tudjuk, egységesíteniünk kell a jelöléseket. Mivel a saját feszültségeknél kétféle feszültséget is meghatároztunk (gyártási és klimatikus saját feszültségek), így ennek a jelöléseikhez igazítjuk a külső terhelésből származó feszültségek jelöléseit. Vagyis a már számolt külső terhelésből keletkező feszültségek a következő képen módosulnak a jelölésben:

- $\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{zz}$  – rostokkal párhuzamos normál feszültségek,
- $\sigma_{rr} = \sigma_{yy}$  – rostokra merőleges normál feszültségek,
- $\sigma_{r\varphi} = \tau = \tau_{zy} = \tau_{yz}$  – nyírófeszültségek.

Ezek megadásával a különböző terhelésekből származó feszültség-fajták egy keresztmetszeten belüli összegzése már könnyen elvégezhető, hiszen csak az azonos indexű feszültségkomponenseket kell előjelhelyesen összevonni. Előbb azonban azt kell megvizsgálunk, hogy hol, és melyik keresztmetszetekben kell, illetve érdemes az összegzést elvégezni.

Olyan keresztmetszeteket kell keresnünk, ahol maximális feszültségek keletkeznek. Ezen helyek megkeresése a vizsgált tartókon jelentősen leegyszerűsödik, köszönhetően a szimmetriának. A külső terhelésből származó feszültségek maximuma a 12. jelű kereszt-

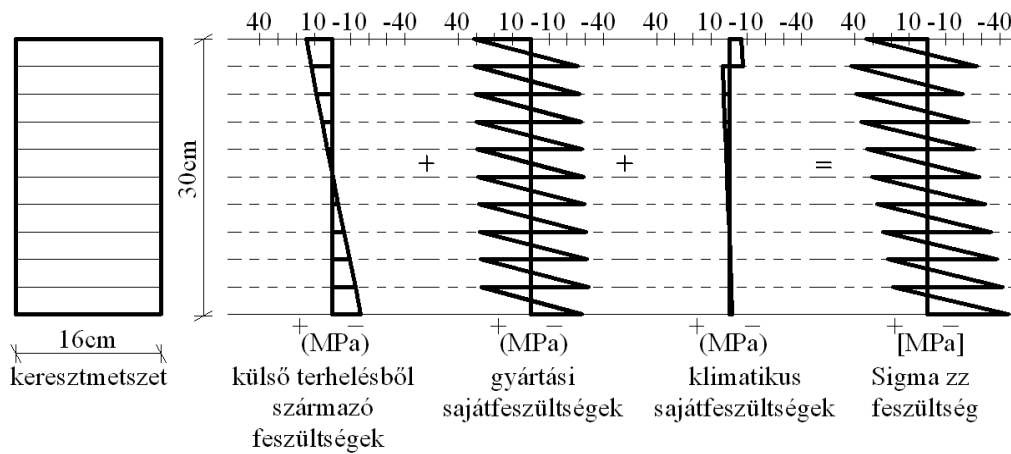
metszet. A külső terhelésből itt keletkeznek a maximális  $\sigma_{zz}$  és  $\sigma_{yy}$  feszültségek. A nyírófeszültségek maximuma pedig a nyíróerő maximumának helyén lép fel, amely, a 0. és a 21. hely (az egyik pozitív, a másik negatív szélsőérték).

A sajátfeszültségek a tartó közbenső részén (a  $\sigma_{zz}$  rosttal párhuzamos normál-feszültségek) és a tartó végein, az úgynevezett „zavart” szakaszon (Lásd a 3.2.1 fejezet 22. ábráját) keletkeznek. A rostiránnyal párhuzamos normál-feszültségek szélső értéke a tartóvégtől számított  $h/2$  távolságra, ill. a zavarmentes szakasz maximális normálerő és hajlító nyomaték helyén van. A rostokra merőleges normál-feszültség maximumának helye a végkeresztmetszet. A rostra merőleges normál-feszültség kisebbik szélső értéke a tartóvégtől számított  $h/6$  távolság.

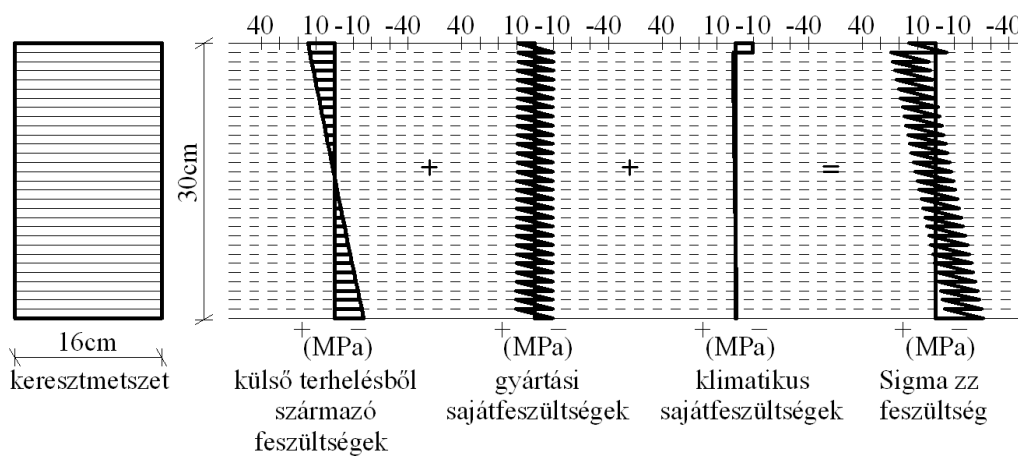
Tehát a feszültség összegzéseket a 0., 1., 2. és a 12. keresztmetszetekben kell elvégeznünk vastag és vékony lamellából álló tartó esetén is, hogy a maximális feszültségeket, illetve a kritikus feszültségállapotokat meghatározhassuk. Minden kijelölt keresztmetszetben, annak minden ragasztórétegében és lamellájában előjelhelyesen össze kell adni a külső terhelésből, a klimatikus terhelésből és a gyártás során keletkező feszültségfajtákat. A számításokat Excelben végeztük, aminek eredményeit, táblázatban és grafikonokon ábráztuk.

A 12. keresztmetszet  $\sigma_{zz}$  feszültség összegzését és eredményét grafikailag részletezve is láthatjuk vastag (77. ábra), és vékony lamellák (78. ábra) esetén. A  $\sigma_{zz}$  feszültségek összegzésének menete az ábráról könnyen leolvashat. Ezekből az ábrákból egyértelműen kiderül, hogy az eddigi mértezési gyakorlat sokkal kisebb normál-feszültségeket tekintett mérvadónak, mint az számításaink alapján adódik. A két ábra egymás alatt, azt is jól szemlélteti, hogy ugyanazon a tartón, ugyanolyan terhelés és geometria esetén, csak a lamella vastagság változtatásával milyen nagy feszültségkülönbségeket kaphatunk. Így az egyértelműen kimondható, hogy a vékony lamellából álló tartó nem véletlenül reped kevésbé. A 2.2.1.1 fejezet, 3. pontjában leírt és a 8. ábra látható felmérési eredményt tudtuk igazolni azzal, hogy ugyanolyan teher és geometria esetén a vastag lamellájú tartók megrepedtek, míg a vékony lamellájú tartók a csarnokban nem mutattak repedéseket. Ugyanennek a fejezetnek a 2. és 6. pontját is igazolni tudjuk a számítási eredményekkel, hiszen a 2. pontban azt mondtuk ki, hogy a tartó végénél gyakoriak a repedések. Ennek oka egyértelműen a gyártási- és klimatikus sajátfeszültségek, melyek maximum helyei a tartó végeknél találhatóak. A 6. pontban az egyenletes klimatikus körülmények között lévő rétegelt-ragasztott tartók jobb viselkedését figyelhettük meg, vagyis, hogy a tartók kevésbé repednek. Ezt úgy érthetjük el, hogy a tartó lamelláinak nedvességtartalmát a gyártás és az élettartam folyamán változatlan értéken tartjuk.





77. ábra A  $\sigma_{zz}$  feszültség összegzésének grafikai részletei a 12. keresztmetszetben vastag lamellák esetén

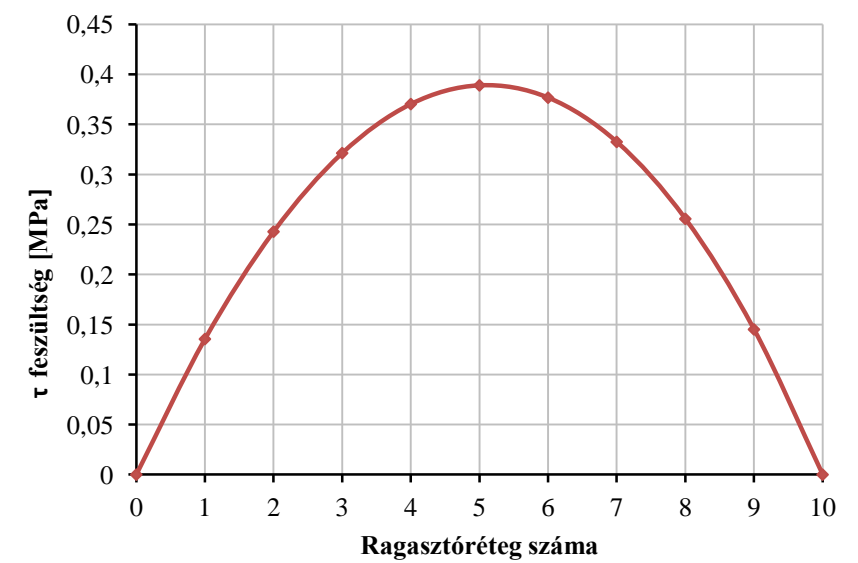
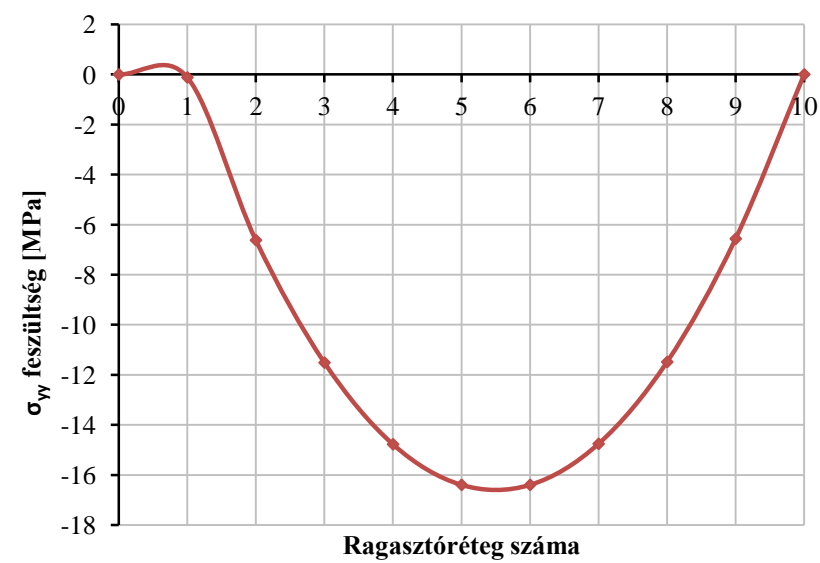
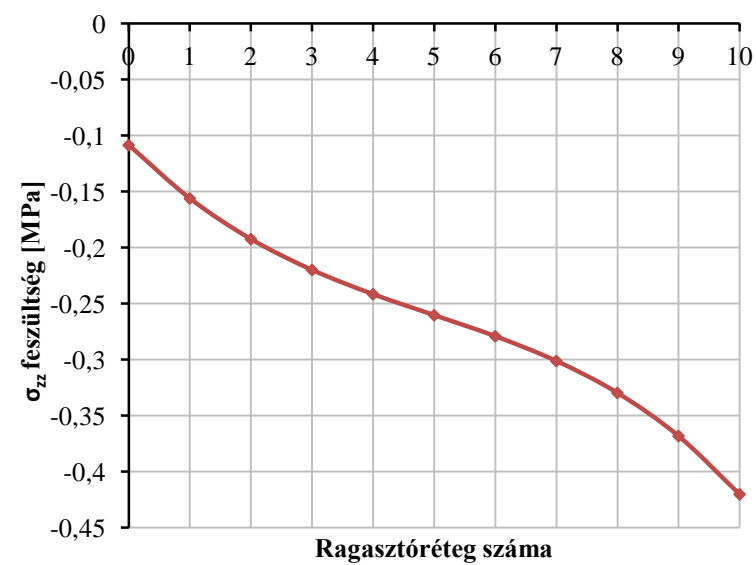


78. ábra A  $\sigma_{zz}$  feszültség összegzésének grafikai részletei a 12. keresztmetszetben vékony lamellák esetén

## 9.1 A 30 mm vastag lamellákból álló tartó feszültségeinek összegzése

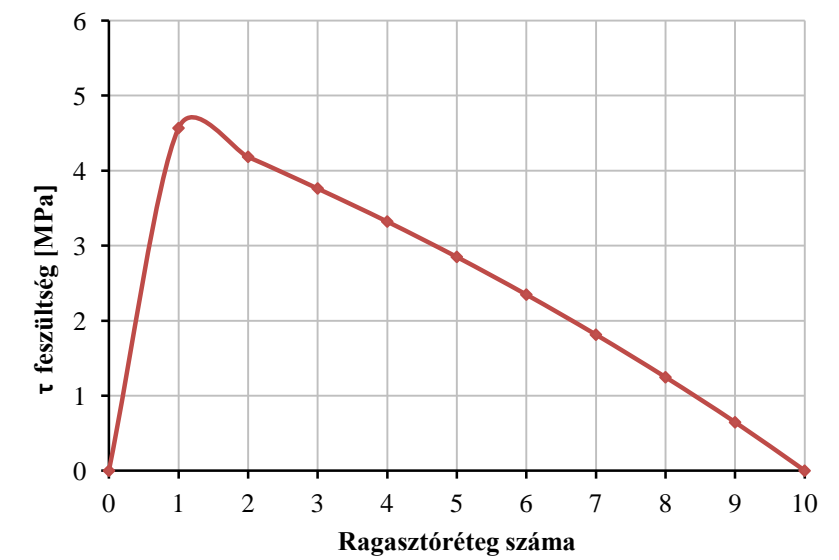
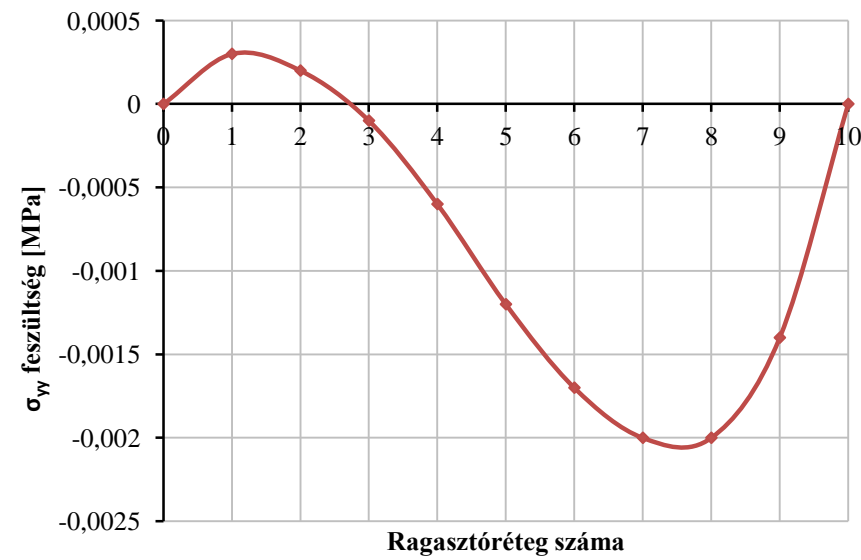
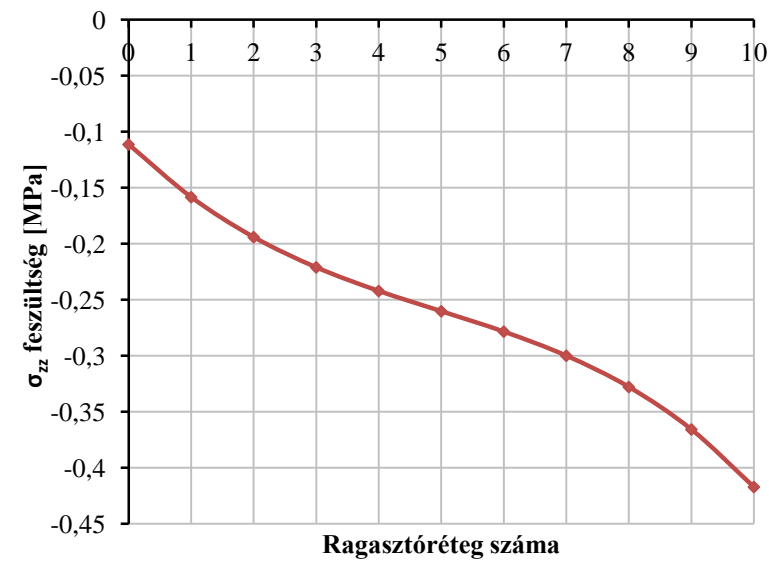
13. táblázat Feszültségösszegzés a 0. keresztmetszetben

Feszültségösszegzés a 0. keresztmetszetben												
Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ -esetén lamella)	Külső terhelésből származó feszültségek			Gyártási saját feszültségek			Klimatikus saját feszültségek			Összesített feszültségek		
	[MPa]			[MPa]			[MPa]			[MPa]		
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$
0	-0,1086	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,1086	0	0
1	-0,1562	0,0003	0,1355	0	5,06	0	0	-5,18	0	-0,1562	-0,1197	0,1355
2	-0,1925	0,0002	0,2428	0	6,69	0	0	-13,31	0	-0,1925	-6,6198	0,2428
3	-0,22	-0,0001	0,3213	0	5,74	0	0	-17,25	0	-0,22	-11,51	0,3213
4	-0,2417	-0,0007	0,3703	0	3,09	0	0	-17,86	0	-0,2417	-14,771	0,3703
5	-0,2604	-0,0012	0,389	0	-0,39	0	0	-16	0	-0,2604	-16,391	0,389
6	-0,2792	-0,0017	0,3767	0	-3,84	0	0	-12,55	0	-0,2792	-16,392	0,3767
7	-0,3013	-0,0021	0,3325	0	-6,4	0	0	-8,35	0	-0,3013	-14,752	0,3325
8	-0,3298	-0,002	0,2556	0	-7,19	0	0	-4,29	0	-0,3298	-11,482	0,2556
9	-0,3683	-0,0014	0,1451	0	-5,34	0	0	-1,22	0	-0,3683	-6,5614	0,1451
10	-0,4203	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,4203	0	0

79. ábra A  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{yy}$ , és  $\tau$  eredő feszültségek a 0. keresztmetszetben

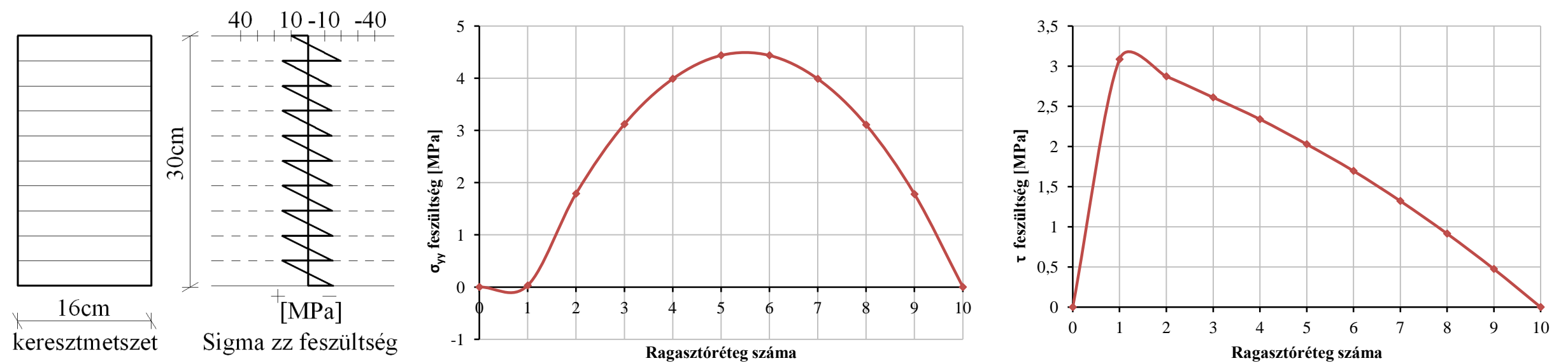
14. táblázat Feszültségösszegzés a 1. keresztmetszetben

Feszültségösszegzés az 1. keresztmetszetben												
Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ esetén lamella)	Külső terhelésből származó feszültségek			Gyártási sajátfeszültségek			Klimatikus sajátfeszültségek			Összesített feszültségek		
	[MPa]			[MPa]			[MPa]			[MPa]		
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$
0	-0,1115	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,1115	0	0
1	-0,1585	0,0003	0,1355	0	0	1,2	0	0	3,23	-0,1585	0,0003	4,5655
2	-0,1942	0,0002	0,2428	0	0	2,13	0	0	1,81	-0,1942	0,0002	4,1828
3	-0,2212	-0,0001	0,3213	0	0	2,79	0	0	0,65	-0,2212	-0,0001	3,7613
4	-0,2423	-0,0006	0,3703	0	0	3,19	0	0	-0,24	-0,2423	-0,0006	3,3203
5	-0,2604	-0,0012	0,389	0	0	3,32	0	0	-0,86	-0,2604	-0,0012	2,849
6	-0,2786	-0,0017	0,3767	0	0	3,19	0	0	-1,22	-0,2786	-0,0017	2,3467
7	-0,3001	-0,002	0,3325	0	0	2,79	0	0	-1,31	-0,3001	-0,002	1,8125
8	-0,328	-0,002	0,2556	0	0	2,13	0	0	-1,14	-0,328	-0,002	1,2456
9	-0,3659	-0,0014	0,1451	0	0	1,2	0	0	-0,7	-0,3659	-0,0014	0,6451
10	-0,4173	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,4173	0	0

80. ábra A  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{yy}$ , és  $\tau$  eredő feszültségek a 1. keresztmetszetben

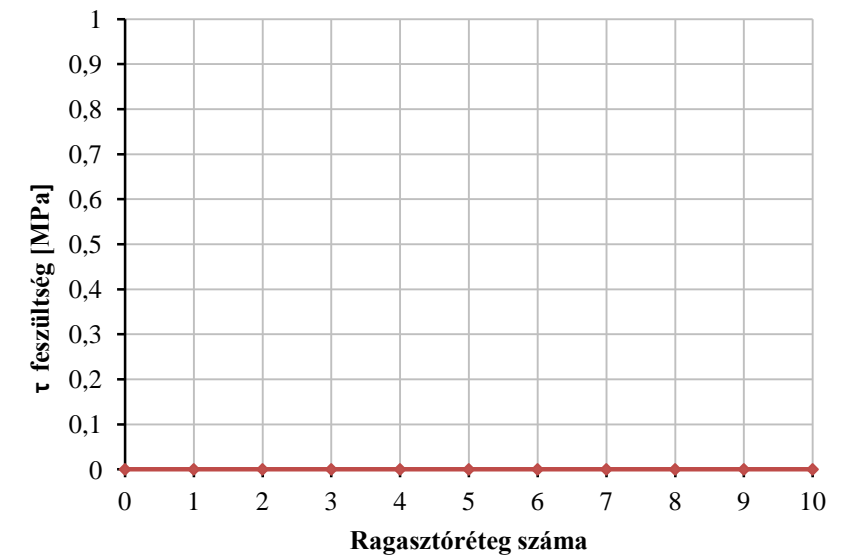
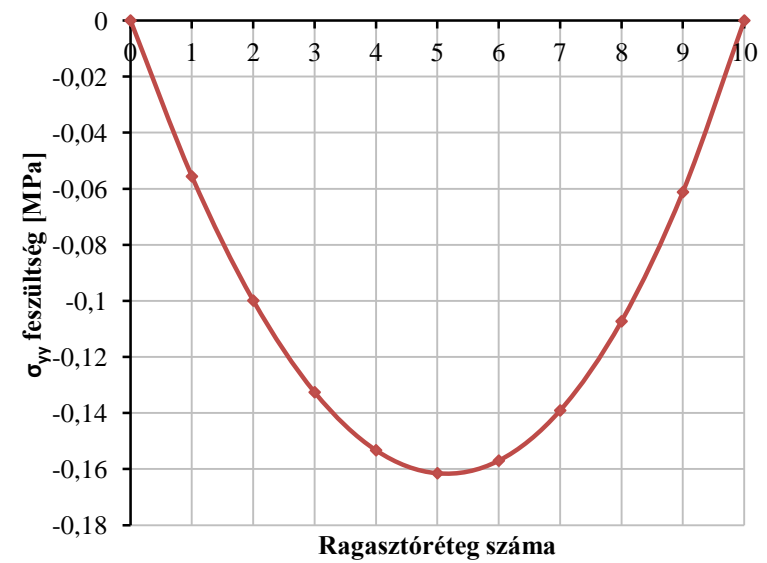
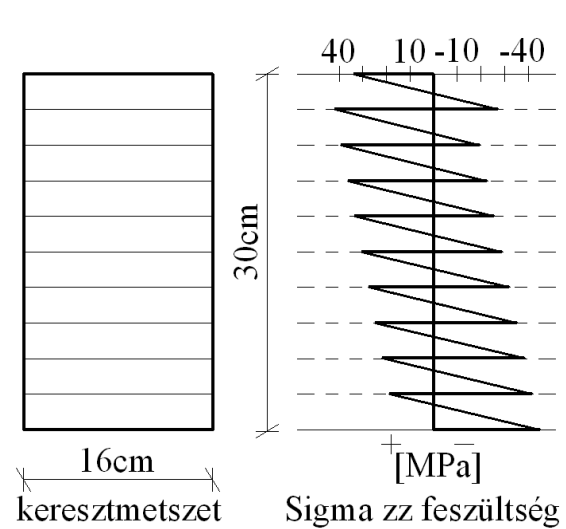
15. táblázat Feszültségösszegzés a 2. keresztmetszetben

Feszültségösszegzés a 2. keresztmetszetben															
Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ esetén lamella)	Külső terhelésből származó feszültségek			Gyártási saját feszültségek				Klimatikus saját feszültségek				Összesített feszültségek			
	[MPa]			[MPa]				[MPa]				[MPa]			
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$
				alsó szál	felső szál			alsó szál	felső szál			alsó szál	felső szál		
0	0,0188	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			0	0
1	-0,054	-0,0002	0,135	-15,69	13,02	-1,37	0,8	-3,74	-3,44	1,4	2,15	-19,484	9,5988	0,0298	3,085
2	-0,1156	-0,0007	0,2419	-15,45	13,38	-1,81	1,42	1,43	1,73	3,6	1,21	-14,136	15,056	1,7893	2,8719
3	-0,1686	-0,0013	0,3202	-15,22	13,74	-1,55	1,86	1,14	1,43	4,67	0,43	-14,249	15,0544	3,1187	2,6102
4	-0,2159	-0,002	0,3689	-14,99	14,1	-0,84	2,13	0,84	1,14	4,83	-0,16	-14,366	15,0714	3,988	2,3389
5	-0,2604	-0,0026	0,3876	-14,75	14,46	0,11	2,21	0,55	0,84	4,33	-0,57	-14,46	15,0841	4,4374	2,0276
6	-0,3053	-0,0031	0,3753	-14,52	14,82	1,04	2,13	0,25	0,55	3,4	-0,81	-14,575	15,1096	4,4369	1,6953
7	-0,3536	-0,0032	0,3313	-14,29	15,18	1,73	1,86	-0,03	0,25	2,26	-0,87	-14,674	15,1247	3,9868	1,3213
8	-0,4087	-0,0029	0,2547	-14,06	15,54	1,95	1,42	-0,34	-0,03	1,16	-0,76	-14,809	15,1564	3,1071	0,9147
9	-0,4741	-0,0019	0,1446	-13,83	15,9	1,45	0,8	-0,64	-0,34	0,33	-0,47	-14,944	15,1513	1,7781	0,4746
10	-0,5533	0	0	-13,6	16,26	0	0	-0,93	-0,64	0	0	-15,083	15,1459	0	0

81. ábra A  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{yy}$ , és  $\tau$  eredő feszültségek a 2. keresztmetszetben

16. táblázat Feszültségösszegzés a 12. keresztmetszetben

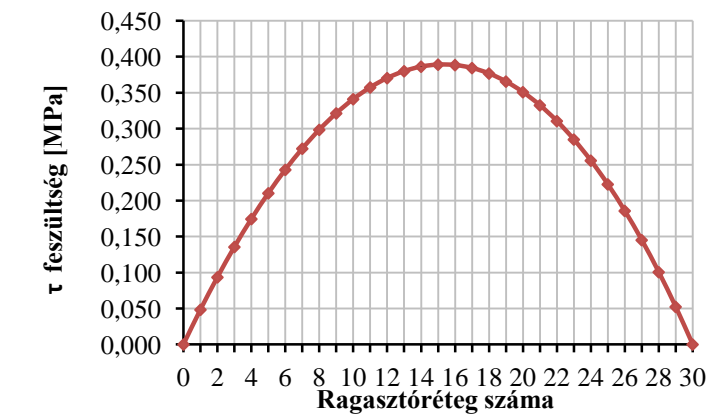
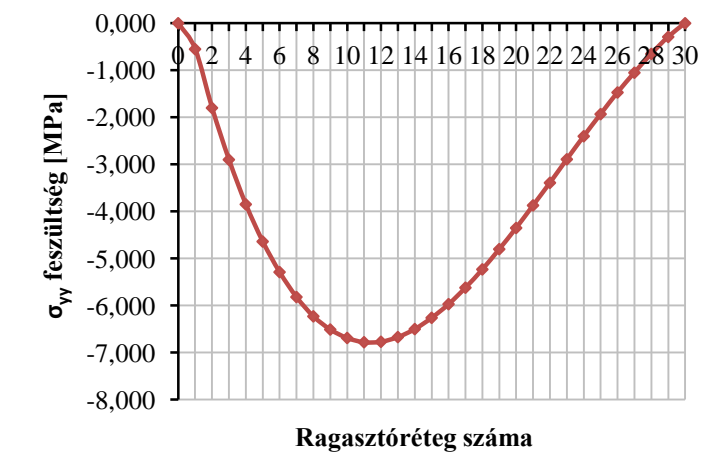
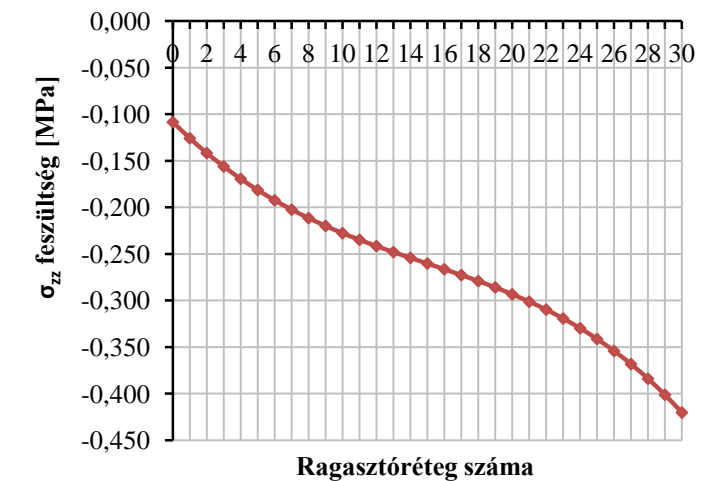
Feszültségösszegzés a 12. keresztmetszetben															
Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ esetén lamella)	Külső terhelésből származó feszültségek			Gyártási sajátfeszültségek				Klimatikus sajátfeszültségek				Összesített feszültségek			
	[MPa]			[MPa]				[MPa]				[MPa]			
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$
				alsó szál	felső szál			alsó szál	felső szál			alsó szál	felső szál		
0	14,5629	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			0	0
1	11,6175	-0,0556	0	-31,37	26,04	0	0	-7,47	-6,88	0	0	-27,223	33,7229	-0,0556	0
2	8,6675	-0,0999	0	-30,9	26,76	0	0	2,86	3,45	0	0	-19,373	41,8275	-0,0999	0
3	5,708	-0,1326	0	-30,43	27,48	0	0	2,27	2,86	0	0	-22,452	39,0075	-0,1326	0
4	2,7337	-0,1533	0	-29,97	28,19	0	0	1,68	2,27	0	0	-25,556	36,168	-0,1533	0
5	-0,2607	-0,1615	0	-29,5	28,91	0	0	1,09	1,68	0	0	-28,671	33,3237	-0,1615	0
6	-3,2806	-0,157	0	-29,04	29,63	0	0	0,5	1,09	0	0	-31,821	30,4593	-0,157	0
7	-6,3318	-0,1391	0	-28,58	30,35	0	0	-0,09	0,5	0	0	-35,002	27,5694	-0,1391	0
8	-9,4204	-0,1073	0	-28,12	31,07	0	0	-0,68	-0,09	0	0	-38,22	24,6482	-0,1073	0
9	-12,552	-0,0612	0	-27,66	31,8	0	0	-1,27	-0,68	0	0	-41,482	21,6996	-0,0612	0
10	-15,734	0	0	-27,2	32,52	0	0	-1,86	-1,27	0	0	-44,794	18,6976	0	0

82. ábra A  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{yy}$ , és  $\tau$  eredő feszültségek a 12. keresztmetszetben

## 9.2 A 10 mm vastag lamellákból készült tartó feszültségeinek összegzése

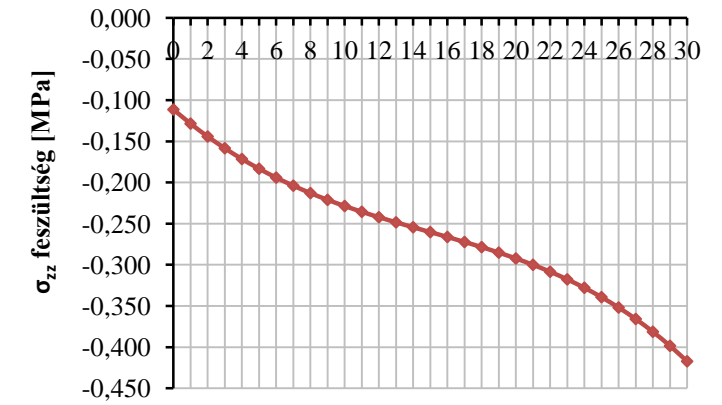
17. táblázat Feszültségösszegzés a 0. keresztmetszetben

Feszültségösszegzés a 0. keresztmetszetben												
Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ esetén lamella)	Külső terhelésből származó feszültségek			Gyártási sajátfeszültségek			Klimatikus sajátfeszültségek			Összesített feszültségek		
	[MPa]			[MPa]			[MPa]			[MPa]		
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$
0	-0,1086	0,0000	0,0000	0	0	0	0	0	0	-0,109	0,000	0,000
1	-0,1259	0,0001	0,0483	0	0,23	0	0	-0,78	0	-0,126	-0,550	0,048
2	-0,1418	0,0002	0,0934	0	0,42	0	0	-2,22	0	-0,142	-1,800	0,093
3	-0,1562	0,0003	0,1355	0	0,56	0	0	-3,46	0	-0,156	-2,900	0,136
4	-0,1695	0,0003	0,1744	0	0,65	0	0	-4,5	0	-0,170	-3,850	0,174
5	-0,1815	0,0002	0,2102	0	0,71	0	0	-5,35	0	-0,182	-4,640	0,210
6	-0,1925	0,0002	0,2428	0	0,74	0	0	-6,03	0	-0,193	-5,290	0,243
7	-0,2025	0,0001	0,2722	0	0,73	0	0	-6,55	0	-0,203	-5,820	0,272
8	-0,2116	0,0000	0,2984	0	0,69	0	0	-6,92	0	-0,212	-6,230	0,298
9	-0,2200	-0,0001	0,3213	0	0,63	0	0	-7,14	0	-0,220	-6,510	0,321
10	-0,2278	-0,0003	0,3410	0	0,55	0	0	-7,24	0	-0,228	-6,690	0,341
11	-0,2349	-0,0005	0,3573	0	0,45	0	0	-7,23	0	-0,235	-6,781	0,357
12	-0,2417	-0,0007	0,3703	0	0,34	0	0	-7,11	0	-0,242	-6,771	0,370
13	-0,2481	-0,0008	0,3799	0	0,22	0	0	-6,89	0	-0,248	-6,671	0,380
14	-0,2543	-0,0010	0,3862	0	0,09	0	0	-6,59	0	-0,254	-6,501	0,386
15	-0,2604	-0,0012	0,3890	0	-0,04	0	0	-6,22	0	-0,260	-6,261	0,389
16	-0,2665	-0,0014	0,3884	0	-0,17	0	0	-5,8	0	-0,267	-5,971	0,388
17	-0,2728	-0,0016	0,3843	0	-0,3	0	0	-5,32	0	-0,273	-5,622	0,384
18	-0,2792	-0,0017	0,3767	0	-0,42	0	0	-4,81	0	-0,279	-5,232	0,377
19	-0,2860	-0,0019	0,3655	0	-0,53	0	0	-4,27	0	-0,286	-4,802	0,366
20	-0,2934	-0,0020	0,3508	0	-0,63	0	0	-3,72	0	-0,293	-4,352	0,351
21	-0,3013	-0,0021	0,3325	0	-0,7	0	0	-3,17	0	-0,301	-3,872	0,333
22	-0,3099	-0,0021	0,3106	0	-0,76	0	0	-2,63	0	-0,310	-3,392	0,311
23	-0,3194	-0,0021	0,2849	0	-0,79	0	0	-2,1	0	-0,319	-2,892	0,285
24	-0,3298	-0,0020	0,2556	0	-0,79	0	0	-1,61	0	-0,330	-2,402	0,256
25	-0,3414	-0,0019	0,2226	0	-0,76	0	0	-1,17	0	-0,341	-1,932	0,223
26	-0,3542	-0,0017	0,1857	0	-0,69	0	0	-0,78	0	-0,354	-1,472	0,186
27	-0,3683	-0,0014	0,1451	0	-0,59	0	0	-0,46	0	-0,368	-1,051	0,145
28	-0,3840	-0,0010	0,1006	0	-0,44	0	0	-0,21	0	-0,384	-0,651	0,101
29	-0,4013	-0,0006	0,0523	0	-0,24	0	0	-0,05	0	-0,401	-0,291	0,052
30	-0,4203	0,0000	0,0000	0	0	0	0	0	0	-0,420	0,000	0,000

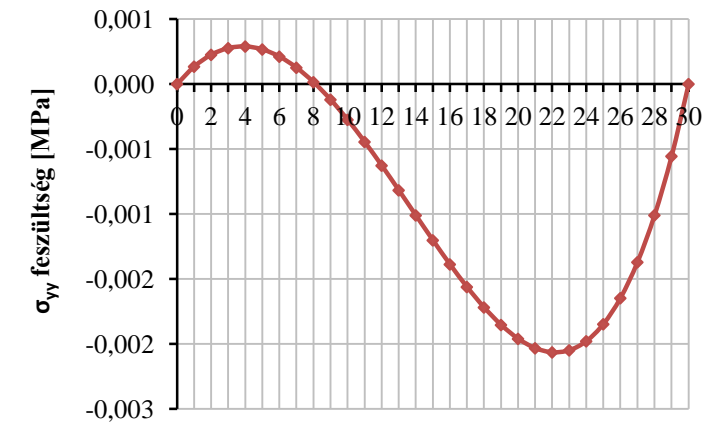
83. ábra A  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{yy}$ , és  $\tau$  eredő feszültségek a 0. keresztmetszetben

18. táblázat Feszültségösszegzés a 1. keresztmetszetben

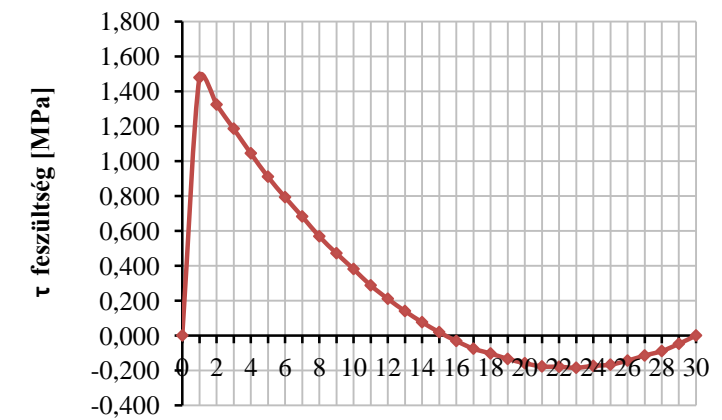
Feszültségösszegzés az 1. keresztmetszetben												
Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ esetén lamella)	Külső terhelésből származó feszültségek			Gyártási sajátfeszültségek			Klimatikus sajátfeszültségek			Összesített feszültségek		
	[MPa]			[MPa]			[MPa]			[MPa]		
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$
0	-0,1115	0,0000	0,0000	0	0	0	0	0	0	-0,112	0,000	0,000
1	-0,1286	0,0001	0,0483	0	0	0,05	0	0	1,43	-0,129	0,000	1,478
2	-0,1443	0,0002	0,0934	0	0	0,09	0	0	1,23	-0,144	0,000	1,323
3	-0,1585	0,0003	0,1355	0	0	0,13	0	0	1,05	-0,159	0,000	1,186
4	-0,1716	0,0003	0,1744	0	0	0,17	0	0	0,87	-0,172	0,000	1,044
5	-0,1834	0,0003	0,2102	0	0	0,2	0	0	0,7	-0,183	0,000	0,910
6	-0,1942	0,0002	0,2428	0	0	0,23	0	0	0,55	-0,194	0,000	0,793
7	-0,2040	0,0001	0,2722	0	0	0,26	0	0	0,41	-0,204	0,000	0,682
8	-0,2130	0,0000	0,2984	0	0	0,29	0	0	0,27	-0,213	0,000	0,568
9	-0,2212	-0,0001	0,3213	0	0	0,31	0	0	0,15	-0,221	0,000	0,471
10	-0,2287	-0,0003	0,3410	0	0	0,33	0	0	0,04	-0,229	0,000	0,381
11	-0,2357	-0,0004	0,3573	0	0	0,34	0	0	-0,07	-0,236	0,000	0,287
12	-0,2423	-0,0006	0,3703	0	0	0,35	0	0	-0,16	-0,242	-0,001	0,210
13	-0,2485	-0,0008	0,3800	0	0	0,36	0	0	-0,24	-0,249	-0,001	0,140
14	-0,2545	-0,0010	0,3862	0	0	0,36	0	0	-0,31	-0,255	-0,001	0,076
15	-0,2604	-0,0012	0,3890	0	0	0,37	0	0	-0,37	-0,260	-0,001	0,019
16	-0,2663	-0,0014	0,3884	0	0	0,36	0	0	-0,42	-0,266	-0,001	-0,032
17	-0,2724	-0,0016	0,3843	0	0	0,36	0	0	-0,46	-0,272	-0,002	-0,076
18	-0,2786	-0,0017	0,3767	0	0	0,35	0	0	-0,48	-0,279	-0,002	-0,103
19	-0,2853	-0,0019	0,3656	0	0	0,34	0	0	-0,5	-0,285	-0,002	-0,134
20	-0,2924	-0,0020	0,3509	0	0	0,33	0	0	-0,51	-0,292	-0,002	-0,159
21	-0,3001	-0,0020	0,3325	0	0	0,31	0	0	-0,51	-0,300	-0,002	-0,178
22	-0,3085	-0,0021	0,3106	0	0	0,29	0	0	-0,49	-0,309	-0,002	-0,179
23	-0,3178	-0,0020	0,2850	0	0	0,26	0	0	-0,47	-0,318	-0,002	-0,185
24	-0,3280	-0,0020	0,2556	0	0	0,23	0	0	-0,43	-0,328	-0,002	-0,174
25	-0,3394	-0,0018	0,2226	0	0	0,2	0	0	-0,39	-0,339	-0,002	-0,167
26	-0,3520	-0,0016	0,1858	0	0	0,17	0	0	-0,33	-0,352	-0,002	-0,144
27	-0,3659	-0,0014	0,1451	0	0	0,13	0	0	-0,26	-0,366	-0,001	-0,115
28	-0,3814	-0,0010	0,1006	0	0	0,09	0	0	-0,19	-0,381	-0,001	-0,089
29	-0,3985	-0,0006	0,0523	0	0	0,05	0	0	-0,1	-0,399	-0,001	-0,048
30	-0,4173	0,0000	0,0000	0	0	0	0	0	0	-0,417	0,000	0,000



Ragasztóréteg száma



Ragasztóréteg száma



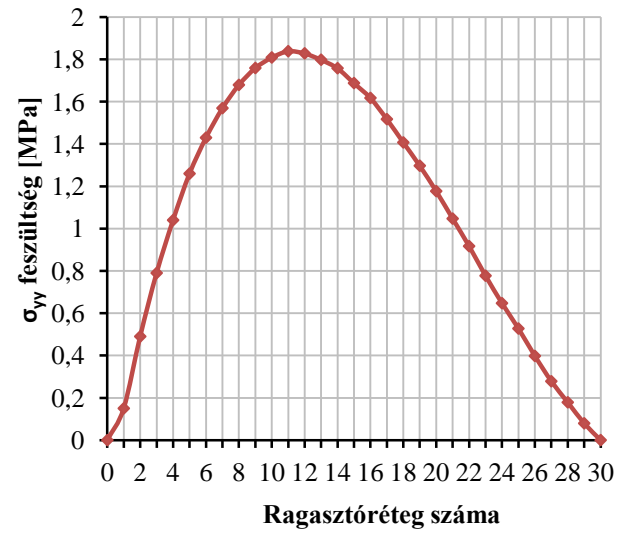
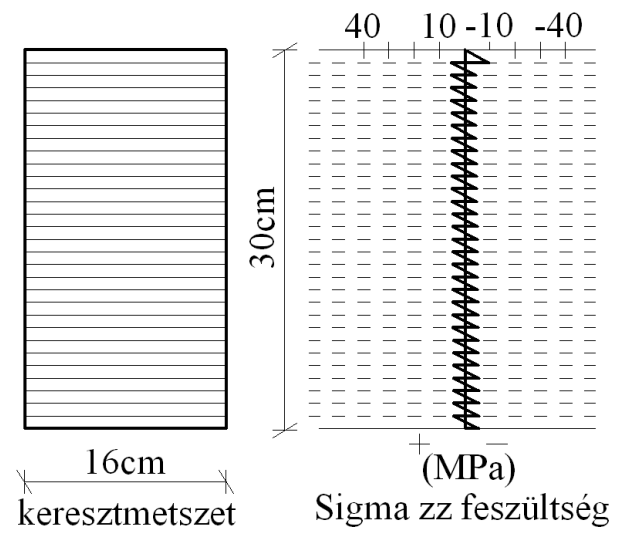
Ragasztóréteg száma

84. ábra A  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{yy}$ , és  $\tau$  eredő feszültségek a 1. keresztmetszetben

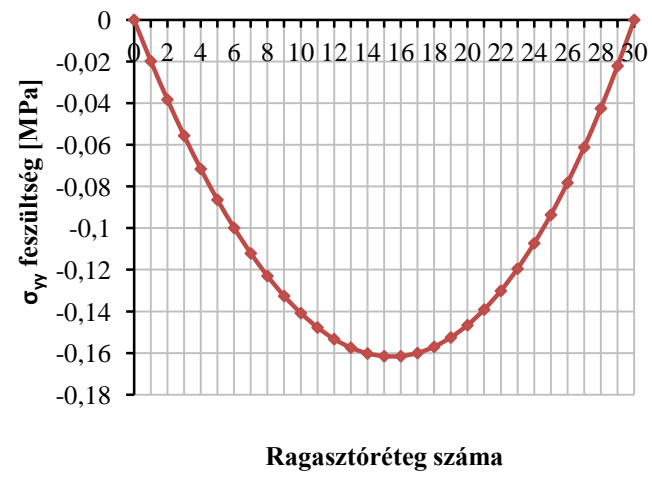
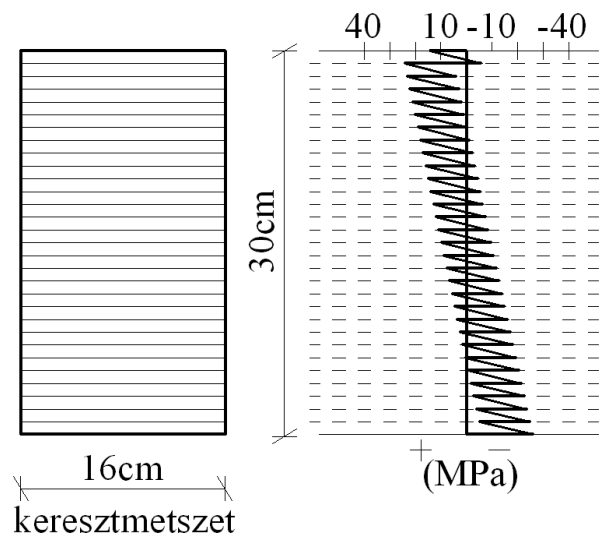
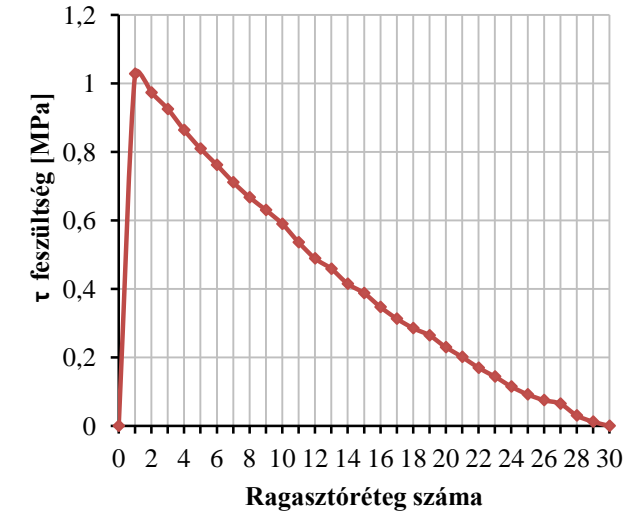
19. táblázat Feszültségösszegzés a 2. keresztmetszetben

Feszültségösszegzés a 2. keresztmetszetben															
Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ esetén lamella)	Külső terhelésből származó feszültségek			Gyártási sajátfeszültségek				Klimatikus sajátfeszültségek				Összesített feszültségek			
	[MPa]			[MPa]				[MPa]				[MPa]			
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$
				alsó szál	felső szál			alsó szál	felső szál			alsó szál	felső szál		
0	0,0188	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			0	0
1	-0,0069	0	0,0481	-4,935	4,62	-0,06	0,03	-4,79	-4,75	0,21	0,95	-9,732	-0,111	0,150	1,028
2	-0,0311	-0,0001	0,0931	-4,93	4,64	-0,11	0,06	0,64	0,67	0,6	0,82	-4,321	5,303	0,490	0,973
3	-0,054	-0,0002	0,135	-4,93	4,655	-0,15	0,09	0,6	0,64	0,94	0,7	-4,384	5,264	0,790	0,925
4	-0,0757	-0,0003	0,1738	-4,925	4,675	-0,18	0,11	0,57	0,6	1,22	0,58	-4,431	5,221	1,040	0,864
5	-0,0961	-0,0005	0,2095	-4,92	4,69	-0,19	0,13	0,53	0,57	1,45	0,47	-4,486	5,184	1,260	0,810
6	-0,1156	-0,0007	0,2419	-4,915	4,71	-0,2	0,15	0,5	0,53	1,63	0,37	-4,531	5,144	1,429	0,762
7	-0,134	-0,0009	0,2712	-4,91	4,725	-0,2	0,17	0,46	0,5	1,77	0,27	-4,584	5,109	1,569	0,711
8	-0,1517	-0,0011	0,2973	-4,905	4,745	-0,19	0,19	0,43	0,46	1,87	0,18	-4,627	5,071	1,679	0,667
9	-0,1686	-0,0013	0,3202	-4,905	4,76	-0,17	0,21	0,39	0,43	1,93	0,1	-4,684	5,038	1,759	0,630
10	-0,1848	-0,0015	0,3397	-4,91	4,78	-0,15	0,22	0,36	0,39	1,96	0,03	-4,735	5,001	1,809	0,590
11	-0,2006	-0,0018	0,356	-4,895	4,8	-0,12	0,23	0,32	0,36	1,96	-0,05	-4,776	4,975	1,838	0,536
12	-0,2159	-0,002	0,3689	-4,89	4,815	-0,09	0,23	0,29	0,32	1,92	-0,11	-4,816	4,934	1,828	0,489
13	-0,2309	-0,0022	0,3785	-4,89	4,835	-0,06	0,24	0,25	0,29	1,86	-0,16	-4,871	4,909	1,798	0,459
14	-0,2457	-0,0024	0,3848	-4,885	4,85	-0,02	0,24	0,22	0,25	1,78	-0,21	-4,911	4,869	1,758	0,415
15	-0,2604	-0,0026	0,3876	-4,88	4,87	0,01	0,25	0,18	0,22	1,68	-0,25	-4,960	4,844	1,687	0,388
16	-0,2752	-0,0028	0,387	-4,875	4,885	0,05	0,24	0,15	0,18	1,57	-0,28	-5,000	4,805	1,617	0,347
17	-0,2901	-0,003	0,3829	-4,87	4,905	0,08	0,24	0,11	0,15	1,44	-0,31	-5,050	4,780	1,517	0,313
18	-0,3053	-0,0031	0,3753	-4,87	4,925	0,11	0,23	0,08	0,11	1,3	-0,32	-5,095	4,745	1,407	0,285
19	-0,3208	-0,0032	0,3642	-4,865	4,94	0,14	0,23	0,04	0,08	1,16	-0,33	-5,146	4,715	1,297	0,264
20	-0,3369	-0,0032	0,3496	-4,86	4,96	0,17	0,22	0,01	0,04	1,01	-0,34	-5,187	4,679	1,177	0,230
21	-0,3536	-0,0032	0,3313	-4,855	4,975	0,19	0,21	-0,03	0,01	0,86	-0,34	-5,239	4,648	1,047	0,201
22	-0,3711	-0,0032	0,3094	-4,855	4,995	0,21	0,19	-0,06	-0,03	0,71	-0,33	-5,286	4,611	0,917	0,169
23	-0,3894	-0,0031	0,2839	-4,85	5,01	0,21	0,17	-0,1	-0,06	0,57	-0,31	-5,339	4,579	0,777	0,144
24	-0,4087	-0,0029	0,2547	-4,845	5,03	0,21	0,15	-0,13	-0,1	0,44	-0,29	-5,384	4,541	0,647	0,115
25	-0,4292	-0,0027	0,2218	-4,84	5,05	0,21	0,13	-0,17	-0,13	0,32	-0,26	-5,439	4,511	0,527	0,092
26	-0,451	-0,0023	0,1851	-4,84	5,065	0,19	0,11	-0,21	-0,17	0,21	-0,22	-5,501	4,466	0,398	0,075
27	-0,4741	-0,0019	0,1446	-4,835	5,085	0,16	0,09	-0,24	-0,21	0,12	-0,17	-5,549	4,424	0,278	0,065
28	-0,4988	-0,0014	0,1003	-4,83	5,105	0,12	0,06	-0,28	-0,24	0,06	-0,13	-5,609	4,391	0,179	0,030
29	-0,5251	-0,0007	0,0521	-4,83	5,12	0,07	0,03	-0,31	-0,28	0,01	-0,07	-5,665	4,341	0,079	0,012
30	-0,5533	0	0	-4,825	5,14	0	0	-0,35	-0,31	0	0	-5,728	4,305	0,000	0,000

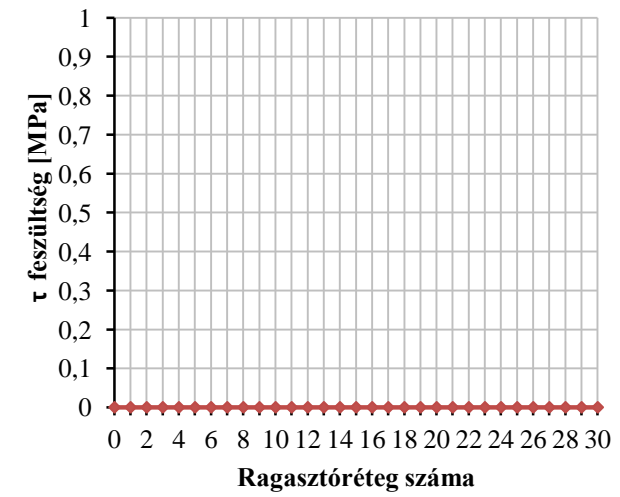




85. ábra A  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{yy}$ , és  $\tau$  eredő feszültségek a 2. keresztmetszetben



86. ábra A  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{yy}$ , és  $\tau$  eredő feszültségek a 12. keresztmetszetben



20. táblázat Feszültségösszegzés a 12. keresztmetszetben

Feszültségösszegzés a 12. keresztmetszetben															
Ragasztási réteg ( $\sigma_{zz}$ esetén lamella)	Külső terhelésből származó feszültségek			Gyártási sajátfeszültségek				Klimatikus sajátfeszültségek				Összesített feszültségek			
	[MPa]			[MPa]				[MPa]				[MPa]			
	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$	$\sigma_{zz}$		$\sigma_{yy}$	$\tau$
				alsó szál	felső szál			alsó szál	felső szál			alsó szál	felső szál		
0	14,5629	0	0	0,00	0,00	0	0	0,00	0,00	0	0			0	0
1	13,5813	-0,0198	0	-9,87	9,24	0	0	-9,57	-9,50	0	0	-5,8587	14,3029	-0,0198	0
2	12,5996	-0,0383	0	-9,86	9,28	0	0	1,28	1,35	0	0	4,0196	24,2113	-0,0383	0
3	11,6175	-0,0556	0	-9,86	9,31	0	0	1,21	1,28	0	0	2,9675	23,1896	-0,0556	0
4	10,635	-0,0716	0	-9,85	9,35	0	0	1,14	1,21	0	0	1,925	22,1775	-0,0716	0
5	9,6517	-0,0864	0	-9,84	9,38	0	0	1,07	1,14	0	0	0,8817	21,155	-0,0864	0
6	8,6675	-0,0999	0	-9,83	9,42	0	0	1,00	1,07	0	0	-0,1625	20,1417	-0,0999	0
7	7,6823	-0,1121	0	-9,82	9,45	0	0	0,93	1,00	0	0	-1,2077	19,1175	-0,1121	0
8	6,6959	-0,123	0	-9,81	9,49	0	0	0,86	0,93	0	0	-2,2541	18,1023	-0,123	0
9	5,708	-0,1326	0	-9,81	9,52	0	0	0,79	0,86	0	0	-3,312	17,0759	-0,1326	0
10	4,7184	-0,1408	0	-9,82	9,56	0	0	0,72	0,79	0	0	-4,3816	16,058	-0,1408	0
11	3,7271	-0,1477	0	-9,79	9,60	0	0	0,65	0,72	0	0	-5,4129	15,0384	-0,1477	0
12	2,7337	-0,1533	0	-9,78	9,63	0	0	0,58	0,65	0	0	-6,4663	14,0071	-0,1533	0
13	1,7381	-0,1574	0	-9,78	9,67	0	0	0,50	0,58	0	0	-7,5419	12,9837	-0,1574	0
14	0,74	-0,1602	0	-9,77	9,70	0	0	0,43	0,50	0	0	-8,6	11,9381	-0,1602	0
15	-0,2607	-0,1615	0	-9,76	9,74	0	0	0,36	0,43	0	0	-9,6607	10,91	-0,1615	0
16	-1,2642	-0,1615	0	-9,75	9,77	0	0	0,29	0,36	0	0	-10,7242	9,8693	-0,1615	0
17	-2,2708	-0,16	0	-9,74	9,81	0	0	0,22	0,29	0	0	-11,7908	8,8358	-0,16	0
18	-3,2806	-0,157	0	-9,74	9,85	0	0	0,15	0,22	0	0	-12,8706	7,7992	-0,157	0
19	-4,2939	-0,1525	0	-9,73	9,88	0	0	0,08	0,15	0	0	-13,9439	6,7494	-0,1525	0
20	-5,3109	-0,1466	0	-9,72	9,92	0	0	0,01	0,08	0	0	-15,0209	5,7061	-0,1466	0
21	-6,3318	-0,1391	0	-9,71	9,95	0	0	-0,06	0,01	0	0	-16,1018	4,6491	-0,1391	0
22	-7,3569	-0,1301	0	-9,71	9,99	0	0	-0,13	-0,06	0	0	-17,1969	3,5982	-0,1301	0
23	-8,3864	-0,1195	0	-9,70	10,02	0	0	-0,20	-0,13	0	0	-18,2864	2,5331	-0,1195	0
24	-9,4204	-0,1073	0	-9,69	10,06	0	0	-0,27	-0,20	0	0	-19,3804	1,4736	-0,1073	0
25	-10,459	-0,0936	0	-9,68	10,10	0	0	-0,34	-0,27	0	0	-20,4793	0,4096	-0,0936	0
26	-11,503	-0,0782	0	-9,68	10,13	0	0	-0,41	-0,34	0	0	-21,5932	-0,6693	-0,0782	0
27	-12,552	-0,0612	0	-9,67	10,17	0	0	-0,48	-0,41	0	0	-22,7024	-1,7432	-0,0612	0
28	-13,607	-0,0425	0	-9,66	10,21	0	0	-0,55	-0,48	0	0	-23,8172	-2,8224	-0,0425	0
29	-14,668	-0,0221	0	-9,66	10,24	0	0	-0,62	-0,55	0	0	-24,9478	-3,9172	-0,0221	0
30	-15,734	0	0	-9,65	10,28	0	0	-0,69	-0,62	0	0	-26,0744	-5,0078	0	0

## 10 A tartó anizotrop méretezése a valószínűségi elmélettel kiegészített határállapot módszer alapján

A fafaj, amivel dolgoztunk az a lucfenyő (lucfenyőből készült homogén tartó, ami GL28h-nak felel meg az Eurocode szabvány szerint). Mivel a lucfenyő határfeszültség adatai nem felelnek meg a valószínűségi, így az erdei fenyő értékeivel számolunk.

Az erdei fenyő határfeszültségeit a Szalai (2001) alapján vettük fel a 18.2a táblázatból (198 old.):

$$\begin{array}{lll}
 f_L^+ = 47,46 \text{ MPa} & f_L^- = 31,61 \text{ MPa} & t_{LR} = 0,31 \text{ MPa} \\
 f_R^+ = 2,15 \text{ MPa} & f_R^- = 4,54 \text{ MPa} & t_{LT} = 5,02 \text{ MPa} \\
 f_T^+ = 1,43 \text{ MPa} & f_T^- = 5,47 \text{ MPa} & t_{RT} = 0,48 \text{ MPa} \\
 f_{LR}^{T(45)+} = 3,52 \text{ MPa} & f_{LR}^{T(45)-} = 1,95 \text{ MPa} & \\
 f_{LT}^{R(45)+} = 0,66 \text{ MPa} & f_{LT}^{R(45)-} = 11,64 \text{ MPa} & \\
 f_{RT}^{L(45)+} = 1,16 \text{ MPa} & f_{RT}^{L(45)-} = 2,95 \text{ MPa} & 
 \end{array}$$

Ellenőrzés:

A szükséges tenzorkomponensek kiszámíthatóak a (4-7), (4-8), (4-9) és a (4-10)-es egyenletekkel a háromféle előjel esetünkre nézve:

$$\text{A } \sigma^{LL} \text{ és } \sigma^{RR} \text{ is negatív: } \begin{bmatrix} 0,032 & -0,713 & -0,035 & 0 & 0 & 0 \\ -0,713 & 0,220 & -0,565 & 0 & 0 & 0 \\ -0,035 & -0,565 & 0,183 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,083 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,199 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,226 \end{bmatrix}$$

$$\text{A } \sigma^{LL} \text{ negatív és } \sigma^{RR} \text{ pozitív: } \begin{bmatrix} 0,032 & -0,836 & -0,035 & 0 & 0 & 0 \\ -0,836 & 0,465 & 2,534 & 0 & 0 & 0 \\ -0,035 & 2,534 & 0,183 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,083 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,199 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,226 \end{bmatrix}$$

$$\text{A } \sigma^{LL} \text{ pozitív és } \sigma^{RR} \text{ negatív: } \begin{bmatrix} 0,021 & -1,165 & 2,312 & 0 & 0 & 0 \\ -1,165 & 0,220 & -0,565 & 0 & 0 & 0 \\ 2,312 & -0,565 & 0,183 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,083 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,199 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,226 \end{bmatrix}$$

A külső terhelésből származó feszültségek és a sajátfeszültségek jelölésrendszereit az anatómiai főirányokkal jelölve a következőképpen értelmezhetjük:

- $\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{zz} = \sigma^{LL}$  – feszültségnek felelnek meg
- $\sigma_{rr} = \sigma_{yy} = \sigma^{RR}$  – feszültségnek felelnek meg
- $\sigma_{r\varphi} = \tau = \sigma^{LR} = \sigma^{RL}$  – feszültségnek felelnek meg

Így a mi kritikus keresztmetszeteinkben a feszültség állapot a következő képen alakul:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma^{LL} & \sigma^{RL} & 0 \\ \sigma^{LR} & \sigma^{RR} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Minden veszélyes keresztmetszet kritikus pontjában vagy pontjaiban el kell végezni az ellenőrzést. Veszélyes keresztmetszet a 0., 1., 2. és a 12. Ezeken a helyeken összesítettük a külső terhelésből származó, a gyártási és a klimatikus feszültségeket. A kritikus pontok megkeresése a keresztmetszeten belül, gyakorlat nélkül nem egyszerű feladat. Kezdetben az összes pont kiszámítása is célravezető lehet.

A vastag lamellából felépülő tartó esetén:

- a 0. keresztmetszet kritikus pontja a 13. táblázat 6. ragasztási rétegben,
- a 1. keresztmetszet kritikus pontja a 14. táblázat 2. ragasztási rétegben,
- a 2. keresztmetszet kritikus pontja a 15. táblázat 5. ragasztási rétegben,
- a 12. keresztmetszet kritikus pontja a 16. táblázat 6. ragasztási rétegben.

A vékony lamellából felépülő tartó esetén:

- a 0. keresztmetszet kritikus pontja a 17. táblázat 11. ragasztási rétegben,
- a 1. keresztmetszet kritikus pontja a 18. táblázat 1. ragasztási rétegben,
- a 2. keresztmetszet kritikus pontja a 19. táblázat 11. ragasztási rétegben,
- a 12. keresztmetszet kritikus pontja a 20. táblázat 26. ragasztási rétegben.

A veszélyes keresztmetszetek kritikus pontjaiban a feszültségtenzorok mátrixai a következők:

$$0. \text{ keresztmetszet } 6. \text{ ragasztási rétegben: } \sigma_{0,6,vastag} = \begin{bmatrix} -0,2792 & 0,3767 & 0 \\ 0,3767 & -16,392 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$0. \text{ keresztmetszet } 11. \text{ ragasztási rétegben: } \sigma_{0,11,vékony} = \begin{bmatrix} -0,235 & 0,357 & 0 \\ 0,357 & -6,781 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$1. \text{ keresztmetszet } 2. \text{ ragasztási rétegben: } \sigma_{1,2,vastag} = \begin{bmatrix} -0,1585 & 4,5655 & 0 \\ 4,5655 & 0,0003 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$1. \text{ keresztmetszet } 1. \text{ ragasztási rétegben: } \sigma_{1,1,vékony} = \begin{bmatrix} -0,129 & 1,478 & 0 \\ 1,478 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2. \text{ keresztmetszet } 5. \text{ ragasztási rétegben: } \sigma_{2,5,vastag} = \begin{bmatrix} -14,46 & 2,0276 & 0 \\ 2,0276 & 4,4374 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{2. keresztmetszet 11 ragasztási rétegben: } \sigma_{2,11,vékony} = \begin{bmatrix} -4,776 & 0,536 & 0 \\ 0,536 & 1,838 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{12. keresztmetszet 6. ragasztási rétegben: } \sigma_{12,6,vastag} = \begin{bmatrix} 41,8275 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0999 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{12. keresztmetszet 26. ragasztási rétegben: } \sigma_{12,26,vékony} = \begin{bmatrix} -21,59 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0782 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### Az egyenértékű feszültség számítása:

A veszélyes keresztmetszetek kritikus pontjaiban az egyenértékű feszültségek vastag és vékony lamella esetén a (4-18)-es egyenlettel számolva:

$$\sigma_{egy0,6,vastag}^H = 101,53 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{egy0,11,vékony}^H = 37,82 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{egy1,2,vastag}^H = 465,26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{egy1,1,vékony}^H = 150,15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{egy2,5,vastag}^H = 331,61 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{egy2,11,vékony}^H = 134,43 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{egy12,6,vastag}^H = 47,41 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{egy12,26,vékony}^H = 18,03 \text{ MPa}$$

#### A határfeszültség számítása:

$$\sigma_H = f_L^{H+} = 47,46 \text{ MPa}$$

Ha  $\sigma_{egy}^H < \sigma_H$ , akkor a faanyag a vizsgált pontban a határfeszültségek alapján megfelel.

Az eredményekből egyértelműen látszik, hogy a vizsgált tartó a vastag lamella esetén csak egy veszélyes keresztmetszet (12.) kritikus pontjában (6.) felelt meg matematikailag. A vékony lamellából álló tartó, viszont két veszélyes keresztmetszet kritikus pontjában is megfelel. Ebből is az derül ki, hogy a gyakorlat a rétegelt-ragasztott tartókat nem a megfelelő igénybevételekre, és feszültségekre méretezi. Így a számítási eredmények tükrében nem véletlen, hogy a rétegelt-ragasztott tartók idő előtt károsodnak és mennek tönkre. Az is látszik, hogy a vékony lamellából álló tartók esetében jelentősen kisebb egyenértékű feszültségek keletkeznek.

Az erőtani méretezés eredményei láttán felmerül bennünk a kérdés: „Hogyan lehet, hogy – bár kimutatható a gyártási és klimatikus feszültségek igen káros hatása – mégis viszonylag kevés rétegelt-ragasztott faszervezetű építmény ment tönkre, dőlt össze?”

A válasz logikailag egyszerűnek tűnik, de tudományosan vizsgálni és bizonyítani kell. Ezeket a szerkezeteket gyakorlatilag a mai napig szinte kizárólag a külső terhelésre méretezték. Példáink alapján megállapíthattuk, hogy a külső terhelésből származó feszültségállapotok a gyártási és a klimatikus hatások mellett nem is annyira veszélyesek, tehát ha a tartó a külső terhelésre van méretezve és a tartóban a gyártási és klimatikus feszültségek valamilyen ok miatt nem annyira jelentősek, a tartószerkezet ritkán fog tönkremenni. A kérdés az, hogy hogyan lehet a gyártási és klimatikus feszültségek értékét alacsony szinten tartani? Láttuk, hogy a keresztmetszet méreteinek

növelése a sajátfeszültségek nagysága szempontjából nem segít. De meg kell gondolnunk a következőket. A gyártási normálfeszültségek (a rostokkal párhuzamosak) akkor a legnagyobbak, amikor gyártáskor a lamellákat belekényszerítik a sablonba. Ebben a hajlított állapotban, ami a mai modern ragasztóknál 4-24 óra, a tartó állandó alakon marad, alakváltozása nincs, azaz azonnal érvényesül a feszültségek relaxációja. A sablonból való kivétel után lesz valami visszarugózás, de ennek nagysága alig számottevő, s ezután a tartó alakja gyakorlatilag hosszú időn át változatlan marad. Tehát tovább érvényesül a feszültség-relaxáció, most már nemcsak a középrészen, hanem a tartóvégek közelében is, ahol a ragasztórétekre és a rostirányra merőleges normál- és nyírófeszültségek ébrednek és kezdetben jelentősen hozzájárulhatnak a tartó felrepedéséhez. A relaxáció miatt azonban ezek a feszültségek időben folyamatosan csökkennek, nulla vagy nagyon kis értékek felé tartanak. Bár a faanyag viszkózus tulajdonságai sokan kutatás, a rétegelt-ragasztott tartók viszkózus viselkedéséről szinte semmit sem tudunk. A faanyagról szerzett általános ismeretek egy része átvihető ugyan, a szerkezetek speciális viszkózus viselkedéséről alig tudunk valamit. Pl. ha tudnánk, hogy a gyártási feszültségek mennyi idő alatt csökkennek eredeti értékük 10 %-ára, akkor azt mondhatnánk, hogy az időnek megfelelő pihentetés után a méretezés során a gyártási feszültségek elhanyagolhatók. A klimatikus feszültségek már több gondot okozhatnak. A példából láttuk, hogy a gyártási technológia pontos betartása mennyire fontos. Ha a lamellák kezdeti nedvességtartalma és hőmérséklete nagy pontossággal megegyezik, akkor klimatikus feszültségekkel csak a beépítés utáni, megváltozott klimatikus körülmények között kell számolnunk. A klíma megváltozását azonban teljesen sohasem küszöbölhetjük ki. Megfelelő szigeteléssel és egyéb óvó intézkedésekkel a környező levegő hőmérsékletének és nedvességtartalmának hatása csökkenthető, de teljesen nem hatástalanítható. A klimatikus sajátfeszültségek relaxációja nem jelentős, hisz a klíma sokszor olyan gyorsan változik, hogy a feszültség relaxációnak nincs igazi hatása. Ráadásul a klíma-változás a legtöbbször ciklikus. Vannak nyári-téli, nappali-éjszakai és egyéb ciklusok is. Ez a ciklikusság tulajdonképpen állandóan változtatja a sajátfeszültségek értékét, sőt előjelét is, azaz a klímaváltozás dinamikus igénybevételt eredményez. A dinamikus igénybevétel egyik hatása, hogy öregedést okoz, ami ridegességgel és szilárdság-csökkenéssel jár. Ez a dinamikus hatás a fő oka a tartók hossz tengelyre merőleges felhasadásának akár a faanyagban, akár a ragasztóanyagban. Mivel sohasem tudhatjuk pontosan, hogy a szerkezet felállítása után a tervezett élettartam alatt pontosan milyen klíma várható, a klimatikus méretezést valamilyen kivételesen rossz, bár fiktív klímahatásra kell méreteznünk. Ez azonban felesleges anyagfelhasználást okozhat, hisz soha nem tudhatjuk, be fog-e következni a figyelembe vett klímahatás. A klimatikus feszültségek csökkentését célszerűen gyártási és szerelési, ill. tervezési oldalról kezelni. Minél inkább ki tudjuk zárni a klimatikus viszonyok ingadozását, annál kisebbek lesznek a klimatikus feszültségek.

Ha elfogadjuk, hogy a gyártási feszültségek pihentetéssel jelentősen csökkenthetők, a klimatikus feszültségek pedig a klímaváltozás hatásainak mechanikus, vagy fizikai, kémiai úton történő változtatásával csökkenthetők, akkor az eddig a gyakorlatban alkalmazott méretezési eljárás majdnem helyesnek mondható. Azzal a kiegészítéssel, hogy a korábban alkalmazott méretezési módszereknél gyakorlatilag izotrop, homogén anyagmodellt használtak. Ez a nézet ma már nem tartható, mert létezik a szakirodalomban egy olyan méretezési eljárás, – Ashkenazi féle anizotrop méretezése a valószínűségi elmélettel kiegészített határállapot módszere alapján – amely bizonyítottan kiválóan tükrözi a faanyagok és a faalapú anyagok legtöbb valóságos tulajdonságát.

## 11 Összefoglalás

Már a korábbi kutatások során is megfigyeltük, hogy a rétegelt-ragasztott tartók tönkremeneteleinek vizsgálata, egy nagyon komplex feladat, és még nagyon sok kutatásra van szükség ahhoz, hogy teljes képet kaphassunk róla. A rétegelt-ragasztott tartók, szerkezetek károsodásaiban sok minden közrejátszhat. Sok egymásra halmozódó probléma (nem megfelelő gyártástechnológia, tervezés, kivitelezés, és üzemeltetés), nagyon nagy károkat tud okozni a rétegelt-ragasztott tartós szerkezetekben, mint azt az irodalmi áttekintésekben is láthattuk már.

A doktori munkámban az egymásra halmozódó problémák közül a gyakorlati tervezés, méretezés hibáit akartam bizonyítani, ismertté tenni a mérnöki gyakorlat számára is. A számolt feszültségek, és azok összegzése megmutatta, hogy a mérnöki gyakorlat olyan számítható igénybevételeket és feszültségeket nem vesz figyelembe, amelyek jelentősen hozzájárulhatnak a tönkremenetelhez. Ezek mértéke természetesen csökkenthető lenne a megfelelő üzemeltetéssel (például egyenletes klíma biztosítása), és faanyagvédelemmel, de ezeket a gyakorlatban általában hanyagolják, így már a tervezés során figyelni kell a többlet igénybevételt okozó hatásokra.

A mérnöki gyakorlat számára, hogy a tervezők figyelembe vehessék az eddig elhanyagolt sajátfeszültségeket (a gyártási- és a klimatikus feszültségeket) a Baross Gábor pályázatán belül készítettünk egy Excel alapú programot. Ezen program használatával összegezhetőek a gyártásból és a klimatikus terhelésből származó feszültségeket a veszélyes keresztmetszetekben. A program még további fejlesztésekre szorul, hogy a külső terhelésből származó feszültségeket is tartalmazza, és így a ténylegesen ható feszültségállapotokat kapjuk meg a veszélyes keresztmetszetek kritikus pontjaiban. A külső terhelésből származó feszültségek meghatározására a külön Excel program elkészült, már csak a két program integrálását kell elvégezni informatikai segítséggel. Ha ez a program elkészül, akkor mondhatjuk, hogy a mérnöki gyakorlat számára is könnyen használható számítási formát alakítottunk ki rétegelt-ragasztott fatartók anizotrop alapú erőtan méretezéséhez.

## 12 A rétegelt-ragasztott faszerkezetek méretezésével kapcsolatos további kutatások és vizsgálatok

A rétegelt-ragasztott tartókkal kapcsolatosan még további kutatásokra fejlesztésekre van szükség. Már említettük e szerkezetek reológiai vizsgálatainak fontosságát, hiszen a gyártási feszültségek relaxációjának mértéke és időtartama nagyon fontos a korrekt méretezés számára. Hasonlóan fontos a klimatikus, különösen a nedvességtartalom-változások következtében fellépő feszültségek csökkentése, jó esetben kiiktatása. Ehhez vizsgálni kell a faanyag dinamikus szilárdságát, a beépített tartók szigetelésének módjait, a gyártási, a szerelési és működtetési technológiák olyan módú megtervezését, hogy véletlenül se lehessen olyan hibákat elkövetni, amelyek a klimatikus feszültségeket véletlenszerűen megnövelik.

Fontos a véges elem módszerek fejlesztése a mérnöki gyakorlat számára. Ezek:

- a külső terhelésből származó feszültségmező meghatározása véges elem módszerrel, anizotrop anyagmodell felhasználásával.
- A gyártási és klimatikus sajátfeszültség mezők meghatározása véges elem módszerrel.
- A különböző típusú feszültségmezők véges elemes összegzése,
- A rétegelt-ragasztott fatartó hossz tengelyre merőleges hőmérséklet- és nedvességtartalom felvétele (vagy leadása) során keletkező sajátfeszültségek analitikus és véges elemes meghatározása. Az oldalirányú nedvesség felvétel vagy leadás az elsődleges oka a tartók oldalán megfigyelhető repedéseknek, amelyek a ragasztási réteget vagy a faanyagot is felrepszthetik, s amelyek akár átmenők is lehetnek, s a tartók teherbírásának jelentős csökkenését is okozhatják.

Tovább kell folytatni a megépített rétegelt-ragasztott faszerkezetek minőség-vizsgálatát. Hasznos lenne, ha néhány tartó, annak egész élettartama alatt tudnánk részletekbe menő felméréseket végezni a tartók teherbírás-változásának alapos megismerésére. Nagyon alapos és mindenre kiterjedő technológiai szabályzatot kell készíteni a rétegelt-ragasztott fatartók és faszerkezetek gyártására, szerelésére és üzemeltetésére.



## 13 Tézisek

### 1. Tézis

**Bemutattam a rétegelt-ragasztott, íves és egyenes tengelyű fatartók erőtani méretezését úgy, hogy a külső terhelés mellett figyelembe vettem a gyártási és klimatikus terheléseket is.**

A rétegelt-ragasztott fatartókat lassan 100 éve készítik, építik és méretezik. Az eddigi méretezés során azonban csak a külső terheléseket vették figyelembe. Egyéb hatásokkal a méretezés folyamán nem vagy alig törődtek. Sokszor még a faanyag anizotrop jellegzetességeivel sem foglalkoztak, hanem egyszerűen egyenes vagy görbe tengelyű és izotrop, homogén anyagú rúdként kezelték. Felkutattam a szakirodalomban található legáltalánosabb analitikus modell-számítást, amely lehetővé teszi a faanyag anizotrop jellegének és a tartó görbültségének pontos figyelembevételét, valamint azokat a modell-számításokat, amelyek segítségével úgy a gyártási, mint a klimatikus feszültségek (utóbbiak bizonyos feltételek esetén) meghatározhatók. Ezeket a számító eljárásokat oly módon foglaltam össze, hogy a felhasználó maga is el tudja végezni a számításokat így dolgozatomat sillabuszként és példatárként alkalmazhassa.

### 2. Tézis

**Kidolgoztam a különböző terhelés típusokból származó feszültség-tenzormezők összegzésének, azaz az eredő tenzormező meghatározásának a módját. Ezzel – elvileg – meghatároztam a fatartó tetszőleges pontjában a három fajta hatásból származó, összegzett (eredő) feszültségi állapotot. Kidolgoztam hogyan határozhatók meg a fatartó veszélyes keresztmetszei, illetve ezen keresztmetszeten belül a kritikus pontok. Bemutattam továbbá az ezen pontokban számított feszültségi állapotot, amelyre az anizotrop alapú erőtani méretezés elvégezhető.**

### 3. Tézis

**A megelőző elméleti és a kísérleti kutatások eredményeként a tervezői gyakorlat számára is feldolgozható és kivitelezhető módszerként mutattam be a rétegelt-ragasztott faszerkezetek anizotrop erőtani méretezését (ellenőrzését) az Ashkenazi-féle tönkremeneteli elmélet alkalmazásával.**

Bár tönkremeneteli elméleteket faszerkezetek és egyéb kompozitok erőtani méretezésére már korábban is alkalmaztak, azonban ezek anizotrop anyagok szilárdságának megítélésére – bizonyíthatóan – csak igen közelítően alkalmasak. Dolgozatom egyik nem titkolt célja, hogy ez a több szempontból is megvizsgált és igazolt tönkremeneteli elmélet minél előbb elterjedjen a min-

dennapi tervezői gyakorlatba. A méretezés és az ellenőrzés egyszerűbb és bonyolultabb terhelések esetén is ugyan úgy elvégezhető.

#### 4. Tézis

**Megállapítottam, hogy az íves rétegelt-ragasztott fatartók esetén, azonos külső geometria és görbületi sugár mellett, az azonos külső terhelésből származó feszültség-tenzormező ugyanaz.**

Azaz a külső terhelésből származó feszültségek nagyságára és eloszlására nincs hatással a lamella-vastagság, a lamella-szám, sőt még az egyes lamellák rugalmassági modulusának nagysága, azaz maga az alkalmazott fafaj sem. Elvileg akár mindegyik lamella más fafajból származhat. Az alkalmazott fafajok számának a gyártástechnológia szab határt. A gyakorlatban – egy fa anyagú tartó esetén – nem érdemes kettő (esetleg három) fafajnál többet használni. A ragaszthatóság az egyik legfontosabb technológiai tényező. A kombinált tartókeresztmetszet – a szemléletnek, ill. az EN szabványnak megfelelő elrendezés mellett – jól követi a veszélyes keresztmetszetekben a rostokkal párhuzamos normálfeszültségek magasság menti eloszlását (az alsó és felső szálak közelében fellépő feszültségek a maximálisak). Az itt elhelyezett magasabb szilárdságú lamellák ezeket a feszültségeket könnyedén elviselik.

#### 5. Tézis

**Az íves rétegelt-ragasztott fatartók gyártási feszültségeit érintő megállapításaim:**

- 5.1 A gyártási és a külső terhelésből származó feszültségek összemérhetők. Sokszor azonos nagyságrendűek, tehát a gyártási feszültségeket mindenképpen figyelembe kell venni a tartók erőtani méretezése során.**
- 5.2 Minél kisebb az R/H viszony (azaz azonos tartómagasság mellett minél kisebb a görbületi sugár), annál nagyobbak a gyártási feszültségek, különösen a rostokkal párhuzamos normál-feszültségek. Az  $R/H = 200$  érték azonban (hasonlóan a külső terhelésből származó feszültségszámításhoz) itt sem tekinthető határértéknek, hisz átlépésével nem változnak jelentősen a feszültségek. A modellszámítás alkalmas a konkrét R/H viszony figyelembe vételére.**
- 5.3 Azonos külső geometria esetén annál kisebbek a gyártási feszültségek, minél vékonyabbak a lamellák.**

A bemutatott két tartó esetén a rostokkal párhuzamos normálfeszültségek a harmadára, a rostra merőleges normálfeszültségek és nyírófeszültségek kb. egy nagyságrenddel csökkentek harmad olyan lamella-vastagság esetén.

**5.4 Kombinált tartó esetén a nagyobb rugalmasságú modulusú, azaz merevebb lamellák nagyobb rostirányú normálfeszültséget vesznek fel, mint a kevésbé merev középsők.**

Ez a teherbírás szempontjából is optimális, hiszen a merevebb faanyag rostokkal párhuzamos szilárdsága is feltehetően nagyobb, mint a kisebb rugalmassági modulusú faanyagé. A nyírófeszültségek eloszlásában a méretezést érintő jelentős különbség nincs. A rostra merőleges normálfeszültség értékek sem térnek el jelentősen egymástól, ám a normálfeszültségek maximumai az átmenetek (a 20 rétegű tartóban a 4.-5. és a 15.-16. lamella) környezetében jelentősek és a rostokra merőleges felszakadás veszélye közvetlenül a sablonból való kivétel után ezeknél a vegyes, eltérő rugalmassági modulusú íves tartóknál nagyobb. Ez a jelenség is a ragasztási technológia helyes betartására figyelmeztet minket.

## 6. Tézis

**A rétegelt-ragasztott fatartók klimatikus változások hatására fellépő feszültségeire érvényes általános megállapításaim:**

**6.1 A tartóvégeken fellépő rostra merőleges normálfeszültség és nyírófeszültség kedvezőtlen klímaváltozás (ami a helytelen gyártási technológiának is köszönhető) esetén akkorák lehetnek, hogy akár önmagukban (a külső terhelés vagy a gyártási feszültségek nélkül) is okozhatnak tönkremenetelt, ami a tartóvégek felhasadását és elnyíródását eredményezi. E tekintetben az egyenes és íves tengelyű tartók között nincs különbség.**

Az állítás elsősorban a gyártástechnológia szigorú betartására hívja fel a figyelmet. Ha az összeragasztandó lamellák nedvességtartalma nem azonos (a tartó anyaga nem homogén), az a tartószerkezet egésze szempontjából katasztrofális következményekkel járhat.

**6.2 Ugyanolyan külső geometria mellett vékonyabb lamellák esetén a klímaváltozásból származó feszültségek kisebbek lesznek. A rostokkal párhuzamos normálfeszültségek változása a tartó nagy részét kitevő, belső tartományában nem jelentős, míg a rostokra merőleges normálfeszültségek és a nyírófeszültségek a tartóvégeken a háromszoros lamella-vastagsághoz tartozó feszültségekhez képest majdnem a felére csökkennek.**

**6.3 A kombinált lamella-felépítésű tartóban azonos lamella-vastagság mellett hasonló klímaváltozáshoz gyakorlatilag azonos feszültség-állapotmező tartozik, mint a homogén tartóéhoz, csak a feszültségmaximumok értékei 20-30 %-kal kisebbek.**

A kombinált felépítés tehát kedvezően hat a rétegelt-ragasztott fatartók klimatikus feszültségeinek nagyságára.

- 6.4** Ha a lamellák nedvességtartalma a gyártás kezdetén véletlenszerűen változik, de sohasem nagyobb mértékben, mint  $\pm 1$  %, akkor homogén és kombinált keresztmetszetről a klimatikus feszültségek lefutása a magasság mentén hasonló. Nem nagyobb, mint  $\pm 1$  %-os nedvességtartalmú eltérés esetén a klimatikus feszültségek nagysága még nem elég a szerkezet tönkremeneteléhez, de a többi feszültségfajtaival szuperponálódva a tönkremenetel valószínűsége jelentősen megnő.
- 6.5** A hőmérséklet-változás anomáliái a rétegelt-ragasztott tartókban legalább egy nagyságrenddel kisebb klimatikus feszültségeket okoznak, mint a nedvességtartalom-változások (a gyakorlatban megfigyelt klíma-változások mellett).
- 6.6** Az élettartam folyamán egy 12 %-os, aszimmetrikus nedvesedés hatására a rétegelt-ragasztott fatartóban ébredő klimatikus feszültségek önmagukban is tönkre tehetik a szerkezetet.

Míg e tézis 6.1. bekezdése a gyártási technológia pontos betartására figyelmeztet, ez a pont arra utal, hogy a szerelési és építési technológia előírásai (sőt annak tervezése is) rendkívüli fontossággal bírnak. Esetleges beázás vagy állandó páralecsapódás okozhat olyan jelentős klimatikus feszültségeket, amelyek a szerkezet tönkremeneteléhez vezethetnek.

## 7. Tézis

**Megmutattam és számításokkal igazoltam, hogy két ugyanolyan rétegelt-ragasztott fatartó (ugyanolyan külső geometria és terhelés) esetén, – az összes feszültséget összegezve és figyelembe véve – a vékony lamellákból állóban jóval kisebb feszültségek keletkeznek, mint a vastag lamellákból állóban.**

A disszertáció elején, a 16 épület felmérése során találkoztunk vékony és vastag lamellából álló szerkezetekkel. A felmérések során megfigyeltük, hogy a vékony lamellából álló keresztmetszet kevésbé reped, mint a vastag lamellás. Ennek okát számítással bizonyítottam.

A vékonyabb lamellákból álló tartók gyártása drágább ugyan (hiszen nagyobb a hulladék-képződés, több ragasztóanyagra van szükség, érzékenyebb a gyártás-technológiai előírásokra), a tönkremenetellel szembeni nagyobb biztonság mégis indokolja alkalmazásukat, különösen a bizonytalanabb külső terheléssel és klímakitettséggel jellemezhető szerkezetekben.

## 8. tézis:

**A rétegelt-ragasztott egyenes és íves tengelyű fatartók erőtani méretezése – a kutatásaim szerint – az alábbi pontok alapján végzendő:**

- I. A célnak és feladatnak megfelelő faszerkezet-típus választás.**

- II. A főtartó fafajának, külső és belső geometriájának megválasztása (görbületi sugár, feszítávolság, lamella vastagság, a lamellák és a tartógerenda keresztmetszeti méretei stb.).
- III. A mértékadó terhelés meghatározása.
- IV. A reakcióerők és az igénybevételek meghatározása a mértékadó terhelés alapján
- V. A külső mértékadó terhelésből származó feszültség-állapotmező meghatározása (von Roth modell).
- VI. A gyártási technológiának megfelelő sajátfeszültség-állapotmező meghatározása (Szalai modell).
- VII. Az előre látható klímaváltozásnak megfelelő sajátfeszültség-állapotmező meghatározása (Szalai modell).
- VIII. A tartó kritikus pontjainak meghatározása (a szemléletnek megfelelő gyakorlat alapján, vagy alkalmasan választott számítógépes program segítségével).
- IX. A kritikus pontok egyenértékű feszültségeinek meghatározása a mértékadó feszültségek, az anizotrop határfeszültségek alapján az Ashkenazi-féle tönkremeneteli elméletnek megfelelően.
- X. Az egyenértékű feszültség(ek) és a határfeszültség értékeinek összehasonlítása. Ha  $\sigma_{\text{egy}}^M < f_L^{H+}$ , a szerkezet kritikus pontja megfelel. Természetesen az összes kritikus pontot ellenőrizni kell.
- XI. Ha valamelyik kritikus pontban a reláció nem felel meg, akkor a 2. pontra visszaugorva, alkalmasan megnövelt keresztmetszetekkel újra elvégezzük az ellenőrzést.

## 14 Irodalomjegyzék

- Angst V., Malo A. K.: 2012:** Moisture-induced stresses in glulam cross sections during wetting exposures; Springer-Verlag 2012, Wood Science Technology DOI 10.1007/s00226-012-0493-8,
- Ashkenazi E.K.: 1967:** K voprosu o geometrii teorii protschnosti. (Geometry of strength theory) Mekhanika Polimerov 3(4):703-707
- Bartal és Rabb Kft.: 2010:** KUTATÁSI JELENTÉS A BAROSS RRTARTO1 OMFB-00398/2010 számú pályázathoz, 118.
- D’Amico S., Hrabalova M., Müller U., Berghofer E.: 2012:** Influence of ageing on mechanical properties of wood to wood bonding with wheat flour glue, European Journal of Wood and Wood Products, Springer-Verlag 2012, DOI 10.1007/s00107-012-0595-x
- EN 386** Glued laminated timber. Performance requirements and minimum proun requirements
- Frese M., Blaß H. J.: 2011:** Statistics of damages to timber structures in Germany, Contents lists available at SciVerse ScienceDirect, Engineering Structures, journal homepage: [www.elsevier.com/locate/engstruct](http://www.elsevier.com/locate/engstruct), Engineering Structures 33 (2011) 2969–2977
- Frühwald, E., Thelandersson S.: 2008:** Design of safe timber structures, [http://www.ewpa.com/Archive/2008/june/Paper\\_269.pdf](http://www.ewpa.com/Archive/2008/june/Paper_269.pdf)
- Garab J., Karácsonyi Zs.: 2010:** Engineering strength of European ash (*Fraxinus excelsior L.*), Proceedings of “Hardwood Science and Technology, the 4<sup>th</sup> Conference on Hardwood Research and Utilisation in Europe 2010 ” xxx
- Garab J., Tóth Á., Szalai J., Bejő L., Dívós F.: 2010:** Evaluating glued laminated beams using a nondestructive testing technique, Transactions of Famena 34(4):33-46
- Gustafsson P. J., Hoffmeyer P., Valentin G.: 1998:** DOL behaviour of end-notched beams, Holz als Roh- und Werkstoff 56 (0998) 307-317, Springer-Verlag 1998
- Guyon Y.: 1951:** Contraintes dans les pièces prismatiques soumises á des forces appliqués sur le bases, au voisinage de ces bases, Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau Abhandlung, 11, pp 165-226.
- Hantos Z.: 2005:** Rétegbevonatos feszültségoptika alkalmazása faanyagon, Faipar 2005/II. 18-21. oldal
- Hantos Z.: 2005:** Diagonálisan terhelt fakorong feszültségállapota, Faipar 2005/III-IV. 22-27. oldal
- Häglunk M.: 2009:** Parameter influence on moisture induced eigen-stresses in timber, European Journal of Wood and Wood Products (2010) 68:397–406, Springer-Verlag 2009, DOI 10.1007/s00107-009-0377-2
- Heimeshoff B.: 1973:** Spannungsberechnung für den gekrümmten Träger mit einfach-

- symmetrischem Querschnitt; Stress Calculations for Curved Trusses with Single-Symmetry Crosscuts; *HOLZ als Roh- und Werkstoff* 31, 475-480.
- Hansson M., Larsen H.J.: 2005:** Recent failures in glulam structures and their causes, *Engineering Failure Analysis* 12 (2005) 808–818
- Henrici D.: 1977:** Zur Mechanik der des mehrfach geschichteten Verbundstabes unter Temperatur-und Feuchtigkeitsbeanspruchung. *Die Bautechnik*, 5/1977. 156-163.
- ISO 554** Standard atmospheres for conditioning and/or testing. Specifications
- Kánnár A., Szalai J.: 2002:** Réteges felépítésű faszerkezeti elemek klímaváltozás során bekövetkező vetemedésének és sajátfeszültségeinek számítása. 1. rész: elméleti összefoglaló. *Faipar L. évf. 2002/1.* 19-23.
- Kánnár A., Szalai J.: 2002:** Réteges felépítésű faszerkezeti elemek klímaváltozás során bekövetkező vetemedésének és sajátfeszültségeinek számítása. 2. rész: Az elméleti levezetések eredményeinek alkalmazása. *Faipar L. évf. 2002/4.* 7-12.
- Kánnár A.: 2011:** Theoretical and experimental investigations of damage development of glulam beams The 17th Internatinal Nondestructive Testing and Evaluation of Wood Symposium 2011. szept 14-16. Sopron Hungary. *Proceedings* 367-374
- Kánnár A.: 2011:** Calculation of Internal stresses of glulam beams in changing climatic conditions 28th Danubia-Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics 2011 szept.28-október 1. Siófok Hungary; *Proceedings* 265-266.
- Kasal B., Leichti R.J.: 1998:** State of the art in multiaxial phenomenological failure criteria for wood members, *Progress in Structural Engineering and Materials*. 7 :3-13
- Kovács Gy.: 2011:** Híd a jövőben, *Magyar Építéstechnológia*, 6, 2-5
- Major B.: 2010:** Faanyag nedvességtartalmának változása klimatikus hatásokra, *Nyugat-magyarországi Egyetem, Faipari Mérnöki Kar*, 1-23
- Möhler K.: 1976a:** Zur Berechnung von Brettschichtholz-Konstruktionen; *HOLZBAU-STATIK-AKTUELL* 1, 2-8
- Möhler K.: 1976b:** Spannungsberechnung von gekrümmten Brettschichtträgern it konstanter und veränderlicher Querschnittshöhe; *Bauen mit Holz*, 5-8
- Möhler K. und Hemmer Kl.: 1980:** Spannungskombination bei Brettschichtträgern mit geneigten Rändern; *HOLZBAU-STATIK-AKTUELL* 5, 6-8
- MSZ EN 386** Rétegelt-ragasztott fa. Teljesítménykövetelményének és a gyártás alapkövetelményei
- MSZ 2370** Vizsgálási normák légterek
- Niemz P., Bärtschi H., Howald M.: 2005:** Untersuchungen zur Feuchteverteilung und Spannungsbildung in Holzbauteilen bei Wechselklimalagerung; *Schweiz. Z. Forstwes.* 156

(2005) 3–4: 92–99.

- Noack D. und Roth W.: 1972:** Berechnung gekrümmter Brettschichtträger unter Belastung durch Momente, Normal- und Querkräfte; *HOLZ als Roh- und Werkstoff* 30, 220-233
- Olejniczak P., Gustafsson P. J.: 1994:** Rate effect in tangential tension fracture softening performance, Cost 508- Wood mechanics, Workshop on service life assessment of wooden structures with special emphasis on the effect of load duration in various environments, Technical Research Centre of Finland, ISSN 1018-5593, 137-147.
- Rónai F.: 1982:** Faanyagok mechanikája (Statikus rugalmasság és reológia), kézirat, Erdészeti és Faipari Egyetem Jegyzetsokszorosító Részlege, 188.
- Roth W.: 1975:** Festigkeitsuntersuchungen an gekrümmten Brettschichtträgern unter statischer und dynamischer Belastung, Dissertation, Von der für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Karlsruhe (TH), 1-51.
- Roth W. und Epple A.: 1981a:** Vergleichende isotrope und orthotrope Berechnung gekrümmter Brettschichtträger, Teil 1: Theoretische Grundlagen; *HOLZ als Roh- und Werkstoff* 39, 25-31
- Roth W. und Epple A.: 1981b:** Vergleichende isotrope und orthotrope Berechnung gekrümmter Brettschichtträger, Teil 2: Anwendungsbeispiel und Versuchsergebnisse; *HOLZ als Roh- und Werkstoff* 39, 113-117
- Schelling W.: 1981:** Berechnung gekrümmter Brettschichtträger mit Biegebeanspruchung; *HOLZ als Roh- und Werkstoff* 39, 4/158-4/160
- Szakmai zárójelentés:** Rétegelt ragasztott fatartók méretezési és technológiai innovációja a klimatikus sajátfeszültségek figyelembevételével projekt REG-ND-09-2-2009-0019
- Szalai J.: 1984-85:** Rétegelt-ragasztott íves fatartók gyártása során, valamint klímaváltozás következtében fellépő sajátfeszültségeinek és alakváltozásainak meghatározása, Kandidátusi értekezés tézisei, 11.
- Szalai J.: 1985:** Rétegelt ragasztott íves fatartók gyártása során, valamint klímaváltozás következtében fellépő sajátfeszültségeinek és alakváltozásának meghatározása, Kandidátusi értekezés; Sopron, 151.
- Szalai J.: 1992:** Indirekte Bestimmung der Scherfestigkeit des Holzes mit Hilfe der anisotropen Festigkeitstheorie, *Holz als Roh- und Werkstoff* 50:233-238
- Szalai J.: 1994:** A faanyag anizotrop rugalmasságtana. I. rész. A mechanikai tulajdonságok anizotrópiája. Hillebrand nyomda. Sopron
- Szalai J.: 1996:** Az erdei fenyő (*Pinus sylvestris*) technikai szilárdságai, *Bútor- és Faipar* (6-7):14-15
- Szalai J.: 1997a:** Technische Festigkeiten des Buchenholzes (*Fagus sylvatica*), *Drevársky Vyskum (Wood Research)*, 42(3): 1-14



- Szalai J.: 1997b:** A faanyag anizotrop szilárdsági jellemzői, az MTA Doktori tudományos cím megszerzéséért benyújtott disszertáció; Sopron, 248.
- Szalai J.: 1998a:** Technische Festigkeiten der Akazie (*Robinia pseudo-Acacia*) und der Fichte (*Picea abies*), Drevársky Vyskum (Wood Research), 43(3-4):39-61
- Szalai J.: 1998b:** Design values of acacia and spruce (*Robinia pseudo-Acacia and Picea excelsa*), Drevarsky Vyskum 43(3-4):39-51
- Szalai J.: 1999:** Technische Festigkeiten der Eiche (*Quercus robur*). A Soproni Egyetem Tudományos Közleményei. (Scientific Bulletin, University of Sopron), 42-45:189-198
- Szalai J.: 2001:** A faszervezetek méretezését és gyártását befolyásoló sajátosságok; (Wittmann Gy. szerk.) Mérnöki faszervezetek II., Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest, 143-258.
- Szalai J.: 2005:** Technische Festigkeiten der Pannonia Pappel (*Populus x euramericana cv. Pannonia*) und Zerreiche (*Quercus cerris L.*), Acta Sylvatica Lignaria Hungarica 1:93-103
- Vanya Cs., Csébfalvi A.: 2010:** Rétegelt ragasztott fatartó kupola főtartójának tervezési problémái, Faipar, LVIII. évf. 2010/2. szám, 6-12 old.
- Vanya Cs.: 2011:** A rétegelt ragasztott faanyagban ébredő feszültségek; XI. Magyar Mechanikai Konferencia CD kiadványa, Miskolc-Egyetemváros, 2011. augusztus 29-31. Szerkesztette: Baksa Attila, Bertóti Edgár és Szirbik Sándor; 67. jelű.; ISBN 978-963-661-975-6
- Vanya Cs.: 2012:** Damage problems in glued laminated timber; Drewno – Prace, Naukowe, Donesienia, Komunikaty, No. 188, pp.115-128; ISSN 1644-3985  
<http://www.axisvm.hu/>

## 15 Köszönetnyilvánítás

Ezúton is köszönetem fejezem ki mindazoknak, akik segítették munkámat a dolgozat elkészítésében.

Köszönettel tartozom témavezetőimnek Dr. Csébfalvi Anikónak, hogy mindenben támogatott, és segített az elmúlt években, és hogy lehetővé tette a doktori iskolába járásomat.

Hálás köszönettel tartozom Dr. Szalai Józsefnek, másik témavezetőmnek, hogy doktoranduszának fogadott, hogy segítette munkám az elmúlt években, hogy írásaimat, cikkeimet, dolgozatomat a legnagyobb alapossággal nézte át és adott instrukciókat az elkövetett hibák javításához.

Szintén nagyon nagy köszönettel tartozom Rabb Péternek és a Bartal és Rabb Kft összes dolgozójának, a közös munkáért, a sok segítségért.

Ezúton szeretnék köszönetet mondani a projekt Baross Gábor program Nemzeti Kutatási Technológiai pénzügyi támogatásáért, illetve Dr Kánnár Antalnak, a kutatás vezetőjének.

Az összes kollégámnak (PTE-PMMIK Szilárdságtan és Tartószerkezetek Tanszék), az egyetemen belüli tehermentesítésért. Külön szeretném kiemelni Dr. Meskó András, aki atyai gondoskodással segítette minden lépésemet a doktori cselekményem alatt is. Rengeteg tanáccsal és segítséggel látott el a munkám során.

Dr. Ruff Jánosnak PTE-TTK Matematika Tanszék egyetemi adjunktusának, a fordításokban nyújtott segítségért.

Dr. Garab Józsefnek, aki barátként és doktorandusztársamként rengeteget szakmai tanáccsal látott el.

Dr. Karácsonyi Zsoltnak, aki szintén barátként és doktorandusztársként, rengeteg segítséggel látott el, és köszönettel tartozom publikációs tevékenységéért is.

Dr. Hantos Zoltánnak, az Építéstani Intézet docensének az angol nyelvben nyújtott segítségét, illetve valamennyi, a dolgozatomhoz közvetlenül és közvetve adott segítségét és tanácsait köszönöm.

Köszönöm még a NymE-FMK-Műszaki Mechanika és Tartószerkezetek Intézet összes kollégájának a biztatását és támogatását.

Köszönöm a Doktori Iskolának és Tanárainak, hogy mindenkihez bizalommal fordulhattam kérdéseimmel.

Végül szeretném megköszönni családomnak is, akik mindenben segítettek és támogattak.

## 16 Függelék

21. táblázat Az 5.1-es feladat megoldásai

Külső terhelésből származó feszültségek a maximális nyíróerő keresztmetszetben			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	-0,249	0,000
1	0,0002	-0,255	0,073
2	0,0004	-0,259	0,138
3	0,0005	-0,263	0,196
4	0,0005	-0,265	0,247
5	0,0005	-0,266	0,290
6	0,0005	-0,266	0,325
7	0,0004	-0,265	0,353
8	0,0003	-0,264	0,373
9	0,0002	-0,262	0,386
10	0,0000	-0,260	0,391
11	-0,0001	-0,259	0,387
12	-0,0002	-0,257	0,376
13	-0,0003	-0,256	0,358
14	-0,0004	-0,255	0,331
15	-0,0005	-0,255	0,296
16	-0,0005	-0,256	0,253
17	-0,0005	-0,258	0,202
18	-0,0004	-0,261	0,143
19	-0,0002	-0,266	0,076
20	0,0000	-0,273	0,000

## 22. táblázat Az 5.1-es feladat megoldásai

Külső terhelésből származó feszültségek a maximális normálerő és nyomaték keresztmetszetben			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,000	31,798	0,000
1	-0,030	28,612	0,000
2	-0,057	25,423	0,000
3	-0,081	22,229	0,000
4	-0,102	19,032	0,000
5	-0,120	15,829	0,000
6	-0,134	12,622	0,000
7	-0,146	9,410	0,000
8	-0,154	6,193	0,000
9	-0,160	2,969	0,000
10	-0,162	-0,260	0,000
11	-0,161	-3,496	0,000
12	-0,156	-6,739	0,000
13	-0,148	-9,989	0,000
14	-0,137	-13,247	0,000
15	-0,123	-16,512	0,000
16	-0,105	-19,785	0,000
17	-0,084	-23,067	0,000
18	-0,060	-26,358	0,000
19	-0,032	-29,657	0,000
20	0,000	-32,967	0,000

**23. táblázat** Az 5.2-es feladat megoldásai

Külső terhelésből származó feszültségek a maximális nyíróerő keresztmetszetben			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	-0,249	0,000
1	0,0002	-0,255	0,073
2	0,0004	-0,259	0,138
3	0,0005	-0,263	0,196
4	0,0005	-0,265	0,247
5	0,0005	-0,266	0,290
6	0,0005	-0,266	0,325
7	0,0004	-0,265	0,353
8	0,0003	-0,264	0,373
9	0,0002	-0,262	0,386
10	0,0000	-0,260	0,391
11	-0,0001	-0,259	0,387
12	-0,0002	-0,257	0,376
13	-0,0003	-0,256	0,358
14	-0,0004	-0,255	0,331
15	-0,0005	-0,255	0,296
16	-0,0005	-0,256	0,253
17	-0,0005	-0,258	0,202
18	-0,0004	-0,261	0,143
19	-0,0002	-0,266	0,076
20	0,0000	-0,273	0,000

**24. táblázat** Az 5.2-es feladat megoldásai

Külső terhelésből származó feszültségek a maximális normálerő és nyomaték keresztmetszetben			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,000	31,798	0,000
1	-0,030	28,612	0,000
2	-0,057	25,423	0,000
3	-0,081	22,229	0,000
4	-0,102	19,032	0,000
5	-0,120	15,829	0,000
6	-0,134	12,622	0,000
7	-0,146	9,410	0,000
8	-0,154	6,193	0,000
9	-0,160	2,969	0,000
10	-0,162	-0,260	0,000
11	-0,161	-3,496	0,000
12	-0,156	-6,739	0,000
13	-0,148	-9,989	0,000
14	-0,137	-13,247	0,000
15	-0,123	-16,512	0,000
16	-0,105	-19,785	0,000
17	-0,084	-23,067	0,000
18	-0,060	-26,358	0,000
19	-0,032	-29,657	0,000
20	0,000	-32,967	0,000

25. táblázat A 6.1-es feladat eredményei

Iamella	Az i-edik ragasztóréteg gyártási sajátfeszültségei a szélsőérték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	$z=0$	$z=2h/6$
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
0	0	0	0	0	0
1	- 1,98	1,80	0,020	0,099	-0,027
2	- 1,97	1,81	0,038	0,166	-0,045
3	- 1,96	1,82	0,054	0,206	-0,056
4	- 1,95	1,83	0,068	0,221	-0,060
5	- 1,94	1,84	0,080	0,216	-0,058
6	- 1,93	1,85	0,089	0,193	-0,052
7	- 1,92	1,86	0,097	0,157	-0,042
8	- 1,91	1,87	0,102	0,110	-0,030
9	- 1,90	1,88	0,105	0,056	-0,015
10	- 1,90	1,89	0,107	-0,002	0,000
11	- 1,89	1,90	0,105	-0,059	0,016
12	- 1,88	1,91	0,102	-0,113	0,031
13	- 1,87	1,92	0,097	-0,159	0,043
14	- 1,86	1,93	0,089	-0,196	0,053
15	- 1,85	1,94	0,080	-0,218	0,059
16	- 1,84	1,95	0,068	-0,223	0,060
17	- 1,83	1,96	0,054	-0,207	0,056
18	- 1,82	1,97	0,038	-0,167	0,045
19	- 1,82	1,98	0,020	-0,099	0,027
20	- 1,81	1,99	0,000	0,000	0,000

26. táblázat A 6.2-es feladat eredményei

Lamella	Az i-edik ragasztóréteg gyártási sajátfeszültségei a szélsőérték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	alsó	felső
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
0	0	0	0	0	0
1	- 1,62	1,47	0,017	0,081	-0,022
2	- 1,61	1,48	0,031	0,136	-0,037
3	- 1,60	1,49	0,044	0,169	-0,046
4	- 1,60	1,49	0,056	0,181	-0,049
5	- 1,59	1,50	0,065	0,177	-0,048
6	- 1,58	1,51	0,073	0,158	-0,043
7	- 1,57	1,52	0,079	0,128	-0,035
8	- 1,57	1,53	0,084	0,090	-0,024
9	- 1,56	1,54	0,086	0,046	-0,012
10	- 1,55	1,54	0,087	-0,001	0,000
11	- 1,54	1,55	0,086	-0,048	0,013
12	- 1,54	1,56	0,084	-0,092	0,025
13	- 1,53	1,57	0,079	-0,130	0,035
14	- 1,52	1,58	0,073	-0,160	0,043
15	- 1,51	1,58	0,065	-0,178	0,048
16	- 1,51	1,59	0,056	-0,183	0,049
17	- 1,50	1,60	0,044	-0,170	0,046
18	- 1,49	1,61	0,031	-0,137	0,037
19	- 1,48	1,62	0,017	-0,081	0,022
20	- 1,48	1,62	0,000	0,000	0,000



27. táblázat A 6.3-es feladat eredményei

Iamella	Az i-edik ragasztóréteg gyártási sajátfeszültségei a szélsőérték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	$z=0$	$z=2h/6$
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
0	0	0	0	0	0
1	- 7,07	6,42	0,073	0,353	-0,095
2	- 7,04	6,46	0,138	0,593	-0,160
3	- 7,02	6,50	0,196	0,734	-0,199
4	- 6,99	6,55	0,246	0,787	-0,213
5	- 6,96	6,59	0,288	0,766	-0,207
6	- 6,93	6,63	0,322	0,683	-0,185
7	- 6,91	6,67	0,349	0,550	-0,149
8	- 6,88	6,71	0,368	0,380	-0,103
9	- 6,85	6,75	0,380	0,186	-0,050
10	- 6,83	6,79	0,384	-0,021	0,006
11	- 6,80	6,83	0,380	-0,227	0,061
12	- 6,77	6,87	0,368	-0,420	0,114
13	- 6,74	6,91	0,349	-0,588	0,159
14	- 6,72	6,95	0,322	-0,718	0,194
15	- 6,69	7,00	0,288	-0,797	0,216
16	- 6,66	7,04	0,246	-0,814	0,220
17	- 6,63	7,08	0,196	-0,755	0,204
18	- 6,61	7,12	0,138	-0,608	0,165
19	- 6,58	7,16	0,073	-0,360	0,098
20	- 6,55	7,20	0,000	0,000	0,000

28. táblázat A 6.4 feladat eredményei

lamella	Az i-edik ragasztóréteg gyártási sajátfeszültségei a szélsőérték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	$z=0$	$z=2h/6$
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
0	0	0	0	0	0
1	-2,290	2,215	0,003	0,015	-0,004
2	-2,289	2,217	0,005	0,028	-0,007
3	-2,289	2,219	0,008	0,039	-0,011
4	-2,288	2,221	0,011	0,049	-0,013
5	-2,288	2,223	0,013	0,058	-0,016
6	-2,287	2,225	0,015	0,066	-0,018
7	-2,287	2,227	0,018	0,072	-0,020
8	-2,286	2,229	0,020	0,077	-0,021
9	-2,286	2,231	0,022	0,081	-0,022
10	-2,285	2,233	0,024	0,084	-0,023
11	-2,285	2,235	0,026	0,086	-0,023
12	-2,284	2,237	0,027	0,087	-0,024
13	-2,284	2,239	0,029	0,088	-0,024
14	-2,283	2,241	0,030	0,087	-0,023
15	-2,283	2,243	0,032	0,085	-0,023
16	-2,282	2,245	0,033	0,083	-0,022
17	-2,282	2,247	0,035	0,080	-0,022
18	-2,281	2,250	0,036	0,076	-0,021
19	-2,281	2,252	0,037	0,071	-0,019
20	-2,280	2,254	0,038	0,067	-0,018
21	-2,280	2,256	0,039	0,061	-0,017
22	-2,279	2,258	0,040	0,055	-0,015
23	-2,279	2,260	0,040	0,049	-0,013
24	-2,278	2,262	0,041	0,042	-0,011
25	-2,278	2,264	0,041	0,035	-0,010
26	-2,277	2,266	0,042	0,028	-0,008
27	-2,277	2,268	0,042	0,021	-0,006
28	-2,276	2,270	0,042	0,013	-0,004
29	-2,276	2,272	0,043	0,005	-0,001
30	-2,275	2,274	0,043	-0,002	0,001
31	-2,274	2,276	0,043	-0,010	0,003
32	-2,274	2,278	0,042	-0,018	0,005
33	-2,273	2,280	0,042	-0,025	0,007

34	-2,273	2,282	0,042	-0,033	0,009
35	-2,272	2,284	0,041	-0,040	0,011
36	-2,272	2,286	0,041	-0,047	0,013
37	-2,271	2,288	0,040	-0,053	0,014
38	-2,271	2,290	0,040	-0,060	0,016
39	-2,270	2,292	0,039	-0,065	0,018
40	-2,270	2,294	0,038	-0,071	0,019
41	-2,269	2,296	0,037	-0,076	0,020
42	-2,269	2,298	0,036	-0,080	0,022
43	-2,268	2,300	0,035	-0,083	0,023
44	-2,268	2,302	0,033	-0,086	0,023
45	-2,267	2,304	0,032	-0,089	0,024
46	-2,267	2,306	0,030	-0,090	0,024
47	-2,266	2,308	0,029	-0,091	0,025
48	-2,266	2,310	0,027	-0,090	0,024
49	-2,265	2,312	0,026	-0,089	0,024
50	-2,265	2,314	0,024	-0,087	0,024
51	-2,264	2,316	0,022	-0,084	0,023
52	-2,264	2,318	0,020	-0,080	0,022
53	-2,264	2,320	0,018	-0,074	0,020
54	-2,263	2,322	0,015	-0,068	0,018
55	-2,263	2,324	0,013	-0,060	0,016
56	-2,262	2,326	0,011	-0,051	0,014
57	-2,262	2,329	0,008	-0,040	0,011
58	-2,261	2,331	0,005	-0,028	0,008
59	-2,261	2,333	0,003	-0,015	0,004
60	-2,260	2,335	0	0	0

29. táblázat A 6.5-es feladat eredményei

Iamella	Az i-edik ragasztóréteg gyártási sajátfeszültségei a szélsőérték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	$z=0$	$z=2h/6$
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
0	0	0	0	0	0
1	- 7,04	6,45	0,067	0,358	-0,097
2	- 7,02	6,49	0,126	0,613	-0,166
3	- 7,00	6,53	0,179	0,778	-0,211
4	- 6,97	6,57	0,224	0,863	-0,234
5	- 5,45	5,18	0,254	0,797	-0,216
6	- 5,43	5,21	0,279	0,687	-0,186
7	- 5,41	5,24	0,298	0,541	-0,146
8	- 5,39	5,27	0,312	0,369	-0,100
9	- 5,37	5,30	0,320	0,179	-0,048
10	- 5,35	5,33	0,323	-0,019	0,005
11	- 5,33	5,36	0,320	-0,217	0,059
12	- 5,31	5,39	0,312	-0,406	0,110
13	- 5,29	5,41	0,298	-0,577	0,156
14	- 5,27	5,44	0,279	-0,720	0,195
15	- 5,25	5,47	0,254	-0,827	0,224
16	- 5,24	5,50	0,224	-0,889	0,241
17	- 6,65	7,06	0,179	-0,799	0,216
18	- 6,63	7,10	0,126	-0,628	0,170
19	- 6,61	7,14	0,067	-0,366	0,099
20	- 6,58	7,17	0,000	0,000	0,000

30. táblázat A 7.1-es feladat eredményei

Iamella	Az i-edik ragasztóréteg klimatikus sajátfeszültségei a szélső-érték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	alsó	felső
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
0	0	0	0	0	0
1	-3,392	-3,617	0,788	-0,649	0,176
2	-3,167	-3,392	1,525	-2,540	0,688
3	-2,942	-3,167	2,211	-5,592	1,514
4	-2,716	-2,942	2,847	-9,721	2,631
5	24,809	24,584	-2,704	-9,845	2,665
6	-2,266	-2,491	-2,169	-5,881	1,592
7	-2,041	-2,266	-1,685	-2,747	0,743
8	-1,815	-2,041	-1,252	-0,360	0,097
9	-1,590	-1,815	-0,869	1,361	-0,369
10	-1,365	-1,590	-0,537	2,500	-0,677
11	-1,140	-1,365	-0,255	3,139	-0,850
12	-0,915	-1,140	-0,025	3,361	-0,910
13	-0,689	-0,915	0,156	3,247	-0,879
14	-0,464	-0,689	0,285	2,880	-0,780
15	-0,239	-0,464	0,364	2,344	-0,634
16	-0,014	-0,239	0,393	1,720	-0,466
17	0,212	-0,014	0,370	1,091	-0,295
18	0,437	0,212	0,298	0,540	-0,146
19	0,662	0,437	0,174	0,149	-0,040
20	0,887	0,662	0,000	0,000	0,000

31. táblázat A 7.2-es feladat eredményei

Iamella	Az i-edik ragasztóréteg klimatikus sajátfeszültségei a szélső-érték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	alsó	felső
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
0	0	0	0	0	0
1	-3,392	-3,617	0,788	-0,649	0,176
2	-3,167	-3,392	1,525	-2,540	0,688
3	-2,942	-3,167	2,211	-5,592	1,514
4	-2,716	-2,942	2,847	-9,721	2,631
5	24,809	24,584	-2,704	-9,845	2,665
6	-2,266	-2,491	-2,169	-5,881	1,592
7	-2,041	-2,266	-1,685	-2,747	0,743
8	-1,815	-2,041	-1,252	-0,360	0,097
9	-1,590	-1,815	-0,869	1,361	-0,369
10	-1,365	-1,590	-0,537	2,500	-0,677
11	-1,140	-1,365	-0,255	3,139	-0,850
12	-0,915	-1,140	-0,025	3,361	-0,910
13	-0,689	-0,915	0,156	3,247	-0,879
14	-0,464	-0,689	0,285	2,880	-0,780
15	-0,239	-0,464	0,364	2,344	-0,634
16	-0,014	-0,239	0,393	1,720	-0,466
17	0,212	-0,014	0,370	1,091	-0,295
18	0,437	0,212	0,298	0,540	-0,146
19	0,662	0,437	0,174	0,149	-0,040
20	0,887	0,662	0,000	0,000	0,000

32. táblázat A 0 feladat eredményei

lamella	Az i-edik ragasztóréteg klimatikus sajátfeszültségei a szélsőérték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	alsó	felső
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
0	0	0	0	0	0
1	-1,577	-1,615	0,120	-0,033	0,009
2	-1,538	-1,577	0,236	-0,129	0,035
3	-1,499	-1,538	0,350	-0,289	0,078
4	-1,461	-1,499	0,461	-0,509	0,138
5	25,878	25,839	-1,476	-0,233	0,063
6	-1,383	-1,422	-1,371	0,540	-0,146
7	-1,345	-1,383	-1,269	1,257	-0,340
8	-1,306	-1,345	-1,170	1,920	-0,520
9	-1,267	-1,306	-1,074	2,529	-0,685
10	-1,229	-1,267	-0,980	3,087	-0,836
11	-1,190	-1,229	-0,889	3,595	-0,973
12	-1,151	-1,190	-0,802	4,054	-1,097
13	-1,112	-1,151	-0,717	4,466	-1,209
14	-1,074	-1,112	-0,635	4,834	-1,308
15	-1,035	-1,074	-0,556	5,157	-1,396
16	-0,996	-1,035	-0,480	5,438	-1,472
17	-0,958	-0,996	-0,407	5,679	-1,537
18	-0,919	-0,958	-0,336	5,881	-1,592
19	-0,880	-0,919	-0,269	6,045	-1,636
20	-0,842	-0,880	-0,205	6,174	-1,671
21	-0,803	-0,842	-0,143	6,268	-1,697
22	-0,764	-0,803	-0,084	6,330	-1,713
23	-0,726	-0,764	-0,028	6,360	-1,721
24	-0,687	-0,726	0,025	6,361	-1,722
25	-0,648	-0,687	0,075	6,334	-1,714
26	-0,610	-0,648	0,122	6,280	-1,700
27	-0,571	-0,610	0,166	6,202	-1,679
28	-0,532	-0,571	0,207	6,101	-1,651
29	-0,494	-0,532	0,246	5,978	-1,618
30	-0,455	-0,494	0,281	5,834	-1,579
31	-0,416	-0,455	0,314	5,672	-1,535
32	-0,378	-0,416	0,344	5,494	-1,487
33	-0,339	-0,378	0,370	5,300	-1,434

34	-0,300	-0,339	0,394	5,092	-1,378
35	-0,262	-0,300	0,415	4,872	-1,319
36	-0,223	-0,262	0,434	4,641	-1,256
37	-0,184	-0,223	0,449	4,401	-1,191
38	-0,146	-0,184	0,461	4,153	-1,124
39	-0,107	-0,146	0,471	3,900	-1,056
40	-0,068	-0,107	0,477	3,643	-0,986
41	-0,030	-0,068	0,481	3,382	-0,915
42	0,009	-0,030	0,482	3,120	-0,845
43	0,048	0,009	0,480	2,859	-0,774
44	0,086	0,048	0,475	2,600	-0,704
45	0,125	0,086	0,467	2,344	-0,634
46	0,164	0,125	0,456	2,093	-0,567
47	0,202	0,164	0,442	1,849	-0,501
48	0,241	0,202	0,425	1,614	-0,437
49	0,280	0,241	0,406	1,388	-0,376
50	0,319	0,280	0,383	1,173	-0,318
51	0,357	0,319	0,358	0,971	-0,263
52	0,396	0,357	0,330	0,784	-0,212
53	0,435	0,396	0,299	0,613	-0,166
54	0,473	0,435	0,265	0,460	-0,125
55	0,512	0,473	0,228	0,326	-0,088
56	0,551	0,512	0,188	0,213	-0,058
57	0,589	0,551	0,145	0,122	-0,033
58	0,628	0,589	0,100	0,055	-0,015
59	0,667	0,628	0,051	0,014	-0,004
60	0,705	0,667	0,000	0,000	0,000



33. táblázat A 7.4-es feladat eredményei

Iamella	Az i-edik ragasztóréteg klimatikus sajátfeszültségei a szélső-érték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	alsó	felső
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
0	0	0	0	0	0
1	-2,896	-3,081	0,672	-0,553	0,150
2	-2,711	-2,896	1,302	-2,167	0,587
3	-2,526	-2,711	1,890	-4,775	1,292
4	-2,341	-2,526	2,437	-8,307	2,249
5	19,710	19,565	-1,977	-8,687	2,351
6	-1,544	-1,690	-1,613	-5,766	1,561
7	-1,399	-1,544	-1,282	-3,411	0,923
8	-1,254	-1,399	-0,984	-1,568	0,424
9	-1,109	-1,254	-0,719	-0,185	0,050
10	-0,964	-1,109	-0,486	0,792	-0,214
11	-0,819	-0,964	-0,285	1,416	-0,383
12	-0,673	-0,819	-0,118	1,740	-0,471
13	-0,528	-0,673	0,017	1,817	-0,492
14	-0,383	-0,528	0,120	1,701	-0,460
15	-0,238	-0,383	0,190	1,444	-0,391
16	-0,093	-0,238	0,227	1,101	-0,298
17	0,067	-0,118	0,232	0,721	-0,195
18	0,252	0,067	0,197	0,366	-0,099
19	0,437	0,252	0,119	0,103	-0,028
20	0,623	0,437	0,000	0,000	0,000

34. táblázat A 7.5 feladat eredményei

lamella	Az i-edik ragasztóréteg klimatikus sajátfeszültségei a szélsőérték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	alsó	felső
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
0	0	0	0	0	0
1	-1,730	-1,771	0,131	-0,036	0,010
2	-1,689	-1,730	0,259	-0,142	0,038
3	-1,647	-1,689	0,384	-0,317	0,086
4	-1,606	-1,647	0,506	-0,559	0,151
5	25,735	25,694	-1,421	-0,311	0,084
6	-1,523	-1,565	-1,305	0,430	-0,116
7	-1,482	-1,523	-1,192	1,108	-0,300
8	-1,441	-1,482	-1,083	1,726	-0,467
9	-1,399	-1,441	-0,976	2,285	-0,619
10	-1,358	-1,399	-0,873	2,787	-0,754
11	-1,032	-1,065	-0,795	3,240	-0,877
12	-1,000	-1,032	-0,718	3,651	-0,988
13	-0,967	-1,000	-0,645	4,021	-1,088
14	-0,935	-0,967	-0,574	4,352	-1,178
15	-0,903	-0,935	-0,505	4,645	-1,257
16	-0,870	-0,903	-0,438	4,901	-1,327
17	-0,838	-0,870	-0,374	5,122	-1,386
18	-0,805	-0,838	-0,313	5,308	-1,437
19	-0,773	-0,805	-0,254	5,462	-1,478
20	-0,741	-0,773	-0,197	5,584	-1,512
21	-0,708	-0,741	-0,143	5,676	-1,536
22	-0,676	-0,708	-0,091	5,740	-1,554
23	-0,643	-0,676	-0,041	5,776	-1,563
24	-0,611	-0,643	0,006	5,785	-1,566
25	-0,579	-0,611	0,050	5,770	-1,562
26	-0,546	-0,579	0,092	5,731	-1,551
27	-0,514	-0,546	0,132	5,670	-1,535
28	-0,481	-0,514	0,169	5,588	-1,513
29	-0,449	-0,481	0,204	5,486	-1,485
30	-0,417	-0,449	0,237	5,367	-1,453
31	-0,384	-0,417	0,267	5,230	-1,416
32	-0,352	-0,384	0,294	5,077	-1,374
33	-0,320	-0,352	0,319	4,910	-1,329

34	-0,287	-0,320	0,342	4,731	-1,280
35	-0,255	-0,287	0,362	4,539	-1,229
36	-0,222	-0,255	0,380	4,337	-1,174
37	-0,190	-0,222	0,396	4,126	-1,117
38	-0,158	-0,190	0,409	3,908	-1,058
39	-0,125	-0,158	0,419	3,683	-0,997
40	-0,093	-0,125	0,427	3,453	-0,934
41	-0,060	-0,093	0,433	3,219	-0,871
42	-0,028	-0,060	0,437	2,982	-0,807
43	0,004	-0,028	0,437	2,745	-0,743
44	0,037	0,004	0,436	2,507	-0,679
45	0,069	0,037	0,432	2,271	-0,615
46	0,102	0,069	0,426	2,038	-0,552
47	0,134	0,102	0,417	1,809	-0,490
48	0,166	0,134	0,405	1,586	-0,429
49	0,199	0,166	0,392	1,369	-0,371
50	0,231	0,199	0,376	1,161	-0,314
51	0,336	0,295	0,352	0,963	-0,261
52	0,377	0,336	0,325	0,779	-0,211
53	0,419	0,377	0,295	0,610	-0,165
54	0,460	0,419	0,263	0,458	-0,124
55	0,501	0,460	0,227	0,325	-0,088
56	0,543	0,501	0,187	0,213	-0,058
57	0,584	0,543	0,145	0,122	-0,033
58	0,625	0,584	0,100	0,055	-0,015
59	0,667	0,625	0,051	0,014	-0,004
60	0,708	0,667	0,000	0,000	0,000

35. táblázat A 7.6-es feladat eredményei

Iamella	Az i-edik ragasztóréteg klimatikus sajátfeszültségei a szélső-érték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	alsó	felső
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
0	0	0	0	0	0
1	0,280	0,341	-0,070	0,059	-0,016
2	0,218	0,280	-0,126	0,220	-0,060
3	-2,573	-2,512	0,446	-0,039	0,010
4	0,096	0,157	0,417	-0,740	0,200
5	2,764	2,826	-0,211	-0,906	0,245
6	-0,027	0,034	-0,212	-0,560	0,152
7	-0,089	-0,027	-0,199	-0,224	0,061
8	-2,880	-2,819	0,442	-0,420	0,114
9	-0,212	-0,150	0,482	-1,171	0,317
10	2,457	2,518	-0,077	-1,500	0,406
11	-0,334	-0,273	-0,008	-1,429	0,387
12	-0,396	-0,334	0,074	-1,480	0,401
13	-0,457	-0,396	0,170	-1,677	0,454
14	2,211	2,273	-0,334	-1,540	0,417
15	2,150	2,211	-0,825	-0,594	0,161
16	-0,642	-0,580	-0,687	0,640	-0,173
17	-3,433	-3,372	0,077	1,139	-0,308
18	-0,764	-0,703	0,242	0,880	-0,238
19	-0,826	-0,764	0,421	0,341	-0,092
20	1,843	1,904	0,000	0,000	0,000

36. táblázat A 7.7-es feladat eredményei

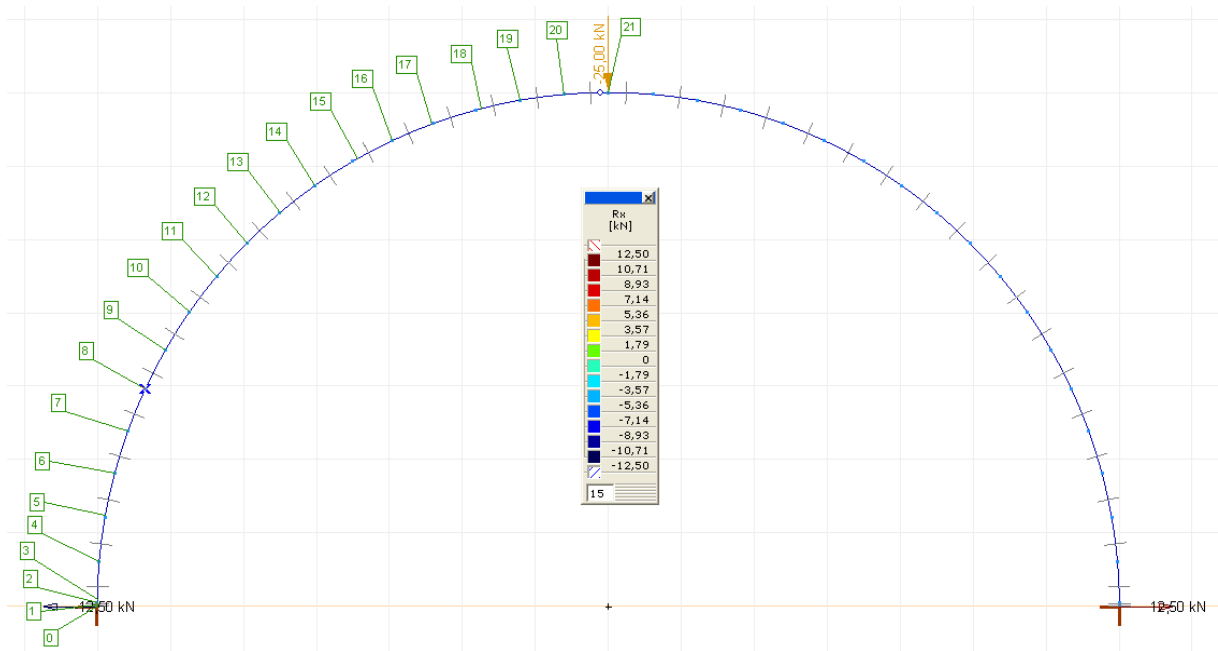
lamella	Az i-edik ragasztóréteg klimatikus sajátfeszültségei a szélső- érték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	$z=0$	$z=2h/6$
	Mpa	Mpa	Mpa	Mpa	Mpa
0	0	0	0	0	0
1	0,330	0,391	-0,081	0,068	-0,018
2	0,270	0,330	-0,148	0,257	-0,069
3	-2,520	-2,460	0,411	0,044	-0,012
4	0,150	0,210	0,371	-0,591	0,160
5	2,210	2,257	-0,131	-0,785	0,212
6	0,023	0,070	-0,142	-0,561	0,152
7	-0,024	0,023	-0,141	-0,329	0,089
8	-2,212	-2,164	0,350	-0,498	0,135
9	-0,119	-0,072	0,372	-1,085	0,294
10	1,974	2,021	-0,077	-1,323	0,358
11	-0,213	-0,166	-0,035	-1,231	0,333
12	-0,261	-0,213	0,019	-1,217	0,329
13	-0,308	-0,261	0,083	-1,298	0,351
14	1,785	1,832	-0,324	-1,100	0,298
15	1,738	1,785	-0,720	-0,248	0,067
16	-0,450	-0,402	-0,624	0,849	-0,230
17	-3,364	-3,304	0,125	1,257	-0,340
18	-0,694	-0,634	0,275	0,933	-0,252
19	-0,754	-0,694	0,437	0,355	-0,096
20	1,915	1,976	0,000	0,000	0,000

37. táblázat A 7.8-es feladat eredményei

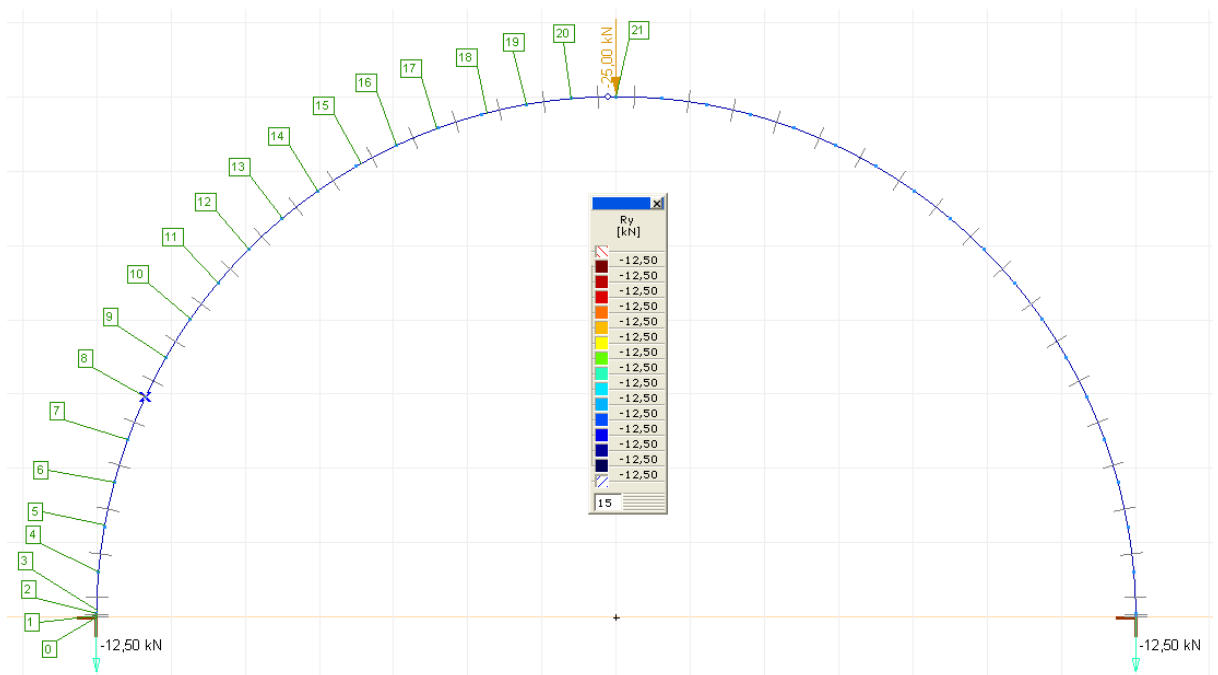
lamella	Az i-edik ragasztóréteg klimatikus sajátfeszültségei a szélső- érték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	alsó	felső
	Mpa	Mpa	Mpa	Mpa	Mpa
0	0	0	0	0	0
1	-0,102	-0,109	0,024	-0,019	0,005
2	-0,095	-0,102	0,046	-0,076	0,021
3	-0,088	-0,095	0,066	-0,168	0,045
4	-0,081	-0,088	0,085	-0,292	0,079
5	0,744	0,738	-0,081	-0,295	0,080
6	-0,068	-0,075	-0,065	-0,176	0,048
7	-0,061	-0,068	-0,051	-0,082	0,022
8	-0,054	-0,061	-0,038	-0,011	0,003
9	-0,048	-0,054	-0,026	0,041	-0,011
10	-0,041	-0,048	-0,016	0,075	-0,020
11	-0,034	-0,041	-0,008	0,094	-0,025
12	-0,027	-0,034	-0,001	0,101	-0,027
13	-0,021	-0,027	0,005	0,097	-0,026
14	-0,014	-0,021	0,009	0,086	-0,023
15	-0,007	-0,014	0,011	0,070	-0,019
16	0,000	-0,007	0,012	0,052	-0,014
17	0,006	0,000	0,011	0,033	-0,009
18	0,013	0,006	0,009	0,016	-0,004
19	0,020	0,013	0,005	0,004	-0,001
20	0,027	0,020	0,000	0,000	0,000

38. táblázat A 7.9-es feladat eredményei

Iamella	Az i-edik ragasztóréteg klimatikus sajátfeszültségei a szélső- érték helyeken				
	$\sigma_{zz}$		$\tau_{imax}$	$\sigma_{yy}$	
	alsó	felső	$z_{max}=h/6$	alsó	felső
	Mpa	Mpa	Mpa	Mpa	Mpa
0	0	0	0	0	0
1	-4,077	-13,740	2,002	-1,927	0,522
2	-1,334	-4,077	2,610	-5,770	1,562
3	0,301	-1,334	2,726	-10,169	2,752
4	1,351	0,301	2,541	-14,493	3,923
5	2,027	1,351	2,161	-18,346	4,966
6	2,433	2,027	1,660	-21,473	5,812
7	2,634	2,433	1,090	-23,720	6,420
8	2,669	2,634	0,495	-25,013	6,770
9	2,570	2,669	-0,094	-25,336	6,858
10	2,353	2,570	-0,647	-24,725	6,692
11	2,036	2,353	-1,141	-23,258	6,295
12	1,631	2,036	-1,553	-21,051	5,698
13	1,147	1,631	-1,865	-18,251	4,940
14	0,592	1,147	-2,060	-15,035	4,070
15	-0,032	0,592	-2,123	-11,607	3,142
16	-0,718	-0,032	-2,039	-8,194	2,218
17	-1,464	-0,718	-1,794	-5,048	1,366
18	-2,270	-1,464	-1,374	-2,442	0,661
19	-3,014	-2,270	-0,780	-0,664	0,180
20	-3,929	-3,014	0,000	0,000	0,000

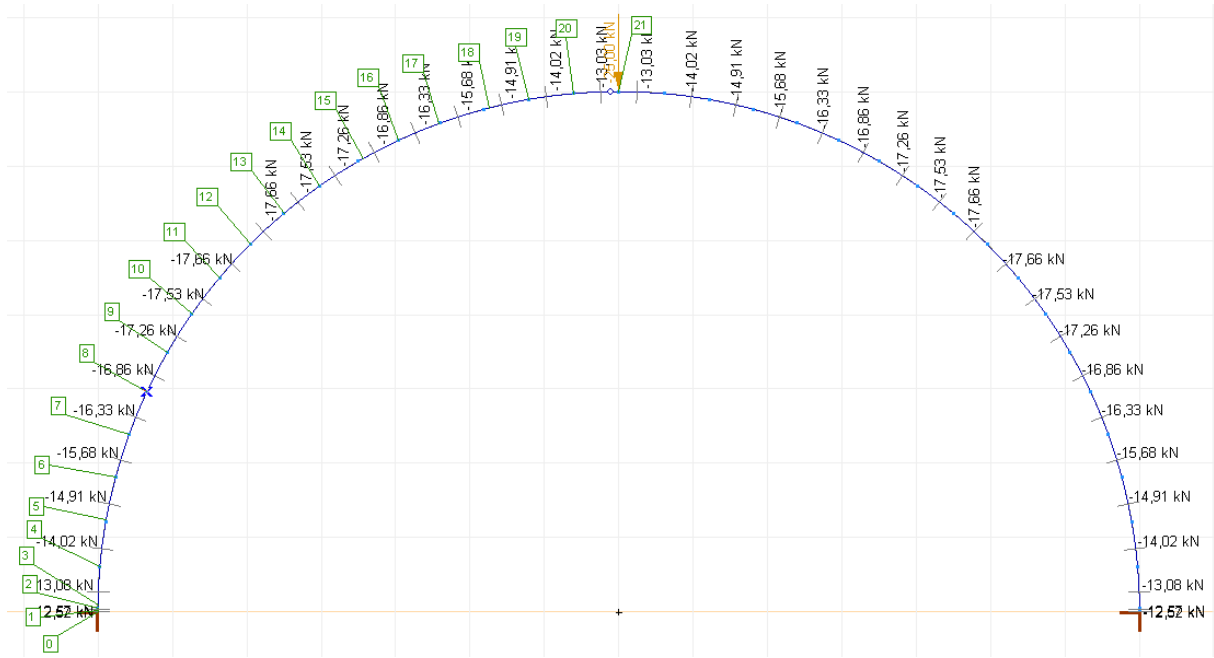


87. ábra A tartó x irányú támaszereje

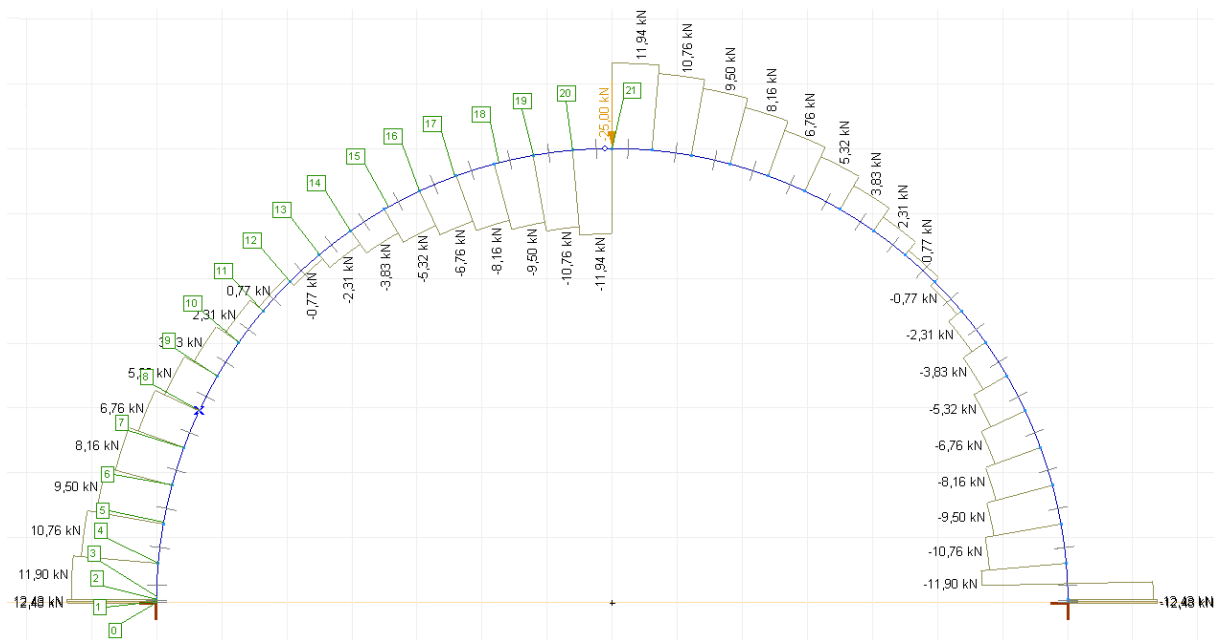


88. ábra A tartó y irányú támaszereje

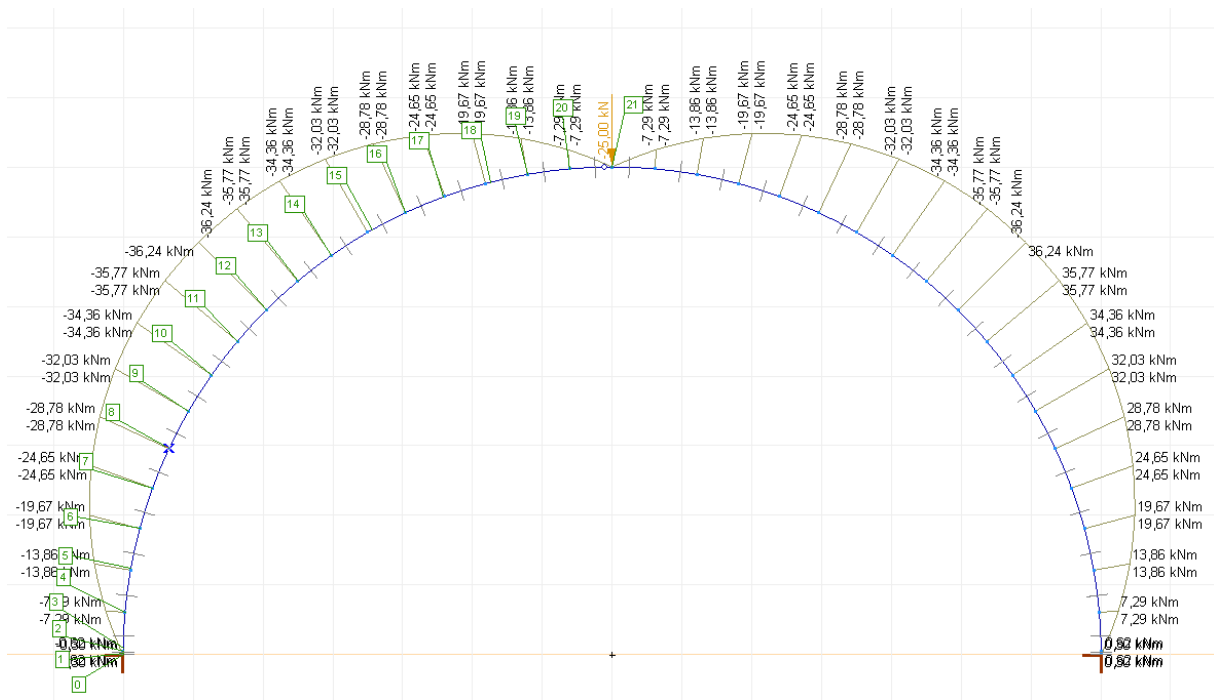




89. ábra A tartó normálerő ábrája



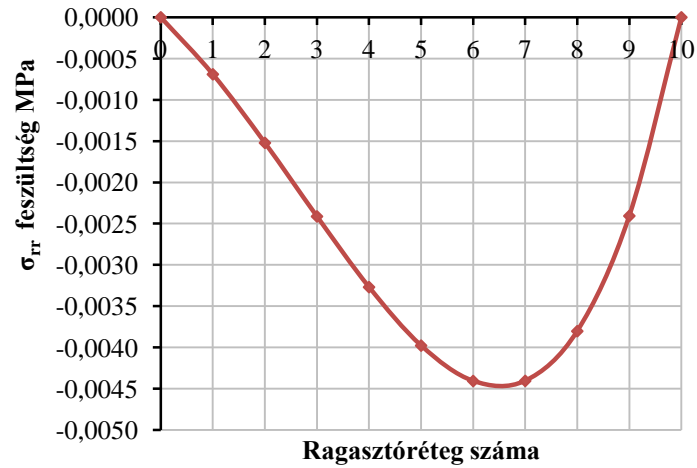
90. ábra A tartó nyíróerő ábrája



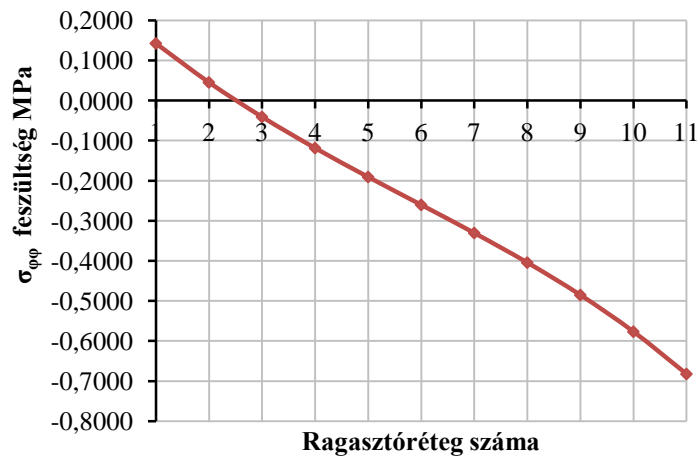
91. ábra A tartó nyomatéki ábrája

39. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 3. keresztmetszetben

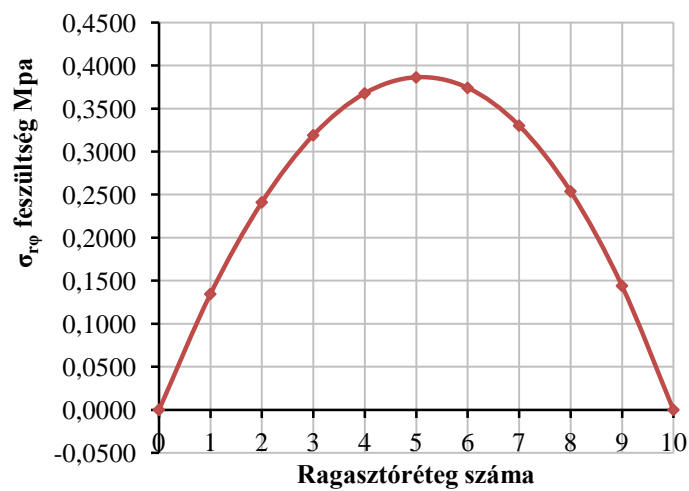
Külső terhelésből származó feszültségek 3. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	0,1424	0,0000
1	-0,0007	0,0452	0,1345
2	-0,0015	-0,0409	0,2411
3	-0,0024	-0,1186	0,3190
4	-0,0033	-0,1908	0,3676
5	-0,0040	-0,2604	0,3862
6	-0,0044	-0,3306	0,3740
7	-0,0044	-0,4044	0,3301
8	-0,0038	-0,4853	0,2538
9	-0,0024	-0,5767	0,1441
10	0,0000	-0,6823	0,0000



92. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 3. keresztmetszetben



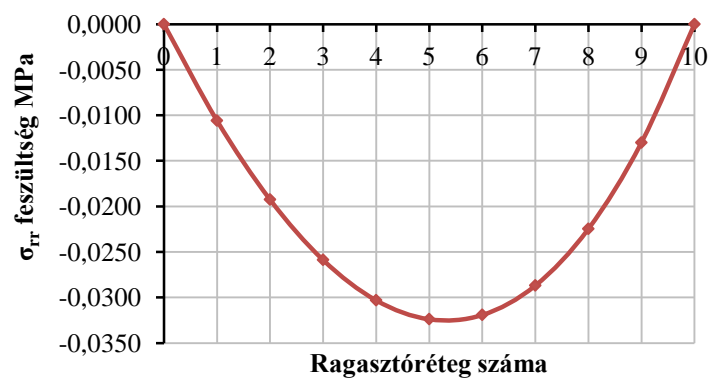
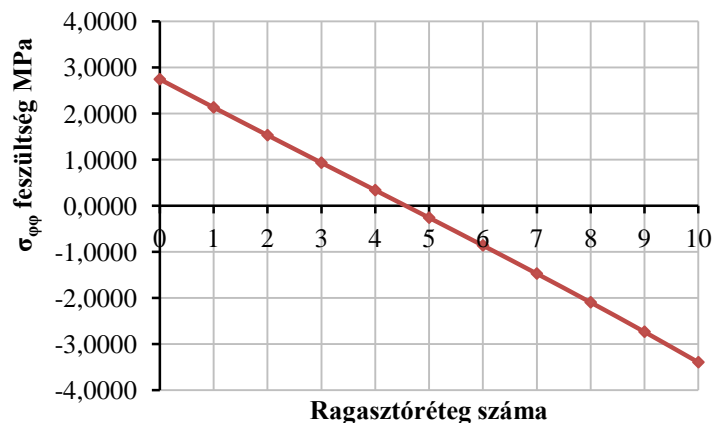
93. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 3. keresztmetszetben

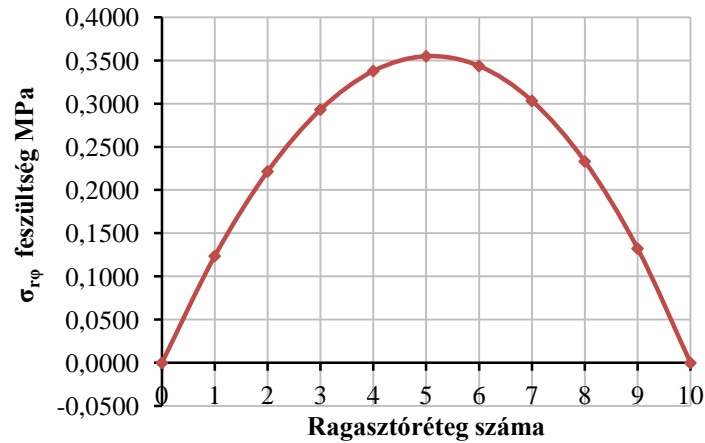


94. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 3. keresztmetszetben

40. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 4. keresztmetszetben

Külső terhelésből származó feszültségek 4. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	2,7420	0,0000
1	-0,0106	2,1313	0,1236
2	-0,0193	1,5289	0,2215
3	-0,0259	0,9317	0,2931
4	-0,0303	0,3364	0,3378
5	-0,0324	-0,2605	0,3549
6	-0,0319	-0,8624	0,3436
7	-0,0287	-1,4730	0,3034
8	-0,0225	-2,0960	0,2332
9	-0,0130	-2,7356	0,1324
10	0,0000	-3,3957	0,0000

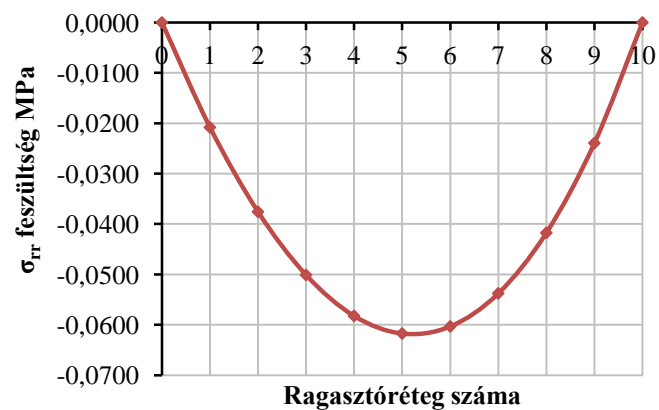
95. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 4. keresztmetszetben96. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 4. keresztmetszetben



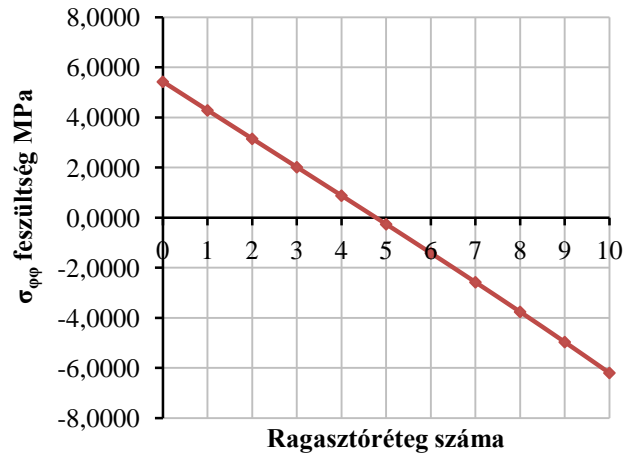
97. ábra A  $\sigma_{r\phi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 4. keresztmetszetben

41. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 5. keresztmetszetben

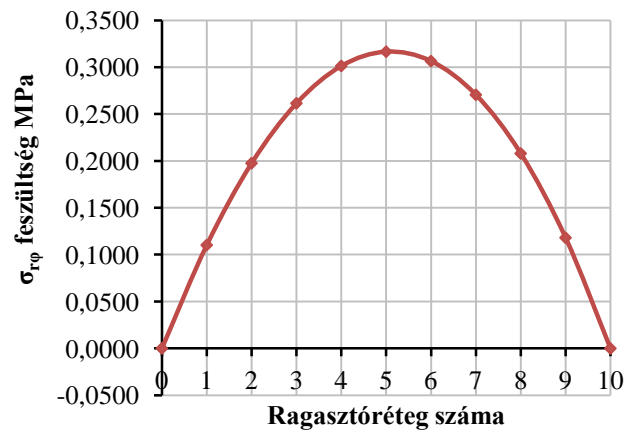
Külső terhelésből származó feszültségek 5. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\phi\phi}$	$\sigma_{r\phi}$
0	0,0000	5,4253	0,0000
1	-0,0208	4,2847	0,1103
2	-0,0376	3,1494	0,1977
3	-0,0501	2,0159	0,2616
4	-0,0582	0,8806	0,3014
5	-0,0617	-0,2605	0,3167
6	-0,0603	-1,4113	0,3066
7	-0,0537	-2,5759	0,2707
8	-0,0417	-3,7587	0,2081
9	-0,0239	-4,9640	0,1181
10	0,0000	-6,1966	0,0000



98. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben az 5. keresztmetszetben



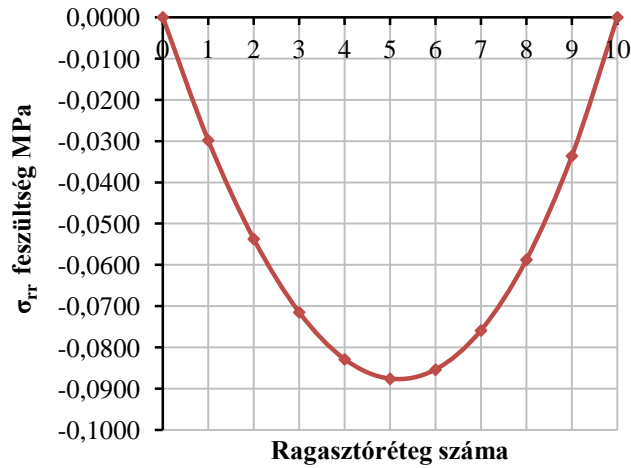
99. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben az 5. keresztmetszetben



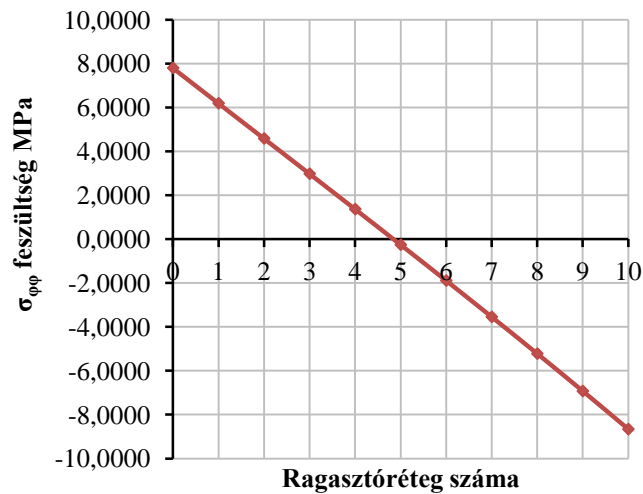
100. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben az keresztmetszetben

42. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 6. keresztmetszetben

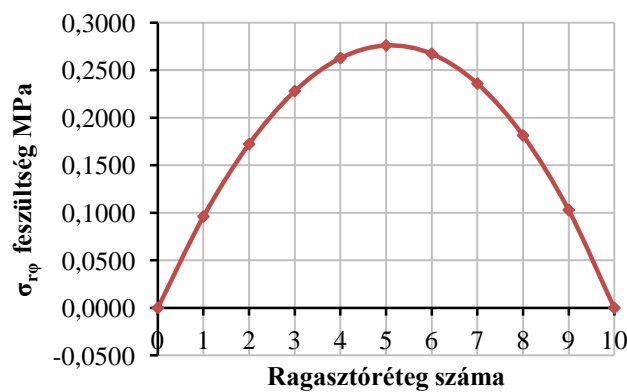
Külső terhelésből származó feszültségek 6. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	7,7937	0,0000
1	-0,0298	6,1853	0,0962
2	-0,0537	4,5796	0,1723
3	-0,0715	2,9729	0,2280
4	-0,0829	1,3609	0,2628
5	-0,0876	-0,2606	0,2761
6	-0,0854	-1,8958	0,2673
7	-0,0759	-3,5494	0,2360
8	-0,0587	-5,2261	0,1814
9	-0,0336	-6,9308	0,1030
10	0,0000	-8,6686	0,0000



101. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 6. keresztmetszetben



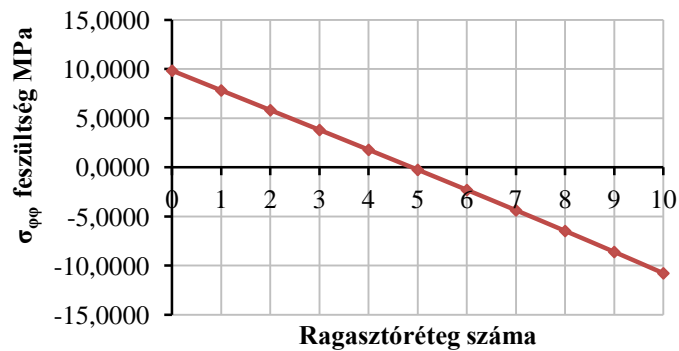
102. ábra A  $\sigma_{\phi\phi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 6. keresztmetszetben



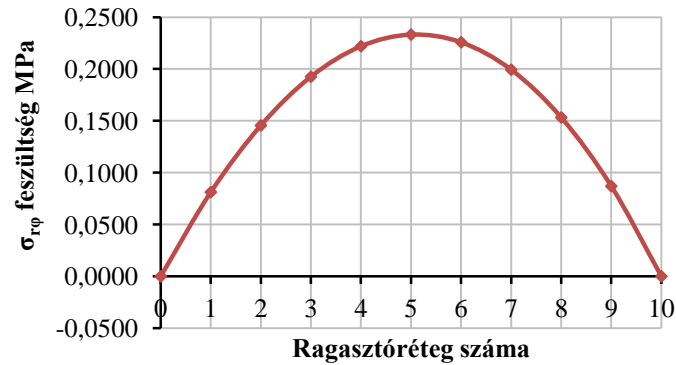
103. ábra A  $\sigma_{r\phi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 6. keresztmetszetben

43. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 7. keresztmetszetben

Külső terhelésből származó feszültségek 7. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	9,8290	0,0000
1	-0,0376	7,8186	0,0813
2	-0,0676	5,8088	0,1456
3	-0,0898	3,7952	0,1927
4	-0,1040	1,7736	0,2221
5	-0,1098	-0,2606	0,2333
6	-0,1069	-2,3122	0,2259
7	-0,0949	-4,3860	0,1994
8	-0,0734	-6,4872	0,1533
9	-0,0419	-8,6211	0,0870
10	0,0000	-10,7931	0,0000

104. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 7. keresztmetszetben105. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 7. keresztmetszetben

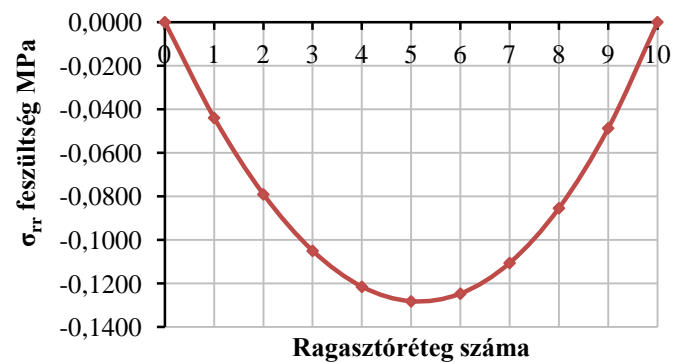




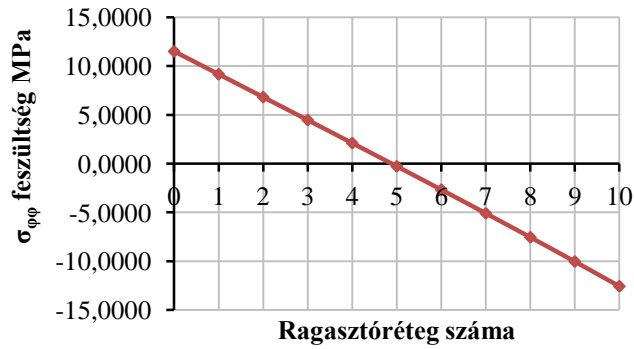
106. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 7. keresztmetszetben

44. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 8. keresztmetszetben

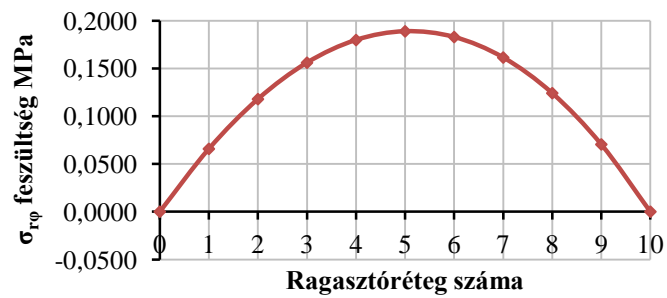
Külső terhelésből származó feszültségek 8. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	11,5158	0,0000
1	-0,0440	9,1722	0,0658
2	-0,0791	6,8274	0,1179
3	-0,1051	4,4768	0,1560
4	-0,1216	2,1157	0,1797
5	-0,1283	-0,2606	0,1888
6	-0,1247	-2,6572	0,1829
7	-0,1106	-5,0794	0,1614
8	-0,0855	-7,5324	0,1241
9	-0,0488	-10,0219	0,0704
10	0,0000	-12,5538	0,0000



107. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 8. keresztmetszetben



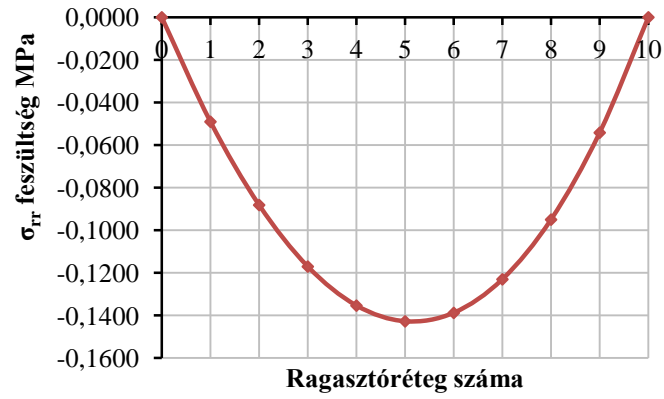
108. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 8. keresztmetszetben



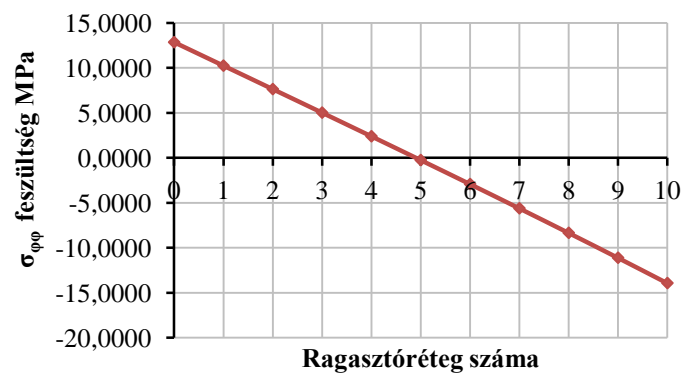
109. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 8. keresztmetszetben

45. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 9. keresztmetszetben

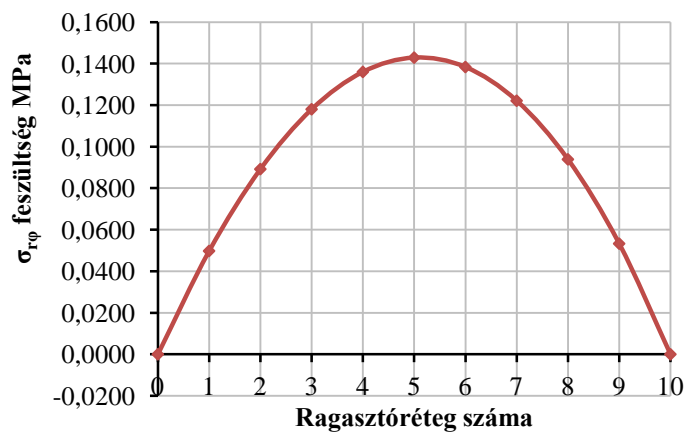
Külső terhelésből származó feszültségek 9. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	12,8413	0,0000
1	-0,0490	10,2359	0,0498
2	-0,0881	7,6279	0,0892
3	-0,1170	5,0123	0,1180
4	-0,1354	2,3845	0,1360
5	-0,1427	-0,2606	0,1429
6	-0,1388	-2,9284	0,1384
7	-0,1230	-5,6242	0,1221
8	-0,0950	-8,3536	0,0939
9	-0,0542	-11,1227	0,0533
10	0,0000	-13,9373	0,0000



110. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 9. keresztmetszetben



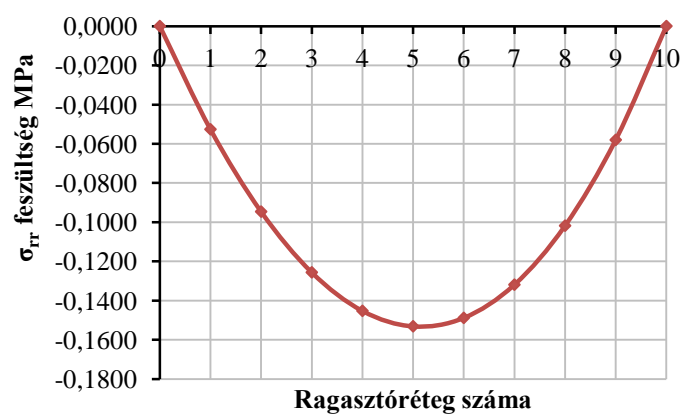
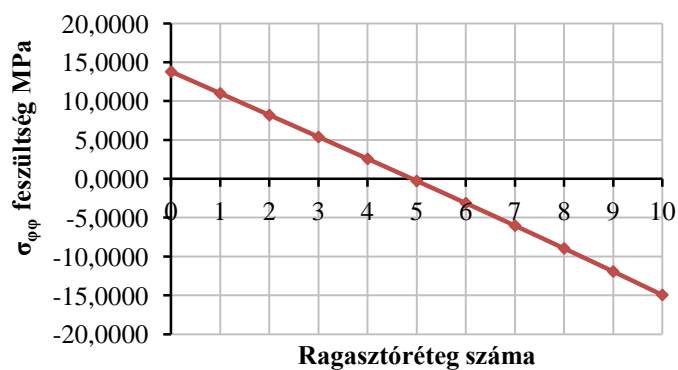
111. ábra A  $\sigma_{\phi\phi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 9. keresztmetszetben

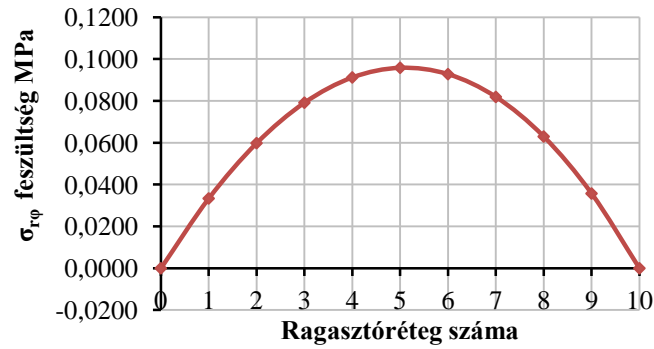


112. ábra A  $\sigma_{r\phi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 9. keresztmetszetben

46. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 10. keresztmetszetben

Külső terhelésből származó feszültségek 10. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	13,7953	0,0000
1	-0,0527	11,0015	0,0334
2	-0,0946	8,2040	0,0598
3	-0,1256	5,3978	0,0792
4	-0,1453	2,5780	0,0913
5	-0,1532	-0,2607	0,0959
6	-0,1489	-3,1236	0,0928
7	-0,1319	-6,0163	0,0820
8	-0,1018	-8,9448	0,0630
9	-0,0581	-11,9149	0,0358
10	0,0000	-14,9331	0,0000

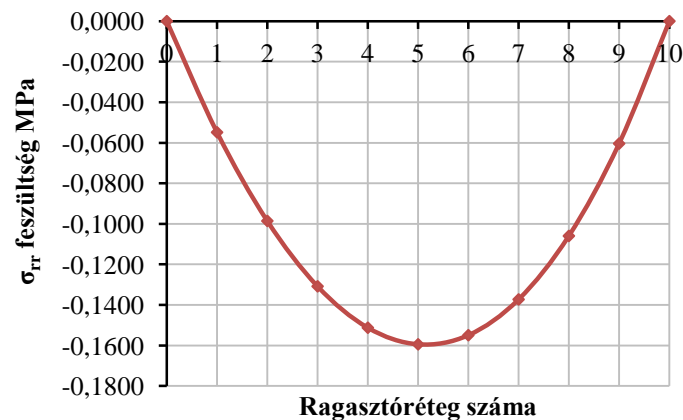
113. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 10. keresztmetszetben114. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 10. keresztmetszetben



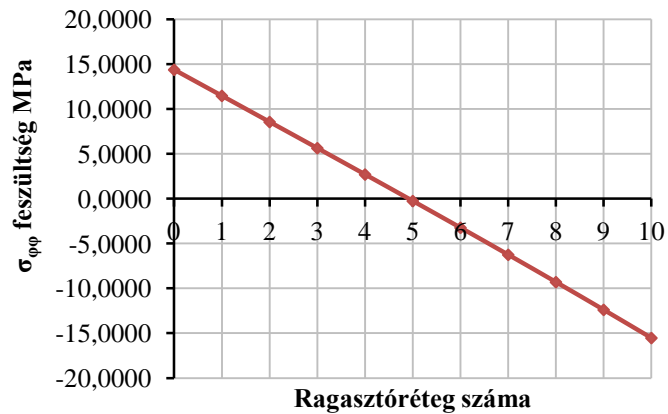
115. ábra A  $\sigma_{r\phi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 10. keresztmetszetben

47. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 11. keresztmetszetben

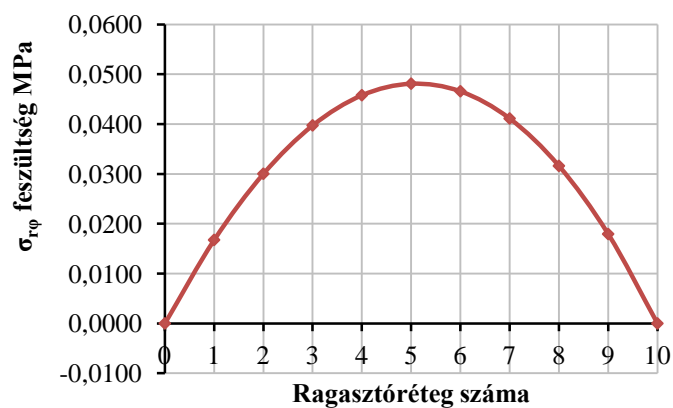
Külső terhelésből származó feszültségek 11. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\phi\phi}$	$\sigma_{r\phi}$
0	0,0000	14,3707	0,0000
1	-0,0548	11,4632	0,0168
2	-0,0986	8,5514	0,0300
3	-0,1308	5,6303	0,0397
4	-0,1513	2,6947	0,0458
5	-0,1594	-0,2607	0,0481
6	-0,1550	-3,2413	0,0466
7	-0,1373	-6,2528	0,0411
8	-0,1060	-9,3013	0,0316
9	-0,0604	-12,3927	0,0179
10	0,0000	-15,5337	0,0000



116. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 11. keresztmetszetben



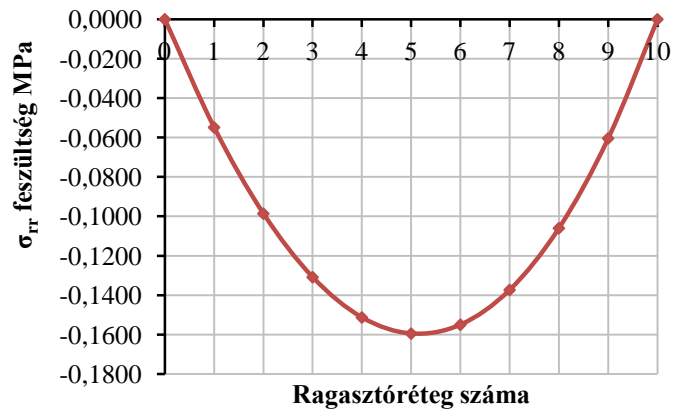
117. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 11. keresztmetszetben



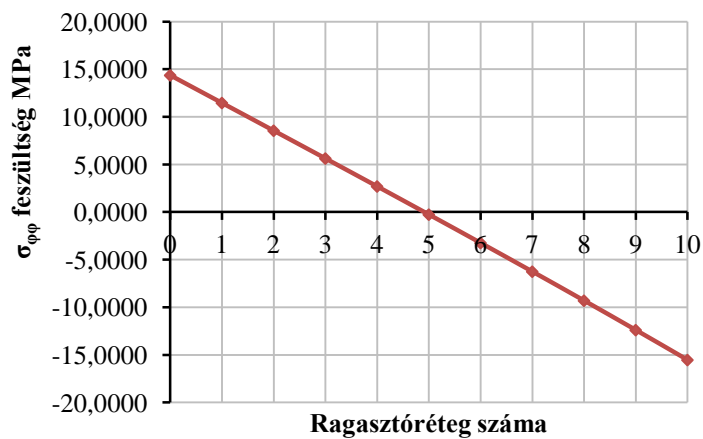
118. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 11. keresztmetszetben

48. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 13. keresztmetszetben

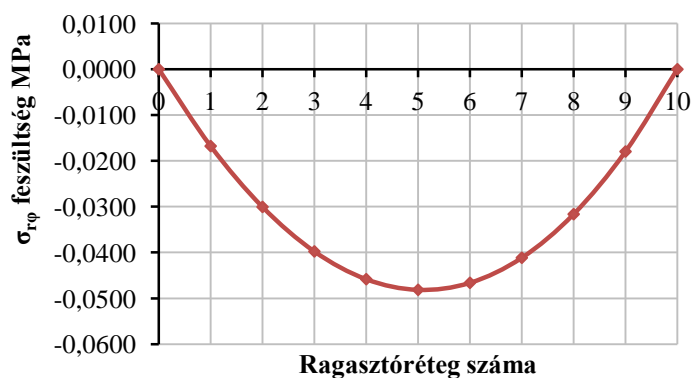
Külső terhelésből származó feszültségek 13. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	14,3707	0,0000
1	-0,0548	11,4632	-0,0168
2	-0,0986	8,5514	-0,0300
3	-0,1308	5,6303	-0,0397
4	-0,1513	2,6947	-0,0458
5	-0,1594	-0,2607	-0,0481
6	-0,1550	-3,2413	-0,0466
7	-0,1373	-6,2528	-0,0411
8	-0,1060	-9,3013	-0,0316
9	-0,0604	-12,3927	-0,0179
10	0,0000	-15,5337	0,0000



119. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 13. keresztmetszetben



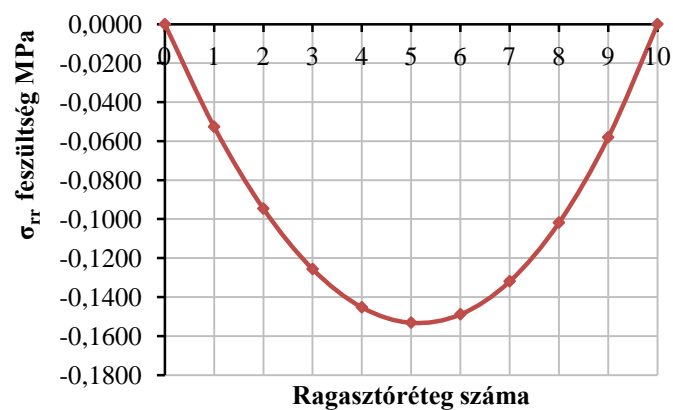
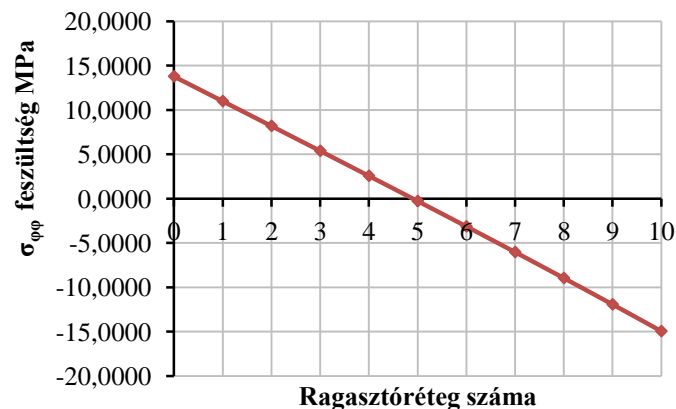
120. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 13. keresztmetszetben



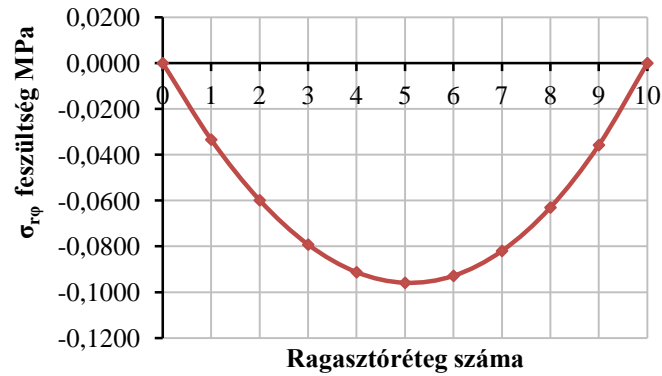
121. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 13. keresztmetszetben

49. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 14. keresztmetszetben

Külső terhelésből származó feszültségek 14. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	13,7953	0,0000
1	-0,0527	11,0015	-0,0334
2	-0,0946	8,2040	-0,0598
3	-0,1256	5,3978	-0,0792
4	-0,1453	2,5780	-0,0913
5	-0,1532	-0,2607	-0,0959
6	-0,1489	-3,1236	-0,0928
7	-0,1319	-6,0163	-0,0820
8	-0,1018	-8,9448	-0,0630
9	-0,0581	-11,9149	-0,0358
10	0,0000	-14,9331	0,0000

122. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 14. keresztmetszetben123. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 14. keresztmetszetben

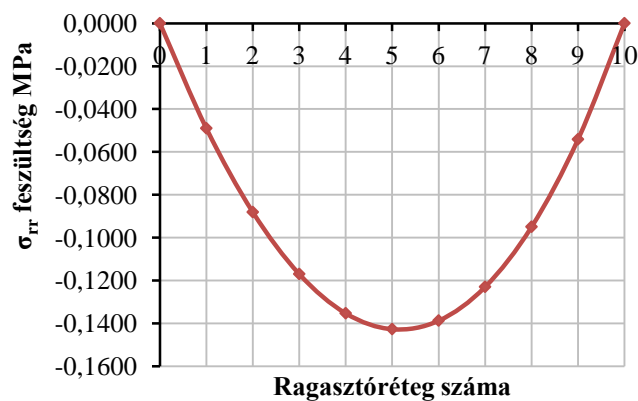




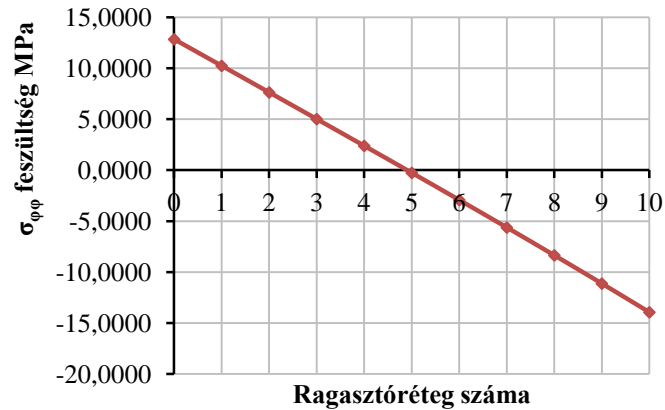
124. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 14. keresztmetszetben

50. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 15. keresztmetszetben

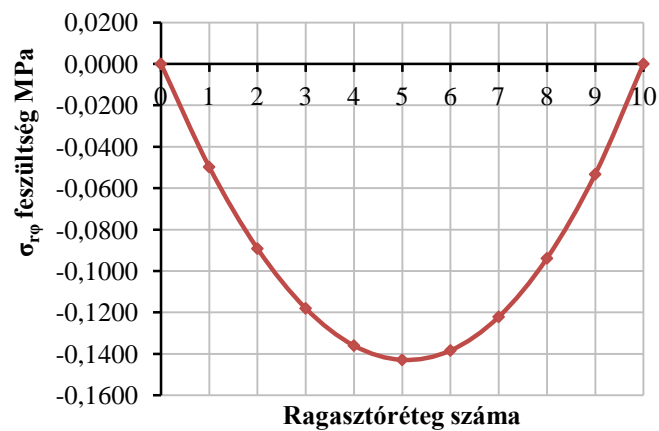
Külső terhelésből származó feszültségek 15. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	12,8413	0,0000
1	-0,0490	10,2359	-0,0498
2	-0,0881	7,6279	-0,0892
3	-0,1170	5,0123	-0,1180
4	-0,1354	2,3845	-0,1360
5	-0,1427	-0,2606	-0,1429
6	-0,1388	-2,9284	-0,1384
7	-0,1230	-5,6242	-0,1221
8	-0,0950	-8,3536	-0,0939
9	-0,0542	-11,1227	-0,0533
10	0,0000	-13,9373	0,0000



125. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 15. keresztmetszetben



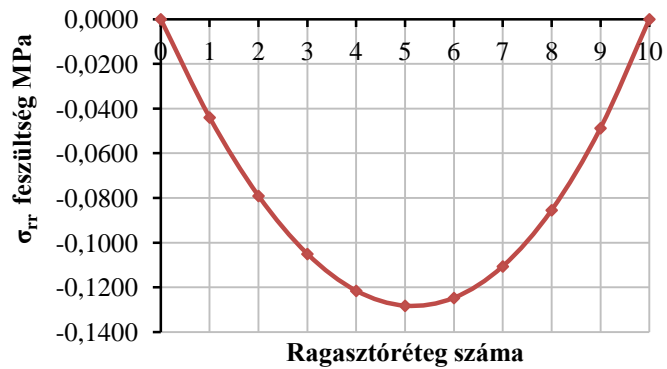
126. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 15. keresztmetszetben



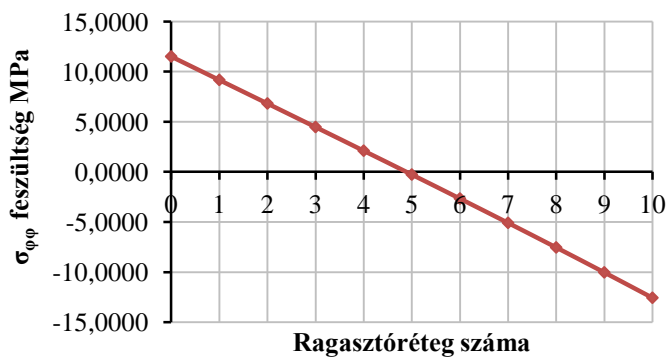
127. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 15. keresztmetszetben

51. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 16. keresztmetszetben

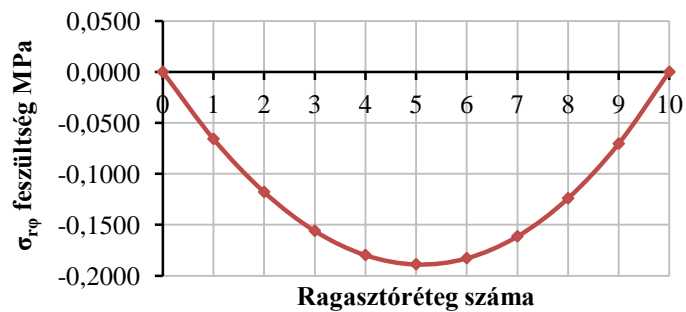
Külső terhelésből származó feszültségek 16. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	11,5158	0,0000
1	-0,0440	9,1722	-0,0658
2	-0,0791	6,8274	-0,1179
3	-0,1051	4,4768	-0,1560
4	-0,1216	2,1157	-0,1797
5	-0,1283	-0,2606	-0,1888
6	-0,1247	-2,6572	-0,1829
7	-0,1106	-5,0794	-0,1614
8	-0,0855	-7,5324	-0,1241
9	-0,0488	-10,0219	-0,0704
10	0,0000	-12,5538	0,0000



128. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 16. keresztmetszetben



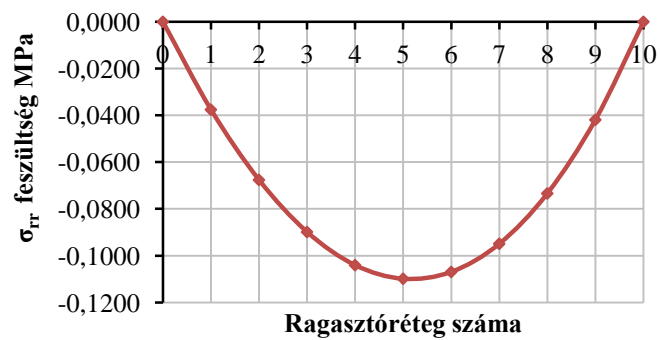
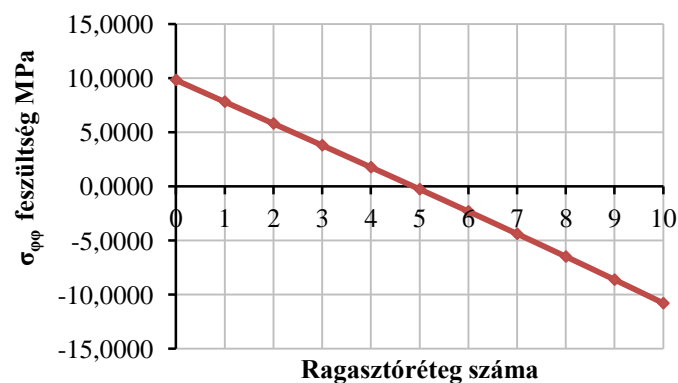
129. ábra A  $\sigma_{\phi\phi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 16. keresztmetszetben

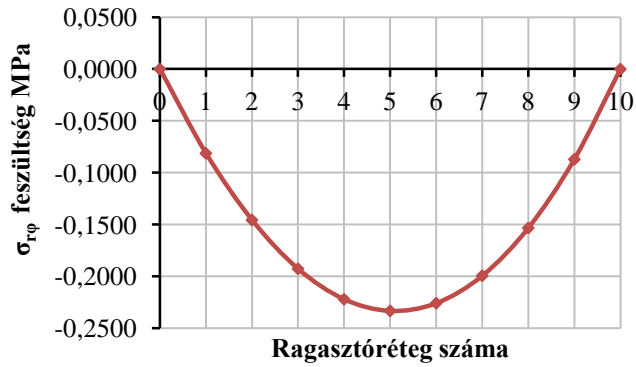


130. ábra A  $\sigma_{r\phi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 16. keresztmetszetben

52. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 17. keresztmetszetben

Külső terhelésből származó feszültségek 17. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	9,8290	0,0000
1	-0,0376	7,8186	-0,0813
2	-0,0676	5,8088	-0,1456
3	-0,0898	3,7952	-0,1927
4	-0,1040	1,7736	-0,2221
5	-0,1098	-0,2606	-0,2333
6	-0,1069	-2,3122	-0,2259
7	-0,0949	-4,3860	-0,1994
8	-0,0734	-6,4872	-0,1533
9	-0,0419	-8,6211	-0,0870
10	0,0000	-10,7931	0,0000

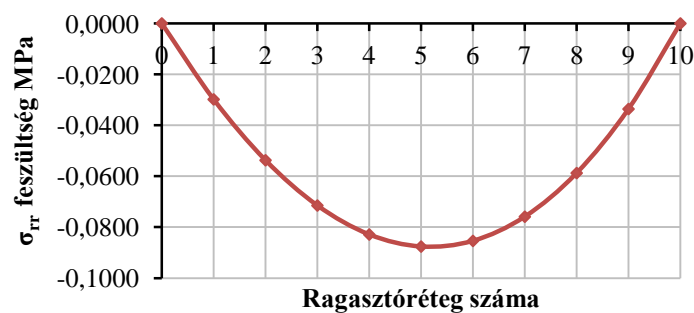
131. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 17. keresztmetszetben132. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 17. keresztmetszetben



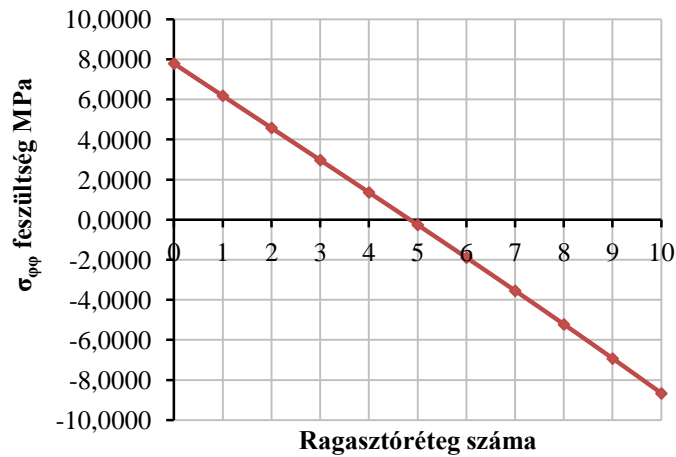
133. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 17. keresztmetszetben

53. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 18. keresztmetszetben

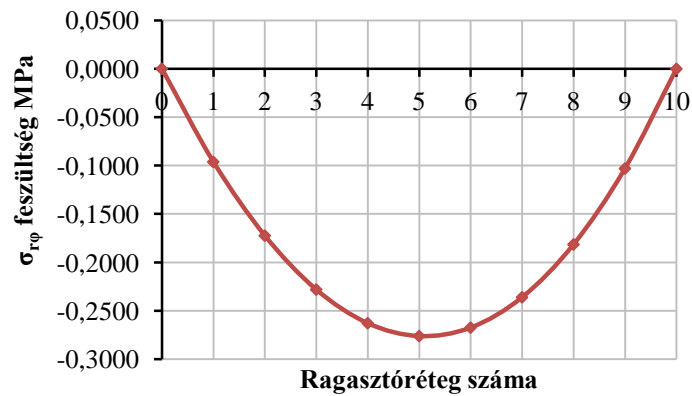
Külső terhelésből származó feszültségek 18. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	7,7937	0,0000
1	-0,0298	6,1853	-0,0962
2	-0,0537	4,5796	-0,1723
3	-0,0715	2,9729	-0,2280
4	-0,0829	1,3609	-0,2628
5	-0,0876	-0,2606	-0,2761
6	-0,0854	-1,8958	-0,2673
7	-0,0759	-3,5494	-0,2360
8	-0,0587	-5,2261	-0,1814
9	-0,0336	-6,9308	-0,1030
10	0,0000	-8,6686	0,0000



134. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 18. keresztmetszetben



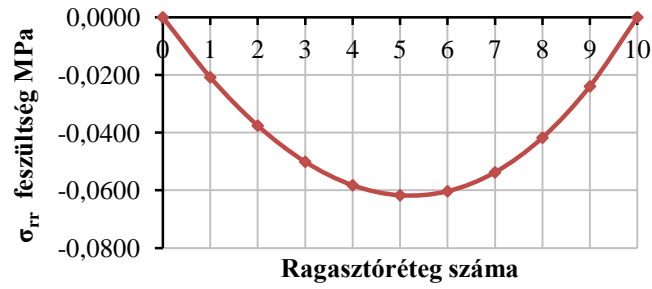
135. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 18. keresztmetszetben



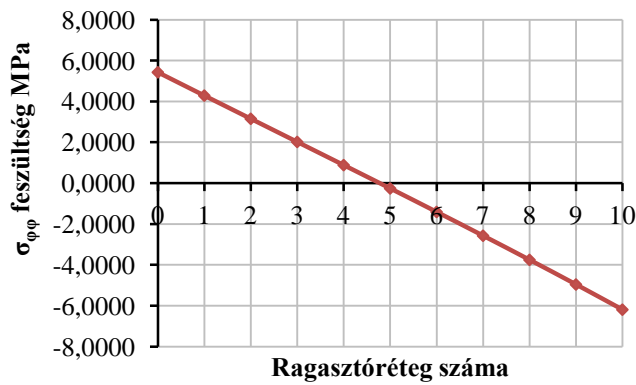
136. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 18. keresztmetszetben

54. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 19. keresztmetszetben

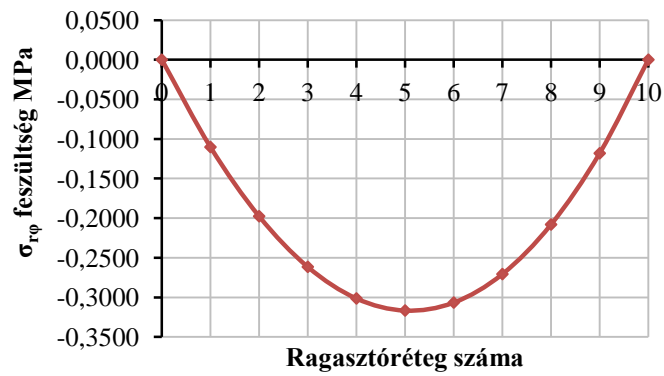
Külső terhelésből származó feszültségek 19. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	5,4253	0,0000
1	-0,0208	4,2847	-0,1103
2	-0,0376	3,1494	-0,1977
3	-0,0501	2,0159	-0,2616
4	-0,0582	0,8806	-0,3014
5	-0,0617	-0,2605	-0,3167
6	-0,0603	-1,4113	-0,3066
7	-0,0537	-2,5759	-0,2707
8	-0,0417	-3,7587	-0,2081
9	-0,0239	-4,9640	-0,1181
10	0,0000	-6,1966	0,0000



137. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 19. keresztmetszetben



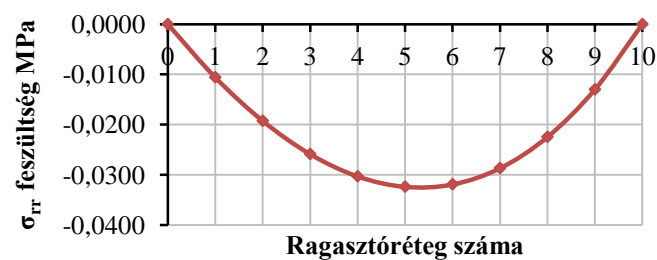
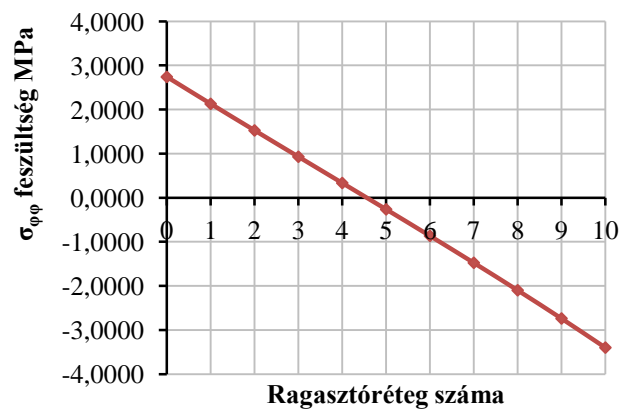
138. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 19. keresztmetszetben



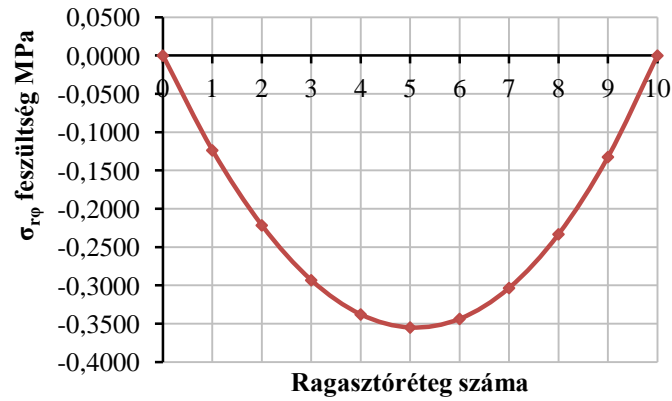
139. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 19. keresztmetszetben

55. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 20. keresztmetszetben

Külső terhelésből származó feszültségek 20. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	2,7420	0,0000
1	-0,0106	2,1313	-0,1236
2	-0,0193	1,5289	-0,2215
3	-0,0259	0,9317	-0,2931
4	-0,0303	0,3364	-0,3378
5	-0,0324	-0,2605	-0,3549
6	-0,0319	-0,8624	-0,3436
7	-0,0287	-1,4730	-0,3034
8	-0,0225	-2,0960	-0,2332
9	-0,0130	-2,7356	-0,1324
10	0,0000	-3,3957	0,0000

140. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 20. keresztmetszetben141. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 20. keresztmetszetben

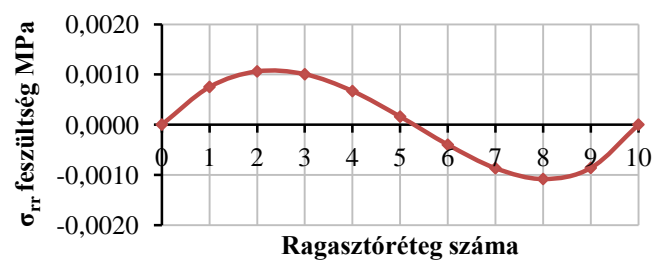




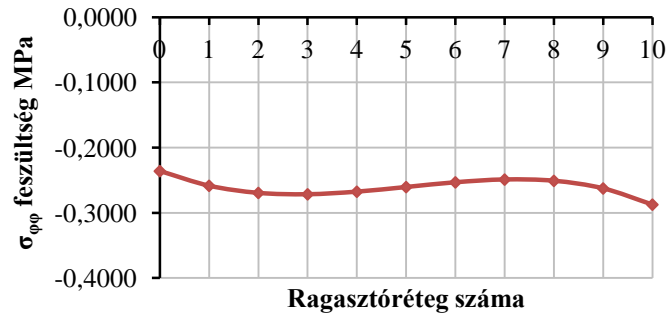
142. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 20. keresztmetszetben

56. táblázat Külső terhelésből származó feszültségek 21. helyen

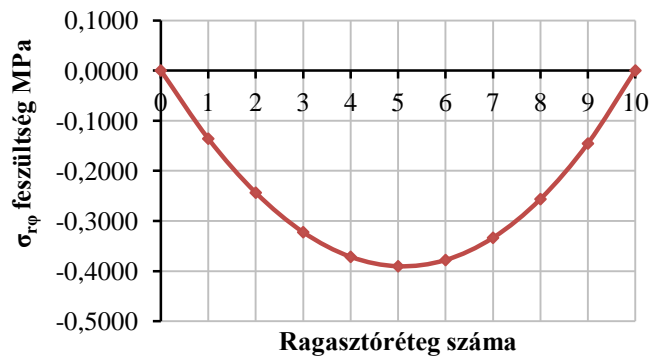
Külső terhelésből származó feszültségek 21. helyen			
lamella	[MPa]		
	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{r\varphi}$
0	0,0000	-0,2360	0,0000
1	0,0007	-0,2585	-0,1360
2	0,0011	-0,2694	-0,2437
3	0,0010	-0,2715	-0,3225
4	0,0007	-0,2675	-0,3716
5	0,0002	-0,2604	-0,3904
6	-0,0004	-0,2532	-0,3780
7	-0,0009	-0,2489	-0,3337
8	-0,0011	-0,2509	-0,2565
9	-0,0009	-0,2625	-0,1456
10	0,0000	-0,2874	0,0000



143. ábra A  $\sigma_{rr}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 21. keresztmetszetben



144. ábra A  $\sigma_{\varphi\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 21. keresztmetszetben



145. ábra A  $\sigma_{r\varphi}$  külső terhelésből származó feszültségek a ragasztási rétegekben a 21. keresztmetszetben