

Doktori (Ph.D) értekezés
Nyugat-magyarországi Egyetem, Faipari Mérnöki Kar
Cziráki József Faanyagtudomány- és Technológiák Doktori Iskola
Vezető: Dr. Dr. h.c. Winkler András egyetemi tanár

Doktori program: Faszervezetek
Programvezető: Dr. Divós Ferenc CSc.

Tudományág:
Anyagtudományok és technológiák

A természetes faanyag nyíró-rugalmassági modulusának meghatározása

Készítő: Karácsonyi Zsolt
Témavezető: Dr. Szalai József CSc.

Sopron

2011

A természetes faanyag nyíró-rugalmassági modulusának meghatározása

Értekezés doktori (PhD) fokozat elnyerése érdekében

*a Nyugat-magyarországi Egyetem Cziráki József Faanyagtudomány-és Technológiák Doktori Iskolája

Faszerkezetek programja

Írta:

Karácsonyi Zsolt

**Készült a Nyugat-magyarországi Egyetem Cziráki József Faanyagtudomány-és Technológiák Doktori Iskola

Faszerkezetek programja keretében

Témavezető: Dr. Szalai József

Elfogadásra javaslom (igen / nem)

(aláírás)

A jelölt a doktori szigorlaton % -ot ért el,
Sopron,

.....
a Szigorlati Bizottság elnöke

Az értekezést bírálóként elfogadásra javaslom (igen /nem)

Első bíráló (Dr.) igen /nem... ..

(aláírás)

Második bíráló (Dr.) igen /nem

(aláírás)

(Esetleg harmadik bíráló (Dr.) igen /nem

(aláírás)

A jelölt az értekezés nyilvános vitáján.....% - ot ért el

Sopron,

.....
a Bírálóbizottság elnöke

A doktori (PhD) oklevél minősítése.....

.....
Az EDT elnöke

Kivonat

Karácsonyi Zsolt, okleveles faipari mérnök, okleveles energiagazdálkodási szakmérnök, egyetemi tanársegéd, NymE-FMK-Műszaki Mechanika és Tartószerkezetek Intézet

A nyíró-rugalmassági modulusz az egyik fontos rugalmas anyagállandó. A Young-modulusz és a Poisson tényező mellett a G modulusz a harmadik rugalmas technikai állandó, amely meghatározza a merevségi és alakíthatósági tenzort és fontos szerepe van fatartók alakváltozásában. Anizotrop anyagoknál lehetőség nyílik a nyíró-rugalmassági modulusz közvetett mérésére. E módszerrel a megfelelően orientált rúd alakú próbatestet tiszta húzásnak vagy nyomásnak vetjük alá és mérjük a hossz- és keresztirányú fajlagos hosszváltozásokat. Ez a közvetett technológia egyszerű, pontos és kiküszöböli a közvetlen módszerek hátrányainak jelentős részét. Így nincs szükség különleges alakú próbatestre és bonyolult befogó berendezésre, az alakváltozási és feszültségi állapot a befogópofáktól elegendően távol a próbatest nagy részén egyenletes eloszlású, illetve nem kell szögváltozást mérni, csupán hosszváltozást. A mérések során meghatároztam a lucfenyő (*Picea Abies*) nyíró-rugalmassági moduluszát többféle alakváltozás-mérő alapelv és húzó igénybevétel alkalmazásával, majd a kőris (*Fraxinus Excelsior*) G-moduluszát húzó és nyomó próbatesteken. Vizsgálataim után megállapítottam, hogy az orientációs elmélet alkalmas anizotrop anyagok nyíró-rugalmassági moduluszáinak a meghatározására.

Kulcsszavak: nyíró-rugalmassági modulusz, alakváltozás meghatározás optikai eszközzel, orientációs elmélet.

Abstract

Karácsonyi, Zsolt, MSc of wood engineering, special engineer of energy management, assistant lecturer, University of West Hungary, Faculty of Wood Technology, Institute for Applied Mechanics and Structures

The shear modulus is one of the important elasticity constants. The G-modulus is the third technical elasticity constant next to Young-modulus and the Poisson-constant. There is indispensable to know this elastic constant during determination of shear deflection or calculation of strain and ductility tensor. There is a possibility for measuring the shear modulus of anisotropic materials on indirect way. By this method we are loading the specimen by tension or compression and measuring the deformations parallel with and perpendicular to the load direction. This indirect method is simple, exact and it eliminates disadvantages of the direct measuring. So we do not need special formed specimens and complicated grips. The deformation and stress state of the specimen is spread evenly in the middle of the specimen. It is not necessary to measure the angle of deformation. We have to measure only the length of deformation. I have determined the shear modulus of Spruce (*Picea Abies*) using two different systems to measure the deformations and tensile load. After it I have measured Ash (*Fraxinus Excelsior*), using tension and compression loads on the specimens. Based on my examination I can establish that the oriented method is suitable to determine the shear modulus of anisotropic materials.

Key words: shear-modulus, deformation measuring by optic equipment, anisotropic method, off-axis test.

A természetes faanyag nyíró-rugalmassági modulusának meghatározása

Bevezetés	7
1. A nyíró-rugalmassági modulusz fogalma, jelentősége	8
1.1. Izotrop anyagok nyíró-rugalmassági modulusza (egyszerű és általános Hooke-törvény).....	8
1.2. Anizotrop anyagok nyíró-rugalmassági modulusza	15
1.3. Az ortogonálisan anizotrop faanyag rugalmassági moduluszainak rendszere.....	19
1.4. Tetszőleges síkhoz és irányhoz tartozó nyíró-rugalmassági modulusz meghatározása.....	21
1.5. A nyíró-rugalmassági modulusz szerepe egy egyszerű műszaki példa bemutatásával.....	36
2. A nyíró-rugalmassági modulusz mérésére szolgáló módszerek	41
2.1. Közvetlen módszer alkalmazása	41
2.1.1. Statikus vizsgálati módszerek	42
2.1.1.1. Hagyományos eljárás.....	42
2.1.1.2. Iosipescu elmélet	45
2.1.1.3. Arcan elmélet.....	47
2.1.1.4. Négyzög keresztmetszetű rúd csavarása Négyzög keresztmetszetű rúd csavarása.....	48
2.1.1.5. Lemez alakú próbatest csavarása.....	51
2.1.1.6. Prizmatikus rúd közönséges hajlítása	52
2.1.2. Dinamikus vizsgálati módszerek	53
2.1.2.1. Torziós rezgések alkalmazása	54
2.1.2.2. Nyírósebesség mérése	55
2.1.2.3. Timoshenko elmélet	56
2.2. Közvetett módszer(ek) – Az anatómiai vagy szerkezeti főirányokon kívül eső húzó – vagy nyomó-igénybevétel alkalmazása	56
3. A közvetett módszer kísérleti megvalósítása.....	64
3.1. Alakváltozás – mérés nyúlásmérő bélyegekkel.....	64
3.2. Alakváltozás – mérés optikai eszközökkel	67
3.2.1. A Videoextenzométer ME 46	67
3.2.2. A DIC – 2D rendszer	70

4. A mérések kivitelezése, az adatok feldolgozása, értékelése	73
4.1. A mérések kivitelezése	74
4.1.1. Nyúlásmérő bélyeg alkalmazása.....	74
4.1.2. DIC-2D alkalmazása.....	75
4.1.3. Videoextenzométer alkalmazása.....	77
4.1.3.1. Lucfenyő (<i>Picea Abies</i>) L-R anatómiai fősíkban meghatározott nyíró- rugalmassági modulusza (G_{LR})	83
4.1.3.2. Kőris (<i>Fraxinus excelsior</i>) L-R, L-T, és R-T anatómiai fősíkokban meghatározott nyíró-rugalmassági modulusza (G_{LR} , G_{LT} , G_{RT}).....	83
4.2. Az adatok feldolgozása.....	84
4.2.1. Nyúlásmérő bélyeges mérés adatfeldolgozása	84
4.2.2. Videoextenzométeres mérés adatfeldolgozása	86
4.2.3. DIC-2D-s mérés adatfeldolgozása	88
4.3. Az adatok értékelése	89
4.3.1. Fenyő adatainak értékelése	89
4.3.2. A Kőris faanyag mérési eredményeinek kiértékelése.....	92
Összefoglalás	96
Tézisek	98
Irodalomjegyzék	101
Köszönetnyilvánítás.....	105

Bevezetés

A nyíró-rugalmassági modulusz az egyik fontos rugalmas anyagállandó. Az Young-modulusz és a Poisson tényező mellett a G modulusz a harmadik rugalmas technikai állandó, amely meghatározza a merevségi és alakíthatósági tenzort. A rugalmas állandók ismeretében meghatározott, fenti tenzorok segítségével számíthatjuk a feszültségi állapot alapján az alakváltozási állapotot vagy fordítva. A nyíró-rugalmassági modulusz pontos értékét azonban nem könnyű meghatározni, mérni. Ennek oka, hogy egy előre kiválasztott keresztmetszetben tiszta nyírást kísérleti körülmények között nehéz létrehozni. Ezen kívül a szögváltozás nagyságának meghatározása is a bonyolultabb alakváltozás-mérési feladatok közé tartozik. Ezek a nehézségek azzal a következménnyel jártak, hogy napjainkra több technológiát is dolgoztak ki a nyíró-rugalmassági modulusz mérésére. Ezek többsége továbbra is tartalmaz valamilyen elméleti és/vagy mérés-technikai problémát.

Anizotrop anyagoknál – mint amilyen a faanyag is – lehetőség nyílik a nyíró-rugalmassági modulusz közvetett mérésére. E módszerrel a megfelelően orientált rúd alakú próbatestet tiszta húzásnak vagy nyomásnak vetjük alá és mérjük a hossz- és keresztirányú fajlagos hosszváltozásokat. Ez a közvetett technológia egyszerű és pontos. A terhelést egy univerzális anyagvizsgáló berendezéssel (FPZ-100) biztosítjuk, míg a kétirányú alakváltozás mérését egy optikai eszköz, a videoextenzométer segítségével végezzük el.

Doktori munkám megkezdése előtt két célt fogalmaztunk meg témavezetőmmel. Az egyik a nyíró-rugalmassági modulusz meghatározása húzó vagy nyomó igénybevétel alkalmazásával, és az eredmények alapján a módszer elméleti hátterének az igazolása. A másik cél, a Mechanika Intézet új, optikai alakváltozás-mérő rendszerének alapos megismerése és mindennapi használatának a begyakorlása.

1. A nyíró-rugalmassági modulusz fogalma, jelentősége

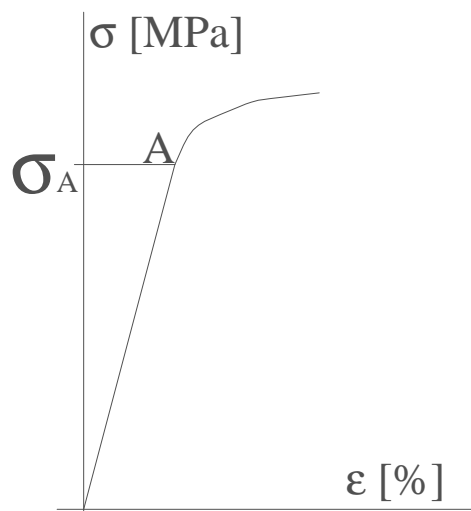
Egy teherviselő szerkezetet élettartama során számtalan külső hatás, terhelés éri. Ezen terhelések következtében a szerkezeti elemek anyagában belső erők, feszültségek lépnek fel, illetve a szerkezet alakváltozást szenved. A tapasztalat azt mutatja, hogy a feszültségek (közvetve a külső terhelés) és deformációk között valamilyen kapcsolat áll fenn. Ezt a kapcsolatot, összefüggést nevezzük anyagtörvénynek. Az egyik legfontosabb szilárdságtani feladat (a terhelés során fellépő alakváltozás meghatározása) modellezéséhez elengedhetetlen az anyagtörvény ismerete. Az anyagtörvény egyenleteiben általában a feszültségek szerepelnek független változóként, az alakváltozások a függő változók. A függvénykapcsolatban szereplő együtthatók az úgynevezett anyagállandók. Az anyagállandók az adott mechanikai viselkedés szempontjából jellemzik az anyagot. Az anyagtörvény a legáltalánosabb esetben hat összefüggést jelent. Ezek lehetnek skalár-, differenciál- vagy integrálegyenletek. A gyakorlatban az egyik legegyszerűbb anyagmodell a lineárisan rugalmas anyag. Ez azt jelenti, hogy a feszültségek és az alakváltozások lineáris kapcsolatban vannak egymással. A linearitást – egyszerű feszültségi állapotokban – először Robert Hooke (1676) írta le. Általános esetben a lineárisan rugalmas anyag deformáció-feszültség törvényét hat lineáris egyenletről álló skalár egyenletrendszer írja le.

1.1. Izotrop anyagok nyíró-rugalmassági modulusza (egyszerű és általános Hooke-törvény)

Az izotrop anyagok jellemzője, hogy fizikai-mechanikai tulajdonságaik egy pontban minden irányban megegyeznek. Ezekről a fizikai tulajdonságokról laboratóriumi mérésekkel szerezhetünk információt. Az anyagjellemzőket a megfelelően kialakított próbatestek különböző terhelésének, és az emiatt bekövetkező alakváltozásoknak az alapján határozzuk meg. Meg kell azonban jegyezni, hogy lineárisan rugalmas anyagtörvényt feltételezve, az alakváltozás és feszültség között egyértelmű ok-okozati viszonyt felállítani nem lehet. Vagyis nem lehet eldönteni, hogy az erő hatására keletkezik-e alakváltozás, vagy az alakváltozás hozza létre az erőt. Az anyagállandók meghatározásához mindkét mennyiséget, a feszültséget és az alakváltozást is (közvetlenül vagy közvetve) mérnünk kell. Annak következtében azonban, hogy az alakváltozás általában (néha szabad szemmel is) jól látszik, hajlamosak vagyunk feltételezni, hogy az erő hozza létre az alakváltozást, azaz az alakváltozás oka az erő. Lineárisan rugalmas anyagtörvényt al-

kalmazva azonban ez a kérdés eldönthetetlen, de szerencsére nincs is gyakorlati jelentősége.

Az alakváltozás és a feszültség (ill. terhelő erő) egymáshoz való viszonyát derékszögű koordinátarendszerben ábrázoljuk – ezt az adott anyag, adott terhelési módhoz tartozó jelleggörbéjének nevezzük (1. ábra). A lineárisan rugalmas anyag törvénynek az a nagy gyakorlati jelentősége, hogy bizonyos terhelés alatt szinte minden anyag lineárisan rugalmas, azaz korlátozottan – az arányossági határ alatt – minden anyag modellezhető a Hooke-törvénnyel. A Hooke-törvény nagyszerűsége éppen egyszerűségében rejlik.



1. ábra: Az egyszerű Hooke-törvény – lineárisan rugalmas anyag húzó (nyomó) jelleggörbéje

Az első ábrán bemutatott jelleggörbéből izotrop anyagú próbatest mechanikai tulajdonságára következtethetünk húzó (nyomó) igénybevétel alkalmazása esetén. Az abcissa tengelyen az ϵ fajlagos alakváltozást (a hosszváltozás és az eredeti hossz hányadosa), az ordináta tengelyen a σ húzófeszültséget mérjük fel. Hooke törvénye értelmében bizonyos feszültség szintig (1. ábra: A pont) alkalmazható a lineáris rugalmasság törvénye az alkalmazott erőből és húzott felületből származó feszültség és a fellépő fajlagos alakváltozás között. Eszerint a két mennyiség egymással lineárisan arányos: $\sigma \approx \epsilon$. Az arányossági tényező a rugalmassági (Young) modulusz. Jele: E. Mértékegysége: [MPa]. Ezek szerint húzó vagy nyomó igénybevétel esetén a lineáris kapcsolatot a feszültség és a fajlagos hosszváltozás között a következők szerint fogalmazhatjuk meg:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_h \quad 1.1$$

ahol,

σ - a fellépő húzó vagy nyomófeszültség,

ε_h - a fellépő fajlagos alakváltozás (feszültség hatásvonalával párhuzamos hosszváltozás),

E - az arányossági tényező, a rugalmassági (Young) modulusz.

Ugyanakkor húzó – nyomó igénybevétel esetén nemcsak az igénybevétel irányával megegyező alakváltozás lép fel, hanem arra merőlegesen is történik hosszváltozás. A keresztirányú fajlagos hosszváltozás arányos a hosszirányú (feszültséggel megegyező irányú) fajlagos hosszváltozással, azaz $\varepsilon_h \approx \varepsilon_k$. Két, egymásra merőleges fajlagos hosszváltozás közötti arányossági tényező a keresztirányú deformáció tényezője, az ún. harántnyúlási tényező, más néven a Poisson-tényező. Jele: ν . Mértékegysége: [mm/mm]. Ezek szerint:

$$\varepsilon_k = -\nu \cdot \varepsilon_h \quad 1.2$$

ahol,

ε_k - a fellépő fajlagos alakváltozás a feszültségre merőlegesen,

ε_h - a fellépő fajlagos alakváltozás a feszültséggel párhuzamosan,

ν - az arányossági tényező, a Poisson-tényező.

A második ábrán bemutatott jelleggörbéből izotrop anyagú próbatest mechanikai tulajdonságára következtethetünk nyíró igénybevétel alkalmazása esetén. Az abszcissza tengelyen a γ szögváltozást, az ordináta tengelyen a τ nyírófeszültséget mérjük fel.

A Hooke törvény értelmében bizonyos feszültség szintig (2. ábra: A pont) alkalmazható a lineáris rugalmasság törvénye az alkalmazott erőből és nyírt felületből származó feszültség és a fellépő fajlagos alakváltozás között is. Eszerint a két mennyiség egymással lineárisan arányos: $\tau \approx \gamma$. Az arányossági tényező a nyíró-rugalmassági modulusz. Jele: G. Mértékegysége: [MPa]. Ezek szerint:

$$\tau = G \cdot \gamma$$

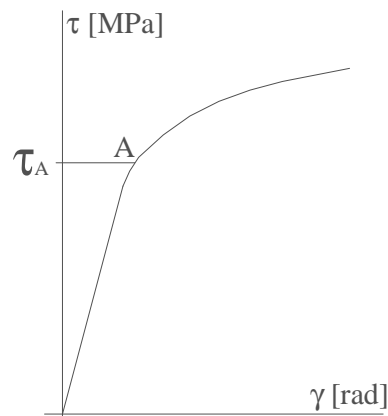
1.3

ahol,

τ - a fellépő nyírófeszültség,

γ - a fellépő fajlagos alakváltozás (szögelfordulás),

G - az arányossági tényező, a nyíró-rugalmassági modulusz.



2. ábra: Az egyszerű Hooke-törvény – lineárisan rugalmas anyag nyíró jelleggörbéje

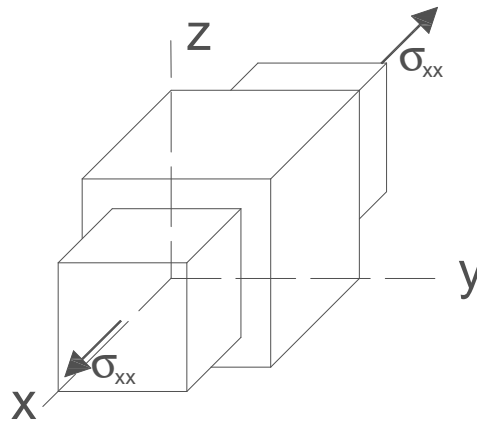
Az izotrop anyagokat a rugalmas viselkedés szempontjából az (1.1), (1.2) és (1.3) egyenletekben definiált három anyagi állandóval jellemezhetjük. Azonban a nyíró-rugalmassági modulusz (G), a Young-modulusz (E) és a Poisson-tényező (ν) egymástól nem függetlenek. Bizonyítható, hogy közöttük a következő kapcsolat áll fenn:

$$G = \frac{1}{2 \cdot (1 + \nu)} \cdot E. \quad 1.4$$

Az egyes anyagállandók egy adott anyag anyagjellemzői. Ezeket az anyagállandókat egyszerű kísérletekkel, egyszerű feszültségi állapotoknak kitett próbatesteken határozzuk meg. Felmerül a kérdés, milyen alakváltozás lép fel, ha egyszerre többfajta feszültségkomponens hat, vagyis összetett a feszültségi állapot?

A koordináta-rendszer x , y , z tengelyeivel párhuzamos élű elemi hasábon működtetett húzó-, nyomó és nyíró feszültségeket, majd a keletkező alakváltozásokat vizsgáljuk meg.

Húzó-, nyomó igénybevétel következtében hosszirányú alakváltozás keletkezik az igénybevétel irányával párhuzamosan és arra merőlegesen (3. ábra). A feszültségekre és alakváltozásokra a kétindexes jelölést alkalmazzuk, ahol az első index mindig a ható erő irányára, a második index pedig az alakváltozás irányára utal.



3. ábra: A Hooke-törvény – húzó feszültségek okozta alakváltozás

Normálfeszültség esetén a Hooke-törvényt a következőképpen írhatjuk fel:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} \cdot \sigma_{xx}, \quad \varepsilon_{yy} = -\frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{xx}, \quad \text{és} \quad \varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{xx}, \quad 1.5$$

ahol,

ε_{xx} - a keletkező alakváltozás a ható feszültséggel megegyező irányban,

$\varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$ - a keletkező alakváltozás a ható feszültségre merőleges irányokban,

σ_{xx} - a ható feszültség,

ν - a Poisson-tényező,

E - a rugalmassági (Young) modulusz.

Hasonló módon írhatjuk fel a másik két irányban működő húzó-nyomó feszültségek okozta alakváltozásokat - y irányú normálfeszültség esetén a Hooke-törvény:

$$\varepsilon_{xx} = -\frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{yy}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} \cdot \sigma_{yy}, \quad \text{és} \quad \varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{yy}, \quad 1.6$$

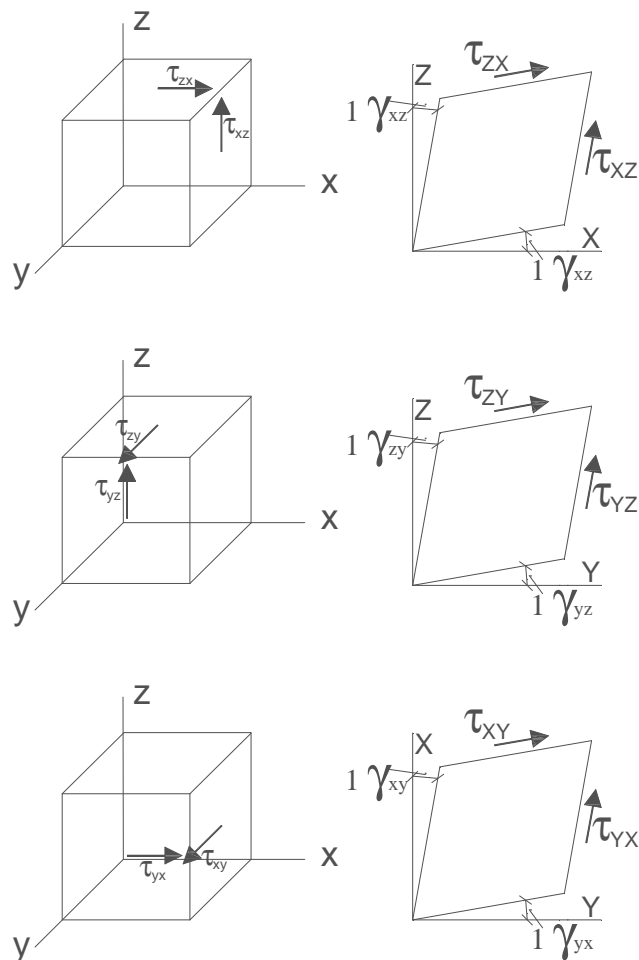
és z irányú normálfeszültség esetén a Hooke-törvény:

$$\varepsilon_{xx} = -\frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{zz}, \quad \varepsilon_{yy} = -\frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{zz}, \quad \text{és} \quad \varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} \cdot \sigma_{zz}, \quad 1.7$$

Abban az esetben, ha összetett a feszültségi állapot és mindhárom normálfeszültség egyidejűleg működik, akkor az egyes esetek fajlagos hosszváltozásai előjelhelyesen összeadódnak:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \cdot \sigma_{xx} - \frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{yy} - \frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{zz} = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_{xx} - \nu \cdot \sigma_{yy} - \nu \cdot \sigma_{zz}), \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{xx} + \frac{1}{E} \cdot \sigma_{yy} - \frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{zz} = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_{yy} - \nu \cdot \sigma_{xx} - \nu \cdot \sigma_{zz}), \\ \varepsilon_z &= -\frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{xx} - \frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{yy} + \frac{1}{E} \cdot \sigma_{zz} = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_{zz} - \nu \cdot \sigma_{xx} - \nu \cdot \sigma_{yy}). \end{aligned} \quad 1.8$$

A nyírófeszültségek következtében keletkező szögelfordulásokat a 4. ábrán mutatom be.



4. ábra: A Hooke-törvény – nyírófeszültségek okozta alakváltozás

A nyírófeszültségek első indexe annak a síknak a normálisa, amelyen a nyírófeszültség hat, a második index pedig a nyírófeszültség hatásvonalával párhuzamos tengelyre utal. Az i, j indexű ($i, j = x, y, z$) feszültség az i, j síkban okoz szögváltozást. A γ_{xy} például az x, y síkban fellépő szögváltozást (az eredeti derékszög megváltozását) jelöli. $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$, így ε_{ij} az i, j síkhoz tartozó szögváltozás felét jelöli, ε_{ij} -t az i tengelyhez, ε_{ji} a j tengelyhez rendeljük. Izotrop anyagnál a nyírófeszültségek csak a saját hatósíkjukban okoznak szögváltozást. Az elemi hasáb oldaléleinek eredeti hossza nem változik meg.

A Hooke-törvényt alkalmazva valamennyi nyírófeszültség komponensre megfogalmazhatjuk a lineárisan rugalmas anyagtörvényt:

$$\frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} = \varepsilon_{xy} = \tau_{xy} \cdot \frac{1}{G}, \quad \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xz} = \varepsilon_{xz} = \tau_{xz} \cdot \frac{1}{G} \quad \text{és} \quad \frac{1}{2} \cdot \gamma_{yz} = \varepsilon_{yz} = \tau_{yz} \cdot \frac{1}{G}, \quad 1.9$$

ahol,

τ_{xy}, τ_{xz} és τ_{yz} - a fellépő nyírófeszültség az egyes síkokon,
 γ_{xy}, γ_{xz} és γ_{yz} - a fellépő szögváltozás (rad) az egyes síkokban,
 G - az arányossági tényező, a nyíró-rugalmassági modulusz.

A nyíró-rugalmassági modulusz tehát olyan terhelési eseteknél befolyásolja az alakváltozást, ahol nyírófeszültség keletkezik. Ha az igénybevételekből tiszta nyírás származik, akkor csak a már bemutatott szögváltozások lépnek fel. Nagy könnyebbség, hogy izotrop anyag esetén a normálfeszültség csak hosszváltozást okoz, nyírófeszültség pedig csak szögváltozást és az egyes feszültségfajták nincsenek hatással a másik által okozott alakváltozásra.

Általános esetben a lineárisan rugalmas anyag deformáció-feszültség törvényét hat, az (1.8) és (1.9) lineáris egyenletekből álló egyenletrendszer írja le és a Hooke-törvény általános alakjának nevezzük. Ezt az egyenletrendszert tenzoriális alakban

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} \left[\sigma^{ij} - \frac{\nu \cdot S_1}{1 + \nu} \cdot \delta^{ij} \right], \quad i, j, k, l = x, y, z \quad 1.10$$

és mátrix formában is felírhatjuk:

$$[\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \varepsilon_{xy} \quad \varepsilon_{yz} \quad \varepsilon_{zx}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & \frac{1}{E} & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad 1.11$$

ahol,

ε_{ij} - az alakváltozási állapot tenzora,

σ^{ij} - a feszültségi állapot tenzora,

G - a nyíró-rugalmassági modulusz,

ν - a Poisson-tényező,

$S_1 = \sigma^{11} + \sigma^{22} + \sigma^{33}$,

δ^{ij} - a Kronecker-delta.

1.2. Anizotrop anyagok nyíró-rugalmassági modulusza

Anizotrop anyagok alatt azokat az anyagokat értjük, amelyek fizikai-mechanikai tulajdonságai egy adott pontból kiinduló különböző irányokban nem egyeznek meg.

A különböző anizotrop anyagokat felépítő mikro- és makro egységek (atomok – molekulák; sejtek - szövetek) minden esetben valamilyen rendezettséget mutatnak az anyag szerkezeti felépítésében. Ez a rendezettség - egyfajta szabályos felépítés – lehet természetes és mesterséges eredetű.

Rugalmas anyagtvényt alkalmazva a test egy adott pontjában fellépő feszültségi állapot komponensei csak a pillanatnyi alakváltozási állapot komponenseitől függenek és fordítva. Anizotrop anyag esetében a legáltalánosabb feltételezés az, hogy valamennyi feszültségkomponens függvénye valamennyi alakváltozási komponensnek és fordítva. Ez alapján az anizotrop anyagok általános Hooke-törvényét a következő összefüggésekkel adhatjuk meg:

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl} \cdot \sigma^{kl}, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3, \quad 1.12$$

vagy ennek inverze:

$$\sigma^{ij} = c^{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3, \quad 1.13$$

ahol,

ε_{ij} , ε_{kl} - az alakváltozási állapot tenzora,

σ^{ij} , σ^{kl} - az feszültségi állapot tenzora,

s_{ijkl} - alakíthatósági anyagtenzor,

c^{ijkl} - merevségi anyagtenzor.

Az anizotrop anyagok általános Hooke-törvényét a következő, mátrix elrendezésben (reprezentációban) is megadhatjuk az (1.13) – nak megfelelően:

$$\begin{bmatrix} \sigma^{11} & \sigma^{12} & \sigma^{13} & \sigma^{21} & \sigma^{22} & \sigma^{23} & \sigma^{31} & \sigma^{32} & \sigma^{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^{1111} & c^{1112} & c^{1113} & c^{1121} & c^{1122} & c^{1123} & c^{1131} & c^{1132} & c^{1133} \\ c^{1211} & c^{1212} & c^{1213} & c^{1221} & c^{1222} & c^{1223} & c^{1231} & c^{1232} & c^{1233} \\ c^{1311} & c^{1312} & c^{1313} & c^{1321} & c^{1322} & c^{1323} & c^{1331} & c^{1332} & c^{1333} \\ c^{2111} & c^{2112} & c^{2113} & c^{2121} & c^{2122} & c^{2123} & c^{2131} & c^{2132} & c^{2133} \\ c^{2211} & c^{2212} & c^{2213} & c^{2221} & c^{2222} & c^{2223} & c^{2231} & c^{2232} & c^{2233} \\ c^{2311} & c^{2312} & c^{2313} & c^{2321} & c^{2322} & c^{2323} & c^{2331} & c^{2332} & c^{2333} \\ c^{3111} & c^{3112} & c^{3113} & c^{3121} & c^{3122} & c^{3123} & c^{3131} & c^{3132} & c^{3133} \\ c^{3211} & c^{3212} & c^{3213} & c^{3221} & c^{3222} & c^{3223} & c^{3231} & c^{3232} & c^{3233} \\ c^{3311} & c^{3312} & c^{3313} & c^{3321} & c^{3322} & c^{3323} & c^{3331} & c^{3332} & c^{3333} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{32} \\ \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad 1.14$$

illetve az (1.12) – nek megfelelően felírva:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} & \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{1111} & s_{1112} & s_{1113} & s_{1121} & s_{1122} & s_{1123} & s_{1131} & s_{1132} & s_{1133} \\ s_{1211} & s_{1212} & s_{1213} & s_{1221} & s_{1222} & s_{1223} & s_{1231} & s_{1232} & s_{1233} \\ s_{1311} & s_{1312} & s_{1313} & s_{1321} & s_{1322} & s_{1323} & s_{1331} & s_{1332} & s_{1333} \\ s_{2111} & s_{2112} & s_{2113} & s_{2121} & s_{2122} & s_{2123} & s_{2131} & s_{2132} & s_{2133} \\ s_{2211} & s_{2212} & s_{2213} & s_{2221} & s_{2222} & s_{2223} & s_{2231} & s_{2232} & s_{2233} \\ s_{2311} & s_{2312} & s_{2313} & s_{2321} & s_{2322} & s_{2323} & s_{2331} & s_{2332} & s_{2333} \\ s_{3111} & s_{3112} & s_{3113} & s_{3121} & s_{3122} & s_{3123} & s_{3131} & s_{3132} & s_{3133} \\ s_{3211} & s_{3212} & s_{3213} & s_{3221} & s_{3222} & s_{3223} & s_{3231} & s_{3232} & s_{3233} \\ s_{3311} & s_{3312} & s_{3313} & s_{3321} & s_{3322} & s_{3323} & s_{3331} & s_{3332} & s_{3333} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma^{11} \\ \sigma^{12} \\ \sigma^{13} \\ \sigma^{21} \\ \sigma^{22} \\ \sigma^{23} \\ \sigma^{31} \\ \sigma^{32} \\ \sigma^{33} \end{bmatrix} \quad 1.15$$

Az (1.14) és (1.15) egyenletek a következő indexes jelölést használva egyszerűsödnek:

$$\sigma^1 = \sigma^{11}, \sigma^2 = \sigma^{22}, \sigma^3 = \sigma^{33}, \sigma^4 = \sigma^{23} = \sigma^{32}, \sigma^5 = \sigma^{31} = \sigma^{13}, \sigma^6 = \sigma^{12} = \sigma^{21},$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{11}, \varepsilon_2 = \varepsilon_{22}, \varepsilon_3 = \varepsilon_{33}, \varepsilon_4 = 2 \cdot \varepsilon_{23} = 2 \cdot \varepsilon_{32}, \varepsilon_5 = 2 \cdot \varepsilon_{31} = 2 \cdot \varepsilon_{13}, \varepsilon_6 = 2 \cdot \varepsilon_{12} = 2 \cdot \varepsilon_{21},$$

Ha kiírjuk az eredeti és a módosított mátrixegyenletek algebrai egyenletek formájában, könnyen megkapjuk a rugalmas állandók két-indexes formájának kapcsolatát az eredeti rugalmassági tenzorok komponenseivel:

$$\begin{aligned}
c^{11} &= c^{1111} & c^{12} &= c^{1122} & c^{13} &= c^{1133} & c^{14} &= c^{1123} & c^{15} &= c^{1131} & c^{16} &= c^{1112} \\
c^{21} &= c^{2211} & c^{22} &= c^{2222} & c^{23} &= c^{2233} & c^{24} &= c^{2223} & c^{25} &= c^{2231} & c^{26} &= c^{2212} \\
c^{31} &= c^{3311} & c^{32} &= c^{3322} & c^{33} &= c^{3333} & c^{34} &= c^{3323} & c^{35} &= c^{3332} & c^{36} &= c^{3312} \\
c^{41} &= c^{2311} & c^{42} &= c^{2322} & c^{43} &= c^{2333} & c^{44} &= c^{2323} & c^{45} &= c^{2332} & c^{46} &= c^{2312} \\
c^{51} &= c^{3111} & c^{52} &= c^{3122} & c^{53} &= c^{3133} & c^{54} &= c^{3123} & c^{55} &= c^{3131} & c^{56} &= c^{3112} \\
c^{61} &= c^{1211} & c^{62} &= c^{1222} & c^{63} &= c^{1233} & c^{64} &= c^{1223} & c^{65} &= c^{1231} & c^{66} &= c^{1212}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_{11} &= s_{1111} & s_{12} &= s_{1122} & s_{13} &= s_{1133} & s_{14} &= 2 \cdot s_{1123} & s_{15} &= 2 \cdot s_{1131} & s_{16} &= 2 \cdot s_{1112} \\
s_{21} &= s_{2211} & s_{22} &= s_{2222} & s_{23} &= s_{2233} & s_{24} &= 2 \cdot s_{2223} & s_{25} &= 2 \cdot s_{2231} & s_{26} &= 2 \cdot s_{2212} \\
s_{31} &= s_{3311} & s_{32} &= s_{3322} & s_{33} &= s_{3333} & s_{34} &= 2 \cdot s_{3323} & s_{35} &= 2 \cdot s_{3331} & s_{36} &= 2 \cdot s_{3312} \\
s_{41} &= 2 \cdot s_{2311} & s_{42} &= 2 \cdot s_{2322} & s_{43} &= 2 \cdot s_{2333} & s_{44} &= 4 \cdot s_{2323} & s_{45} &= 4 \cdot s_{2331} & s_{46} &= 4 \cdot s_{2312} \\
s_{51} &= 2 \cdot s_{3111} & s_{52} &= 2 \cdot s_{3122} & s_{53} &= 2 \cdot s_{3133} & s_{54} &= 4 \cdot s_{3123} & s_{55} &= 4 \cdot s_{3131} & s_{56} &= 4 \cdot s_{3112} \\
s_{61} &= 2 \cdot s_{1211} & s_{62} &= 2 \cdot s_{1222} & s_{63} &= 2 \cdot s_{1233} & s_{64} &= 4 \cdot s_{1223} & s_{65} &= 4 \cdot s_{1231} & s_{66} &= 4 \cdot s_{1212}
\end{aligned}$$

Ezekkel a rugalmas anyag törvény mátrix-alakja:

$$[\sigma^1 \sigma^2 \sigma^3 \sigma^4 \sigma^5 \sigma^6] = \begin{bmatrix} c^{11} & c^{12} & c^{13} & c^{14} & c^{15} & c^{16} \\ c^{21} & c^{22} & c^{23} & c^{24} & c^{25} & c^{26} \\ c^{31} & c^{32} & c^{33} & c^{34} & c^{35} & c^{36} \\ c^{42} & c^{42} & c^{43} & c^{44} & c^{45} & c^{46} \\ c^{51} & c^{52} & c^{53} & c^{54} & c^{55} & c^{56} \\ c^{61} & c^{62} & c^{63} & c^{64} & c^{65} & c^{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}, \quad 1.16$$

és

$$[\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 \varepsilon_5 \varepsilon_6] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{44} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma^1 \\ \sigma^2 \\ \sigma^3 \\ \sigma^4 \\ \sigma^5 \\ \sigma^6 \end{bmatrix}, \quad 1.17$$

vagy rövidítve

$$[\sigma^i] = [c^{ij}] \cdot [\varepsilon_j], \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad 1.18$$

ahol,

ε_j - az alakváltozási állapot sor- vagy oszlop mátrixa,

σ^i - az feszültségi állapot sor- vagy oszlop mátrixa,

c^{ij} - merevségi anyagmátrix,

és

$$[\varepsilon_i] = [s_{ij}] \cdot [\sigma^j], \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad 1.19$$

ahol,

s_{ij} – az alakíthatósági anyagmátrix.

Az alakíthatósági (és merevségi) mátrix komponenseit is kifejezhetjük a rugalmas állandók, így a nyíró-rugalmassági modulusz felhasználásával. Az (1.17) mátrixegyenlet a rugalmas technikai állandókkal a következőképpen néz ki:

$$[\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 \varepsilon_5 \varepsilon_6] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{41}}{G_4} & -\frac{\nu_{51}}{G_5} & -\frac{\nu_{61}}{G_6} \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & -\frac{\nu_{42}}{G_4} & -\frac{\nu_{52}}{G_5} & -\frac{\nu_{62}}{G_6} \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & -\frac{\nu_{43}}{G_4} & -\frac{\nu_{53}}{G_5} & -\frac{\nu_{63}}{G_6} \\ -\frac{\nu_{14}}{E_1} & -\frac{\nu_{24}}{E_2} & -\frac{\nu_{34}}{E_3} & \frac{1}{G_4} & -\frac{\nu_{54}}{G_5} & -\frac{\nu_{64}}{G_6} \\ -\frac{\nu_{15}}{E_1} & -\frac{\nu_{25}}{E_2} & -\frac{\nu_{35}}{E_3} & -\frac{\nu_{45}}{G_4} & \frac{1}{G_5} & -\frac{\nu_{65}}{G_6} \\ -\frac{\nu_{16}}{E_1} & -\frac{\nu_{26}}{E_2} & -\frac{\nu_{36}}{E_3} & -\frac{\nu_{46}}{G_4} & -\frac{\nu_{56}}{G_5} & \frac{1}{G_6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma^1 \\ \sigma^2 \\ \sigma^3 \\ \sigma^4 \\ \sigma^5 \\ \sigma^6 \end{bmatrix}, \quad 1.20$$

ahol,

ε_i - ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) az alakváltozási állapot tenzora,

σ^j - ($j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) az feszültségi állapot tenzora,

E_i - ($i = 1, 2, 3$) az i irányhoz tartozó rugalmassági modulusz,

G_i - ($i = 4, 5, 6$) az i jelhez tartozó, tengelyek közötti szögváltozásnak megfelelő nyíró-rugalmassági modulusz,

ν_{ij} - ($i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) az ún. kölcsönhatási tényezők, bizonyos feltételek fennállása esetén éppen a Poisson-tényezők.

Az (1.14) és (1.15) egyenletekből adódik, hogy a legáltalánosabb esetben a rugalmas tenzorok komponenseinek a száma 81. Azonban a feszültségi, alakváltozási és merevségi (illetve alakíthatósági) tenzorok szimmetriájából (ez utóbbi a rugalmas potenciál létezésének következménye) adódik, hogy általánosan 21 db az anyagtenzorok független komponenseinek száma. Ez a szám tovább csökken, ha valamilyen szerkezeti rendezettség, szerkezeti szimmetriával rendelkezik az anyag. A különböző anyagokat különböző kristályrendszerekbe lehet besorolni, annak függvényében, hogy mekkora mértékű ez a rendezettség, mennyire szabályos az adott anyag szerkezeti felépítése. Az a tény, hogy az adott anyag rendelkezik valamilyen szerkezeti szimmetriával, hatással van a fizikai-mechanikai tulajdonságok szimmetriájára is. A szerkezeti és a fizikai-mechanikai tulajdonságok szimmetriája közötti kapcsolatot a következőképpen foglalhatjuk össze: a kristályok a fizikai-mechanikai tulajdonságok anizotrópiája szempontjából kevesebb csoportba sorolhatók, mint szerkezeti szimmetriájuk alapján. Azaz egy anyag a fizikai-mechanikai tulajdonságok tekintetében legalább ugyanazzal, vagy még tökéletesebb szimmetriával rendelkezik, mint a szerkezeti szimmetriája. Így, ha ismerjük egy anyag szerkezeti felépítését, hogy milyen és hány darab úgynevezett szimmetriaelemmel rendelkezik, akkor az adott tulajdonságot jellemző független anyagjellemzők számát is meghatározhatjuk.

Ilyen szimmetriaelem lehet a centrális tükrözés, a síktükrözés vagy az n-fogású forgatótengely. Ezek alapján különböző kristályrendszerekbe sorolhatjuk az anyagokat, mint monoklin, rombikus, hexagonális, trigonális, tetragonális, köbös rendszer, és végül az izotrop anyag.

1.3. Az ortogonálisan anizotrop faanyag rugalmassági moduluszainak rendszere

A faanyag az előbb említett szimmetriaelemek közül három darab, egymásra merőleges 2-fogású forgatótengellyel rendelkezik. Azaz található a faanyag szerkezetében olyan ten-

gely, amely körül $\varphi = \frac{2\pi}{n} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ szöggel elforgatva adott pont helyvektorát, ugyan-

olyan tulajdonságú pontot kapunk. Ezek a tengelyek megfelelnek a faanyag anatómiai főirányainak. Bizonyítható, hogy a 2-fogású forgatótengely egy a forgatótengelyre merőleges szimmetriasíkkal egyenértékű, így a faanyag három egymásra merőleges szimmetriasíkkal is rendelkezik, ezek a faanyag anatómiai fősíkjai, a bütü-, a sugár- és az érintő sík. Az ilyen anyagokat a kristálytanban a rombikus kristályosztályba soroljuk. A természetes faanyag tehát rombikus anizotrópiával rendelkezik. A műszaki gyakorlat-

ban azonban a szimmetria-elemek merőlegessége miatt ortogonálisan anizotropnak szoktuk hívni. Bizonyítható, hogy az ortogonálisan anizotrop anyagokat a rugalmasság szempontjából 9 független adattal jellemezhetjük. A faanyag általános Hooke-törvényének (1.16) és (1.17) mátrixkifejezésében a merevségi és alakíthatósági mátrixok szerkezeti felépítése a következő lesz:

$$[\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 \varepsilon_5 \varepsilon_6] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma^1 \\ \sigma^2 \\ \sigma^3 \\ \sigma^4 \\ \sigma^5 \\ \sigma^6 \end{bmatrix}, \quad 1.21$$

illetve

$$[\sigma^1 \sigma^2 \sigma^3 \sigma^4 \sigma^5 \sigma^6] = \begin{bmatrix} c^{11} & c^{12} & c^{13} & 0 & 0 & 0 \\ c^{21} & c^{22} & c^{23} & 0 & 0 & 0 \\ c^{31} & c^{32} & c^{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c^{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c^{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c^{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}, \quad 1.22$$

A rugalmas technikai állandókkal kifejezve az (1.21) egyenlet:

$$[\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 \varepsilon_5 \varepsilon_6] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma^1 \\ \sigma^2 \\ \sigma^3 \\ \sigma^4 \\ \sigma^5 \\ \sigma^6 \end{bmatrix}, \quad 1.23$$

ahol,

ε_i - ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) az alakváltozási állapot tenzora,

σ^j - ($j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) az feszültségi állapot tenzora,
 E_i - ($i = L, R, T$) az i irányhoz tartozó rugalmassági modulusz,
 G_{ij} - ($i, j = LR, TL, RT$) az i jelhez tartozó, tengelyek közötti szögváltozásnak megfelelő nyíró-rugalmassági modulusz,
 ν_{ij} - ($i, j = LR, TL, RT, RL, LT, TR$) a keresztirányú deformáció tényezője, más néven a Poisson-tényező.

1.4. Tetszőleges síkhoz és irányhoz tartozó nyíró-rugalmassági modulusz meghatározása

Egy anyag valamely fizikai-mechanikai tulajdonságának iránytól való változását a legszemléletesebben az úgynevezett anizotrópia felület megrajzolásával lehet bemutatni, amennyiben egy adott pontban ismerjük valamennyi irányhoz tartozó anyagjellemzőt. A tulajdonságvektor komponensei eltérő helyzetű koordinátarendszerekben nem egyeznek meg. Egy adott tulajdonságvektor és az anizotrópia felület alakja azonban nem függhet attól, hogy milyen koordináta rendszerben értelmezzük. Ezért a két különböző koordináta rendszer között valamilyen kapcsolatnak kell fennállnia annak érdekében, hogy az egyes tulajdonságvektor komponenseit az egyik rendszerből a másikba átszámolhassuk. Általánosan a következő szabály érvényes:

$$t_{i'j'k'l'} = t_{ijkl} \cdot \beta_{i'}^i \cdot \beta_{j'}^j \cdot \beta_{k'}^k \cdot \beta_{l'}^l, \quad 1.24$$

ahol

$i', j', k', l' = x', y', z'$; $i, j, k, l = x, y, z$,

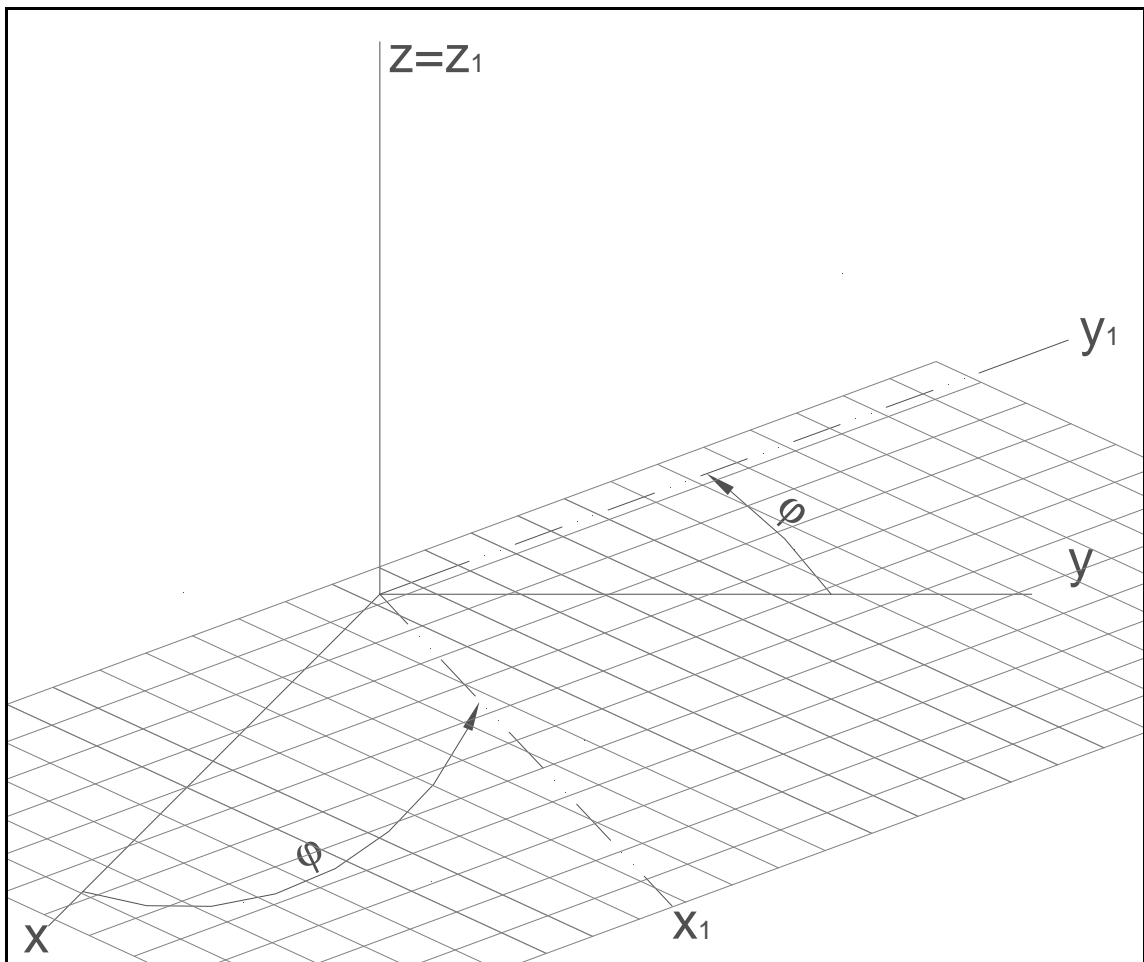
$t_{i'j'k'l'}$ - ($i', j', k', l' = 1', 2', 3'$) a tulajdonságkomponens skalár értéke a vesszős koordináta rendszerben,

t_{ijkl} - ($i, j, k, l = 1, 2, 3$) a tulajdonságkomponens skalár értéke a vesszőtlen koordináta rendszerben,

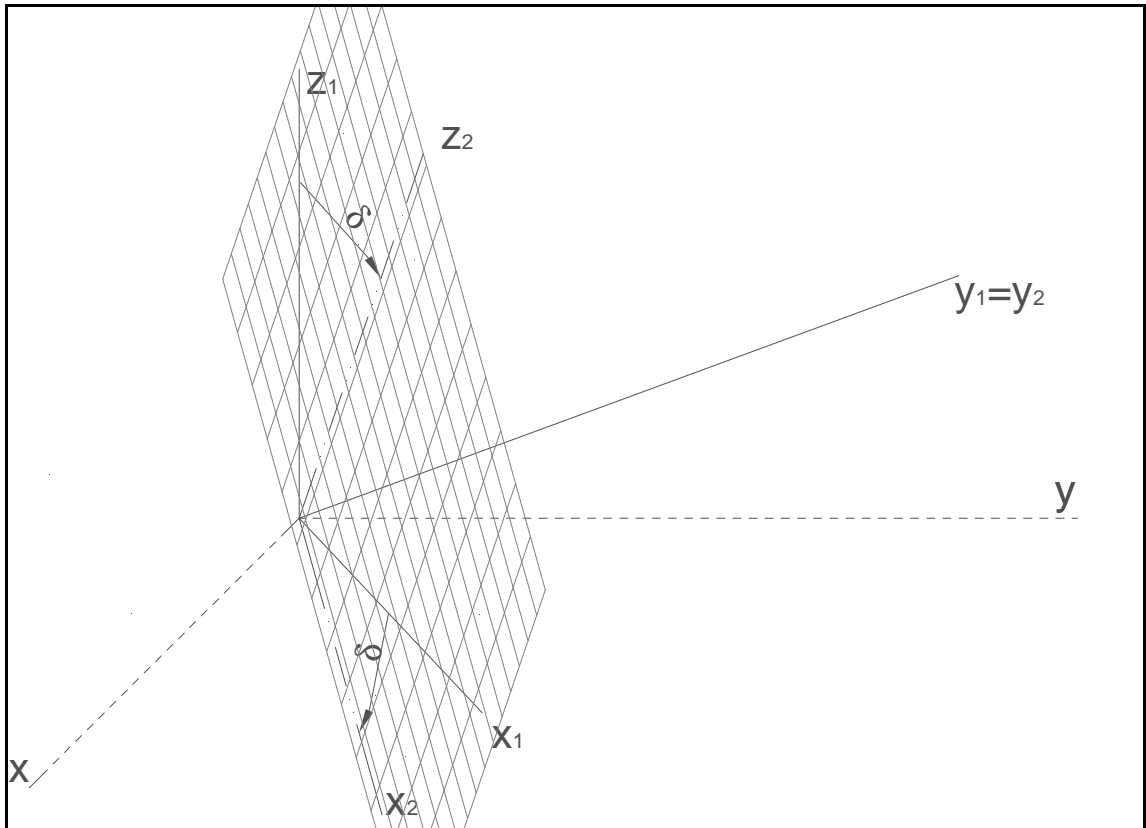
$\beta_{i'}^i, \beta_{j'}^j, \beta_{k'}^k, \beta_{l'}^l$ iránykoszinuszok a vesszős és a vesszőtlen koordináta rendszerek között.

Abban az esetben, ha a vizsgált tulajdonság nemcsak egy irányhoz, illetve síkhoz tartozik, hanem az adott síkon belül az irány is jellemző, akkor a két különböző helyzetű, de közös középpontú koordinátarendszer között az 5-7. ábráson bemutatott kapcsolat áll fenn. A tetszőlegesen megválasztott sík a vesszőtlen (x, y, z) koordinátarendszer tengelyeit az A, B, és C pontokban metszi el. A vesszős koordinátarendszer x' tengelye a tetszőlegesen felvett sík normálisa lesz, az $y'z'$ sík pedig az ABC síkkal párhuzamos lesz. Első lépésben az eredeti koordináta rendszer z tengelye körül forgatjuk el φ szög-

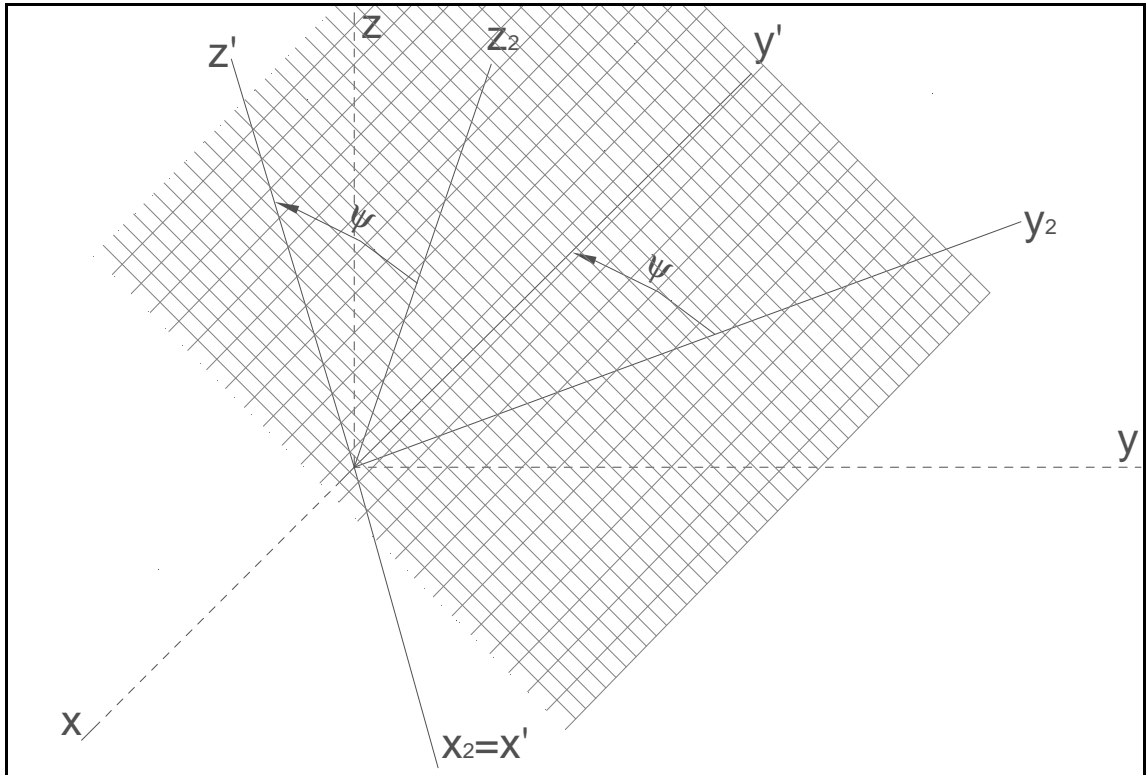
gel az x és y tengelyeket (5. ábra). Második lépésben az $x_1y_1z_1$ koordinátarendszer y_1 tengelye körül forgatjuk el δ szöggel az x_1 és z_1 tengelyeket (6. ábra). Ezzel a két lépéssel bármilyen, általános helyzetű sík egyértelműen meghatározható normálisával. Ebben a tetszőleges síkban a vizsgált tulajdonságra jellemző irányt az $x_2y_2z_2$ koordinátarendszer y_2 és z_2 tengelyeinek x_2 tengely körüli forgatásával (ψ) kapjuk meg (7. ábra). E három lépéssel jutottunk el az eredeti xyz koordinátarendszerből az $x'y'z'$ koordinátarendszerbe. Látható, hogy az x' tengely helyzetét a φ és δ szögek egyértelműen meghatározzák. Az adott síkon belül az y' , z' tengelyek helyzetét ψ szög adja meg. Ebben az esetben az iránykoszinuszok a következő táblázatban foglalhatók össze:



5. ábra: A kiinduló koordinátarendszer forgatása az z tengely körül



6. ábra: Az $x_1y_1z_1$ koordinárendszer forgatása y_1 tengely körül



7. ábra: Az $x_2y_2z_2$ koordinárendszer forgatása x_2 tengely körül – a végeredmény az $x'y'z'$ elforgatott koordinárendszer

1. táblázat: $\beta_i^i, \beta_j^j, \beta_k^k, \beta_{l'}^1 (i', j', k', l' = 1', 2', 3'; i, j, k, l = 1, 2, 3)$ iránykoszinuszok megadása

	x	y	z
x'	$\beta_{1'}^1 = \cos\varphi \cdot \cos\delta$	$\beta_{1'}^2 = \sin\varphi \cdot \cos\delta$	$\beta_{1'}^3 = -\sin\delta$
y'	$\beta_{2'}^1 = \cos\varphi \cdot \sin\delta \cdot \sin\psi - \sin\varphi \cdot \cos\psi$	$\beta_{2'}^2 = \sin\varphi \cdot \sin\delta \cdot \sin\psi + \cos\varphi \cdot \cos\psi$	$\beta_{2'}^3 = \cos\delta \cdot \sin\psi$
z'	$\beta_{3'}^1 = \cos\varphi \cdot \sin\delta \cdot \cos\psi + \sin\varphi \cdot \sin\psi$	$\beta_{3'}^2 = \sin\varphi \cdot \sin\delta \cdot \cos\psi - \cos\varphi \cdot \sin\psi$	$\beta_{3'}^3 = \cos\delta \cdot \cos\psi$

Az anizotrop faanyag anyagjellemzői közül a nyírófeszültség, illetve a nyírórugalmassági modulusz olyan tulajdonságok, amelyekre egy adott sík és az abban felvett irány is jellemző (8. ábra). A tetszőlegesen felvett sík tetszőleges irányához tartozó nyírófeszültség és a hozzá tartozó nyírórugalmassági modulusz három szög (φ, δ és ψ) függvénye.

Az 1.24 egyenletet alkalmazhatjuk az alakíthatósági, illetve merevségi mátrixokra is:

$$s_{i'j'k'l'} = s_{ijkl} \cdot \beta_{i'}^i \cdot \beta_{j'}^j \cdot \beta_{k'}^k \cdot \beta_{l'}^l \quad \text{és} \quad 1.25$$

és

$$c^{i'j'k'l'} = c^{ijkl} \cdot \beta_{i'}^i \cdot \beta_{j'}^j \cdot \beta_{k'}^k \cdot \beta_{l'}^l, \quad 1.26$$

ahol

$i', j', k', l' = x', y', z'; i, j, k, l = x, y, z; x = L, y = R$ és $z = T$,

$s_{i'j'k'l'}$ - alakíthatósági anyagtenzor a vesszős koordináta rendszerben,

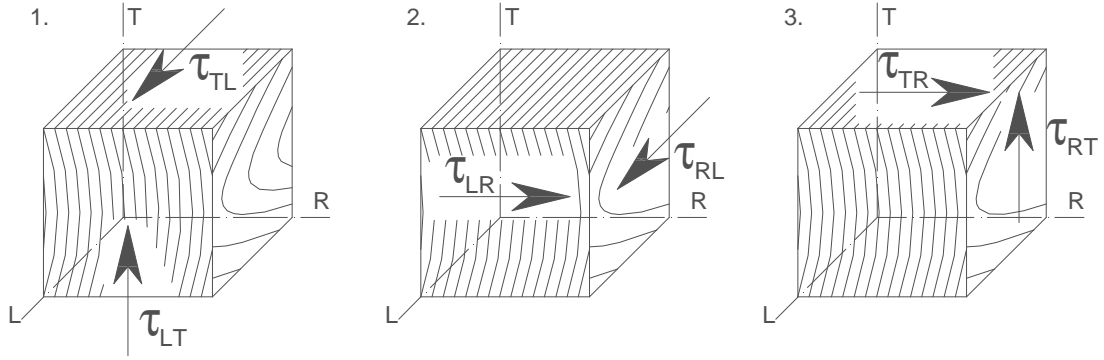
s_{ijkl} - alakíthatósági anyagtenzor a vesszőtlen koordináta rendszerben,

$c^{i'j'k'l'}$ - merevségi anyagtenzor a vesszős koordináta rendszerben,

c^{ijkl} - merevségi anyagtenzor a vesszőtlen koordináta rendszerben,

$\beta_{i'}^i (i', j', k', l' = \varphi, \delta, \psi)$ - a vesszőtlen koordináta rendszer helyzetét megadó szögek koszinuszai,

$\beta_{i'}^i (i', j', k', l' = \varphi, \delta, \psi)$ - a vesszős koordináta rendszer helyzetét megadó szögek koszinuszai.



8. ábra: Az anatómia fősíkokon fellépő nyírófeszültségek az anizotrop faanyag esetében

Ha $i'=1'$, $j'=2'$, $k'=1'$, $l'=2'$ és $i, j, k = L, R, T$ behelyettesítést, majd az összevonásokat elvégezzük az 1.24 egyenletben, akkor a következő általános képletet kapjuk:

$$\begin{aligned}
 s_{1'2'1'2'} = & s_{1111} \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^1 + s_{2222} \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^2 + s_{3333} \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^3 + \\
 & + s_{1122} \cdot (\beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^2 + \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^1) + \\
 & + s_{1133} \cdot (\beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^3 + \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^1) + \\
 & + s_{2233} \cdot (\beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^3 + \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^2) + \\
 & + s_{2323} \cdot (\beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^2 + \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^3 + \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^3 + \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^2) + \\
 & + s_{3131} \cdot (\beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^1 + \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^3 + \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^1 + \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{2'}^1) + \\
 & + s_{1212} \cdot (\beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^2 + \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^1 + \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^2 + \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{2'}^2)
 \end{aligned}
 \tag{1.27}$$

Ebben az esetben a G_{LR} nyíró-rugalmassági modulusz változásának általános összefüggését kapjuk meg. Amennyiben az alakíthatósági anyagtenzor vesszőtlen elemeit kifejezzük a faanyag rugalmas állandóival, a β transzformációs tagokat pedig az 1. táblázatot felhasználva adjuk meg, akkor a φ , δ és ψ szögek függvényeként egyértelmű összefüggést kapunk az RT anatómia fősíkhöz tartozó nyíró-rugalmassági modulusz változására. Mivel a vesszőtlen koordináta-rendszer tengelyei a faanyag anatómiai főirányainak felelnek meg, ezért minden esetben a φ szög a T, a δ szög az R, a ψ szög az L anatómiai főirányok körüli forgatásnak felel meg. Ugyanakkor az egyes tengelyek körüli forgatások sorrendje nem mindegy, az alapvetően befolyásolja a transzformációs mátrixot.

$$\begin{aligned}
s_{1212} = & \frac{1}{E_L} \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi)^2 + \\
& + \frac{1}{E_R} \cdot \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi)^2 + \\
& + \frac{1}{E_T} \cdot \sin^2 \delta \cdot \cos^2 \delta \cdot \sin^2 \psi - \\
& - \frac{V_{RL}}{E_R} \cdot 2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi) \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi) + \\
& + \frac{V_{TL}}{E_T} \cdot 2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \psi \cdot \sin \delta \cdot \cos^2 \delta \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi) + \\
& + \frac{V_{TR}}{E_T} \cdot 2 \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi \cdot \sin \delta \cdot \cos^2 \delta \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi) + \\
& + \frac{1}{4 \cdot G_{RT}} \cdot (\sin^2 \varphi \cdot \cos^4 \delta \cdot \sin^2 \psi - 2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot \sin \psi \cdot \sin \delta \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi) + \\
& + \sin^2 \delta \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi)^2) + \\
& + \frac{1}{4 \cdot G_{LT}} \cdot (\cos^2 \varphi \cdot \cos^4 \delta \cdot \sin^2 \psi - 2 \cdot \sin \delta \cdot \cos \varphi \cdot \sin \psi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi) + \\
& + \sin^2 \delta \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi)^2) + \\
& + \frac{1}{4 \cdot G_{LR}} \cdot (\cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi)^2 + \\
& + \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi)^2) + \\
& + 2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi) \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi)
\end{aligned}$$

1.28

A gyakorlati anyagvizsgálatok szempontjából olyan speciális eseteknek van jelentősége, amikor a három változó szög közül csak egy a változó, a másik kettő pedig konstans, 0 vagy $\pi/2$, értéket vesz fel. A következő egyenletekben ezeket foglaltam össze:

Ha $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $\delta = 0$ és $\psi = 0$ (9/1. ábra), akkor

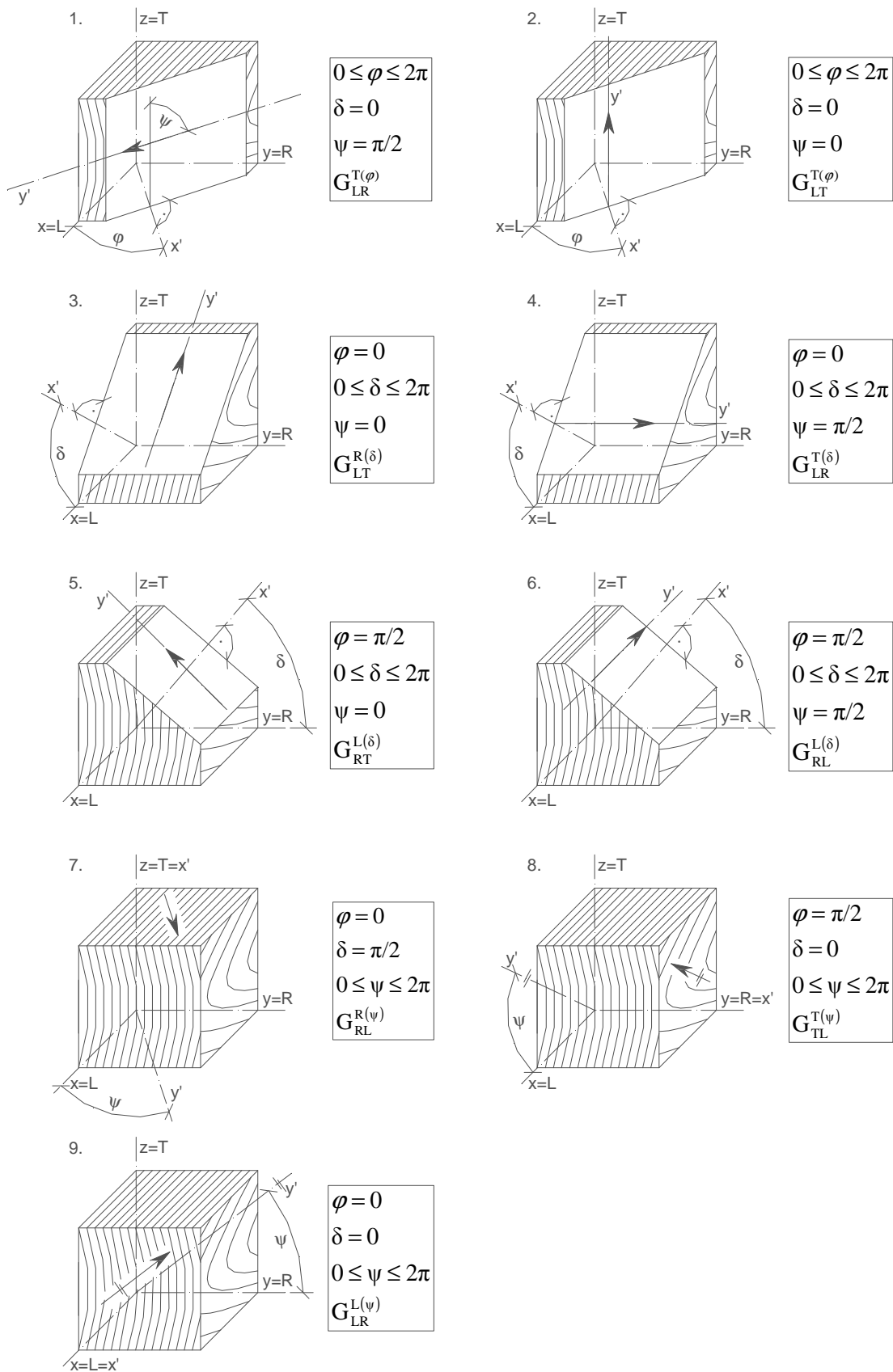
$$\frac{1}{G_{LR'}} = 4 \cdot \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_R} + \frac{2 \cdot V_{RL}}{E_L} - \frac{1}{G_{LR}} \right) \cdot \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi + \frac{1}{G_{LR}}, \quad 1.29$$

ha $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $\delta = 0$ és $\psi = \pi/2$ (9/2. ábra), akkor

$$\frac{1}{G_{LR'}} = \frac{1}{G_{LT}} \cdot \cos^2 \varphi + \frac{1}{G_{RT}} \cdot \sin^2 \varphi, \quad 1.30$$

ha $\varphi = 0$, $0 \leq \delta \leq 2\pi$, és $\psi = 0$ (9/3. ábra), akkor

$$\frac{1}{G_{LR'}} = \frac{1}{G_{LR}} \cdot \cos^2 \delta + \frac{1}{G_{RT}} \cdot \sin^2 \delta, \quad 1.31$$



9. ábra: A nyírő-rugalmassági moduluszhoz tartozó nyírófeszültségek változásának kilenc speciális esete

ha $\varphi = 0$, $0 \leq \delta \leq 2\pi$, és $\psi = \pi/2$ (9/4. ábra), akkor

$$\frac{1}{G_{LR'}} = 4 \cdot \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{2 \cdot \nu_{TL}}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}} \right) \cdot \cos^2 \delta \cdot \sin^2 \delta + \frac{1}{G_{LT}}, \quad 1.32$$

ha $\varphi = \pi/2$, $0 \leq \delta \leq 2\pi$, és $\psi = 0$ (9/5. ábra), akkor

$$\frac{1}{G_{LR'}} = \frac{1}{G_{LR}} \cdot \cos^2 \delta + \frac{1}{G_{LT}} \cdot \sin^2 \delta, \quad 1.33$$

ha $\varphi = \pi/2$, $0 \leq \delta \leq 2\pi$, és $\psi = \pi/2$ (9/6. ábra), akkor

$$\frac{1}{G_{LR'}} = 4 \cdot \left(\frac{1}{E_R} + \frac{1}{E_T} + \frac{2 \cdot \nu_{RT}}{E_R} - \frac{1}{G_{RT}} \right) \cdot \cos^2 \delta \cdot \sin^2 \delta + \frac{1}{G_{RT}}, \quad 1.34$$

ha $\varphi = 0$, $\delta = \pi/2$, és $0 \leq \psi \leq 2\pi$ (9/7. ábra), akkor

$$\frac{1}{G_{LR'}} = \frac{1}{G_{RT}} \cdot \cos^2 \psi + \frac{1}{G_{LT}} \cdot \sin^2 \psi, \quad 1.35$$

ha $\varphi = \pi/2$, $\delta = 0$, és $0 \leq \psi \leq 2\pi$ (9/8. ábra), akkor

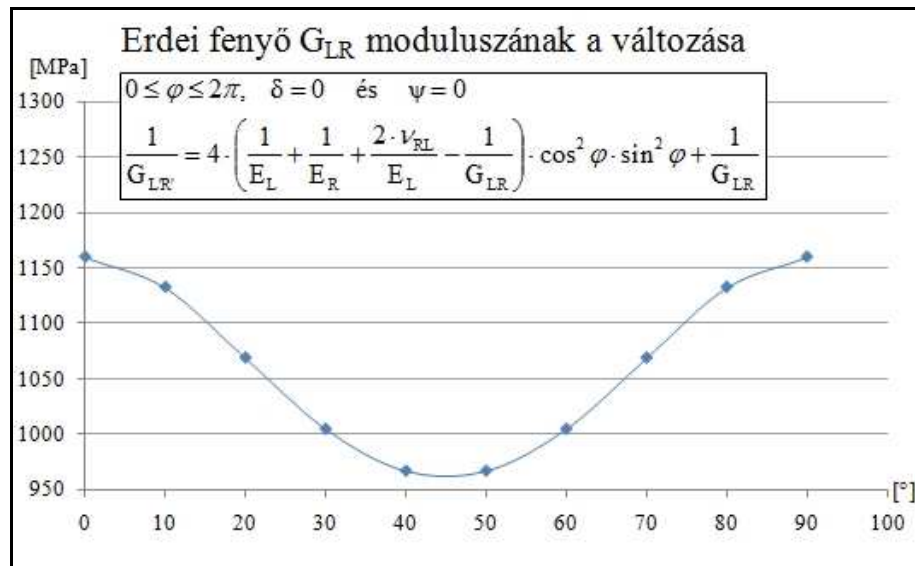
$$\frac{1}{G_{LR'}} = \frac{1}{G_{LR}} \cdot \cos^2 \psi + \frac{1}{G_{TR}} \cdot \sin^2 \psi, \quad 1.36$$

ha $\varphi = 0$, $\delta = 0$, és $0 \leq \psi \leq 2\pi$ (9/9. ábra), akkor

$$\frac{1}{G_{LR'}} = \frac{1}{G_{LR}} \cdot \cos^2 \psi + \frac{1}{G_{LT}} \cdot \sin^2 \psi. \quad 1.37$$

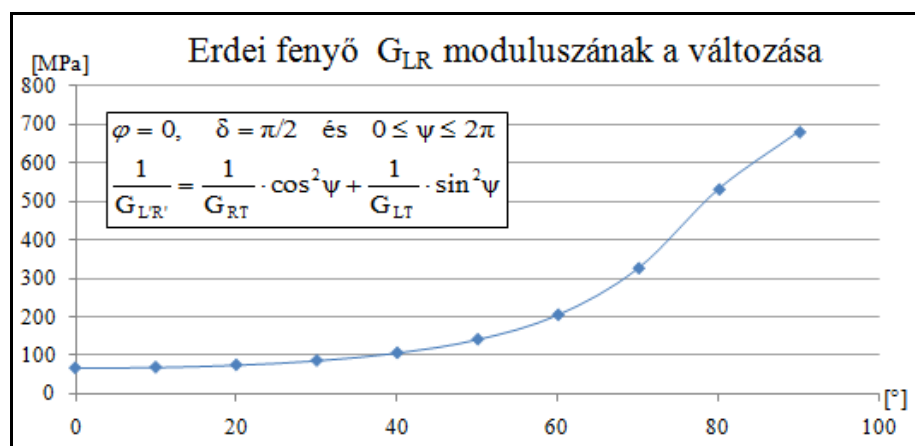
Az (1.28) egyenlet egyértelműen megadja a nyírórugalmassági modulusz függvényét tetszőleges síkhoz és irányhoz. Ha további anatómiai fősíkokban értelmezett, más irányú nyírórugalmassági modulusz változásának az általános képletét szeretnénk megkapni, akkor azt az i' , j' , k' és l' tagok változtatásával érhetjük el. Mivel az 1.28 egyenletben a G modulusz változás három szög függvénye, így mind a három változó figyelembevételével grafikonon bemutatni az anyagjellemző módosulását nem lehet. Ugyanakkor az 1.29-1.37 egyenletekben feltételezett speciális esetekben már csak egy változó van. A 9. ábrán az előbbi kilenc, speciális egyenletnek megfelelő transzformáció sematikus képét ábrázoltuk. Ha az előbbi kilenc speciális eset G_{LR} változását diagramon áb-

rázoljuk, akkor két, különböző jellegű grafikont kapunk. Kiinduló adatnak az Erdei fenyő (*Pinus silvestris*) anyagállandóit (Szalai (2001)) feltételezzük: $E_L=16300$ [MPa], $E_R=1100$ [MPa], $E_T=570$ [MPa], $G_{LT}=680$ [MPa], $G_{LR}=1160$ [MPa], $G_{RT}=66$ [MPa], $\nu_{LR}=0,42$, $\nu_{RL}=0,038$, $\nu_{LT}=0,68$, $\nu_{TL}=0,015$, $\nu_{TR}=0,31$, $\nu_{RT}=0,68$.



10. ábra: Az erdei fenyő nyíró-rugalmassági modulusz változása az az L-R anatómia fősíkban a 9/1. ábrának megfelelő 1.29 egyenlet szerint

A 10. ábra az 1.29 egyenletnek megfelelő görbét mutatja. Az 1.32 és 1.34 egyenletek görbéi is hasonló jellegűek lesznek.



11. ábra: Az erdei fenyő nyíró-rugalmassági modulusz változása a 9/2. ábrának megfelelő 1.35 egyenlet szerint

A 11. ábra az 1.35 egyenletnek megfelelő görbét mutatja. Az 1.30, 1.31, 1.33, 1.35, 1.36 és 1.37 egyenletek görbéi is hasonló jellegűek lesznek.

A fejezet címe szerint a nyíró-rugalmassági modulusz tetszőleges síkhoz tartozó változásának a bemutatása az elsődleges cél. Ugyanakkor tudni kell, hogy bármely anyagállandó változását az 1.25 egyenlet alkalmazásával jellemezhetjük. Szorosan nem kapcsolódik a témához, de a későbbiekben jelentősége lesz a Poisson tényező változásának az ismeretére. Ha az 1.25 egyenletbe az $i'=1'$, $j'=2'$, $k'=1'$, $l'=2'$ és $i, j, k = L, R, T$ -t behelyettesítjük, majd az összevonásokat elvégezzük, akkor a következő általános összefüggést kapjuk:

$$\begin{aligned}
s_{2'2'1'1'} = & s_{1111} \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 + s_{2222} \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 + s_{3333} \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 + \\
& + s_{1122} \cdot (\beta_{2'}^1 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 + \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1) + \\
& + s_{1133} \cdot (\beta_{2'}^1 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 + \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1) + \\
& + s_{2233} \cdot (\beta_{2'}^2 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 + \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2) + \\
& + s_{2323} \cdot (\beta_{2'}^2 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 + \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 + \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 + \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2) + \\
& + s_{3131} \cdot (\beta_{2'}^3 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 + \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 + \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 + \beta_{2'}^3 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1) + \\
& + s_{1212} \cdot (\beta_{2'}^1 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 + \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 + \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 + \beta_{2'}^1 \cdot \beta_{2'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1)
\end{aligned} \tag{1.38}$$

Ebben az esetben a v_{LR} Poisson tényező változásának általános összefüggését kapjuk meg.

$$\begin{aligned}
s_{2'2'1'1'} = & \frac{1}{E_L} \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi)^2 + \\
& + \frac{1}{E_R} \cdot \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi)^2 + \\
& + \frac{1}{E_T} \cdot \sin^2 \delta \cdot \cos^2 \delta \cdot \sin^2 \psi - \\
& - \frac{v_{RL}}{E_R} \cdot (\sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi)^2 + \\
& + \cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi)^2) - \\
& - \frac{v_{TL}}{E_T} \cdot (\sin^2 \delta \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi)^2 + \cos^4 \delta \cdot \sin^2 \psi \cdot \cos^2 \varphi) - \\
& - \frac{v_{TR}}{E_T} \cdot (\sin^2 \delta \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi)^2 + \cos^4 \delta \cdot \sin^2 \psi \cdot \sin^2 \varphi) - \\
& - \frac{1}{G_{RT}} \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot \sin \delta \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi) - \\
& - \frac{1}{G_{LT}} \cdot \sin \psi \cdot \sin \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi) + \\
& + \frac{1}{G_{LR}} \cdot \cos \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot \sin \varphi \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi + \cos \varphi \cdot \cos \psi) \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \sin \psi - \sin \varphi \cdot \cos \psi)
\end{aligned} \tag{1.39}$$

Amennyiben az alakíthatósági anyagtenzor vesszőtlen elemeit kifejezzük a faanyag rugalmas állandóival, a β transzformációs tagokat pedig az 1. táblázatot felhasználva adjuk meg, akkor a φ , δ és ψ szögek függvényeként egyértelmű összefüggést kapunk az LR anatómia fősíkban értelmezett Poisson tényező változására (1.39). A G modulus változásánál felvett kilenc speciális esetet, ha itt is alkalmazzuk, akkor az eredményül kapott összefüggéseket felépítésük jellege szerint itt is két csoportba sorolhatjuk:

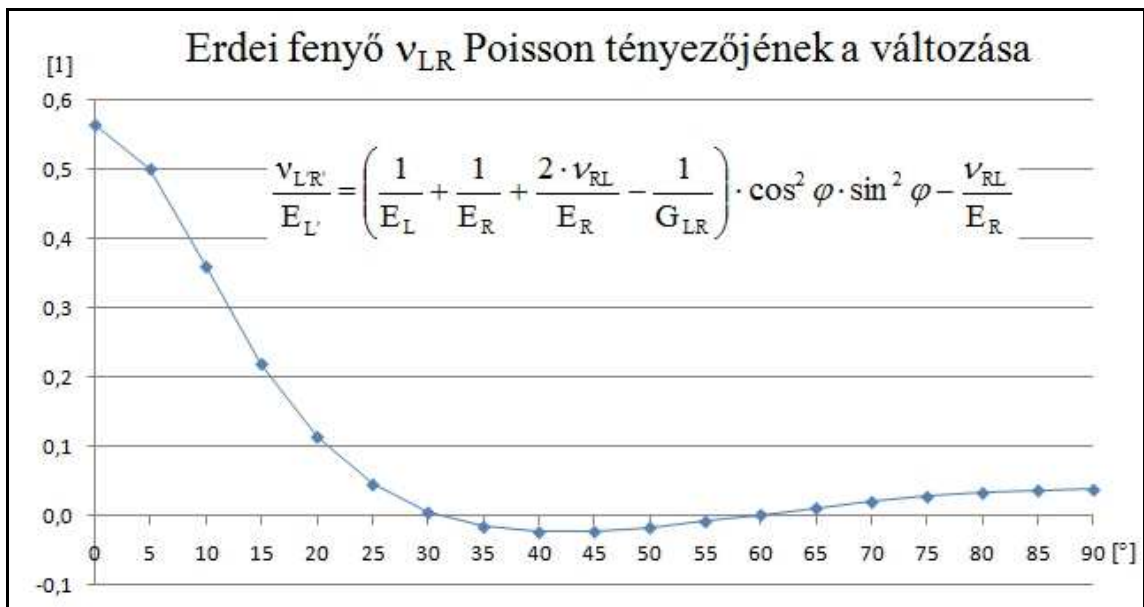
Ha $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $\delta = 0$ és $\psi = 0$, akkor

$$\frac{v_{LR'}}{E_{L'}} = \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_R} + \frac{2 \cdot v_{RL}}{E_R} - \frac{1}{G_{LR}} \right) \cdot \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi - \frac{v_{RL}}{E_R}, \quad 1.40$$

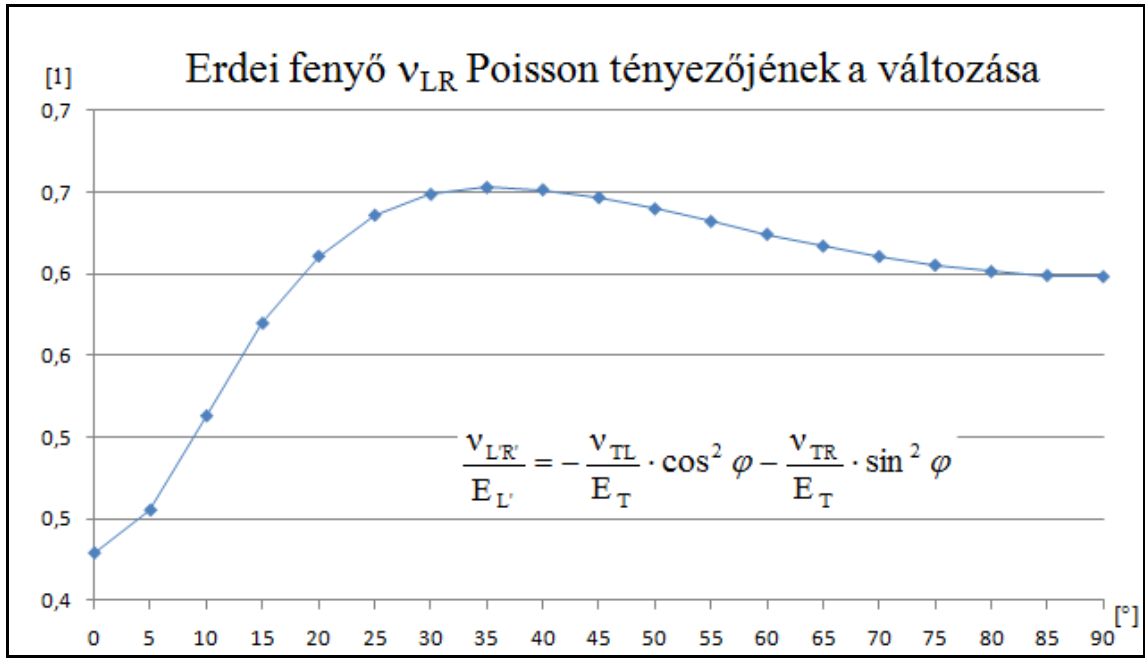
ha $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $\delta = 0$ és $\psi = \pi/2$, akkor

$$\frac{v_{LR'}}{E_{L'}} = -\frac{v_{TL}}{E_T} \cdot \cos^2 \varphi - \frac{v_{TR}}{E_T} \cdot \sin^2 \varphi. \quad 1.41$$

A v_{LR} 1.40 és 1.41 szerinti változását a következő diagramok mutatják be. Kiindulási adatoknak az előbb feltételezett lucfenyő rugalmas állandóit vettük ismét figyelembe.



12. ábra: Erdei fenyő Poisson tényezőjének változása az 1.40 egyenlet szerint



13. ábra: Erdei fenyő Poisson tényezőjének változása az 1.41 egyenlet szerint

A grafikonok felvételéhez szükségünk van az 1.40 és 1.41 egyenletek bal oldalán szereplő hányadosok nevezőjében szereplő E' értékek ismeretére. Ez nem más, mint az E' modulusz változása a szög függvényében. Az E' meghatározását szintén az 1.25 egyenlet felhasználásával végezhetjük el, a nyíró-rugalmassági modulusz és Poisson szám változás meghatározásának a menete szerint:

$$\begin{aligned}
s_{1'1'1'1'} &= s_{1111} \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 + s_{2222} \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 + s_{3333} \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 + \\
&+ s_{1122} \cdot (\beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 + \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1) + \\
&+ s_{3311} \cdot (\beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 + \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1) + \\
&+ s_{2233} \cdot (\beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 + \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2) + \\
&+ s_{2323} \cdot (\beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 + \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 + \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 + \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3) + \\
&+ s_{3131} \cdot (\beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 + \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 + \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 + \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1) + \\
&+ s_{1212} \cdot (\beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 + \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 + \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 + \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2)
\end{aligned} \quad , \quad 1.42$$

ami alapján:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{E_{L'}} &= \frac{1}{E_L} \cdot \cos^4 \varphi \cdot \cos^4 \delta + \frac{1}{E_R} \cdot \sin^4 \varphi \cdot \cos^4 \delta + \frac{1}{E_T} \cdot \sin^4 \delta - \\
&- \frac{\nu_{RL}}{E_R} \cdot 2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos^4 \delta \cdot \sin^2 \varphi - \frac{\nu_{LT}}{E_L} \cdot 2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot \sin^2 \delta - \frac{\nu_{RT}}{E_R} \cdot 2 \cdot \cos^2 \delta \cdot \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \delta + \\
&+ \frac{1}{G_{RT}} \cdot \cos^2 \delta \cdot \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \delta + \frac{1}{G_{LT}} \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \delta \cdot \sin^2 \delta + \frac{1}{G_{LR}} \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos^4 \delta \cdot \sin^2 \varphi
\end{aligned}$$

1.43

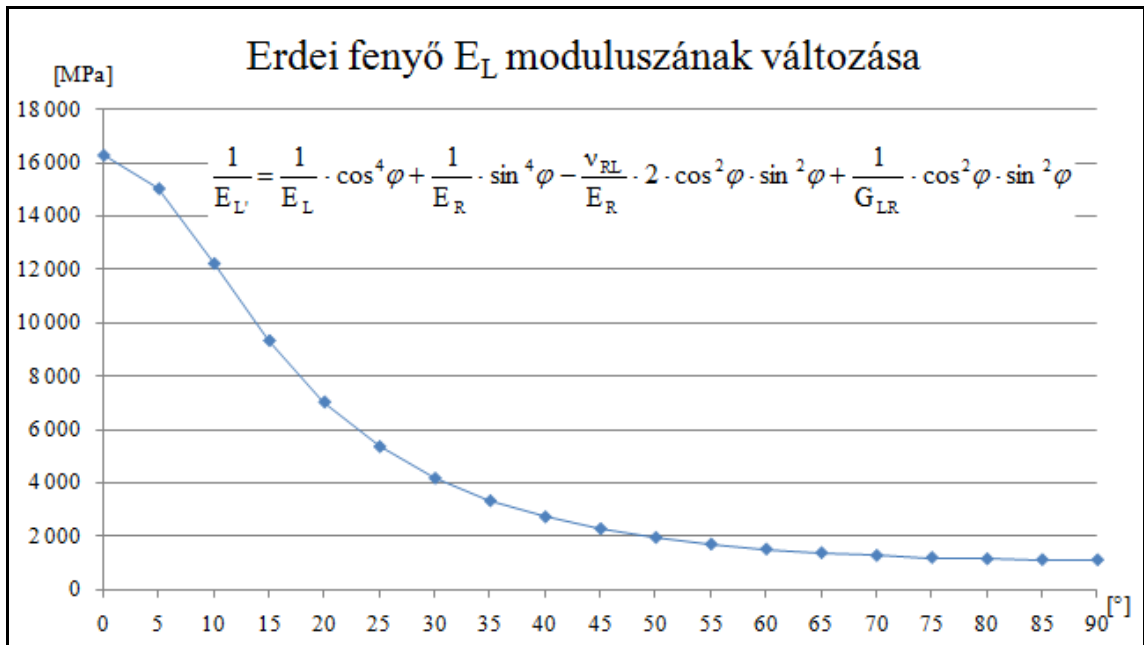
Ha $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $\delta = 0$ és $\psi = 0$, akkor

$$\frac{1}{E_{L'}} = \frac{1}{E_L} \cdot \cos^4 \varphi + \frac{1}{E_R} \cdot \sin^4 \varphi - \frac{\nu_{RL}}{E_R} \cdot 2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi + \frac{1}{G_{LR}} \cdot \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi, \quad 1.44$$

ha $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $\delta = 0$ és $\psi = \pi/2$, akkor

$$\frac{1}{E_{L'}} = \frac{1}{E_L} \cdot \cos^4 \varphi + \frac{1}{E_R} \cdot \sin^4 \varphi - \frac{\nu_{RL}}{E_R} \cdot 2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi + \frac{1}{G_{LR}} \cdot \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi. \quad 1.45$$

Jól látható, hogy a rugalmassági modulusz változását egy azonos felépítésű egyenlettel jellemezhetjük.



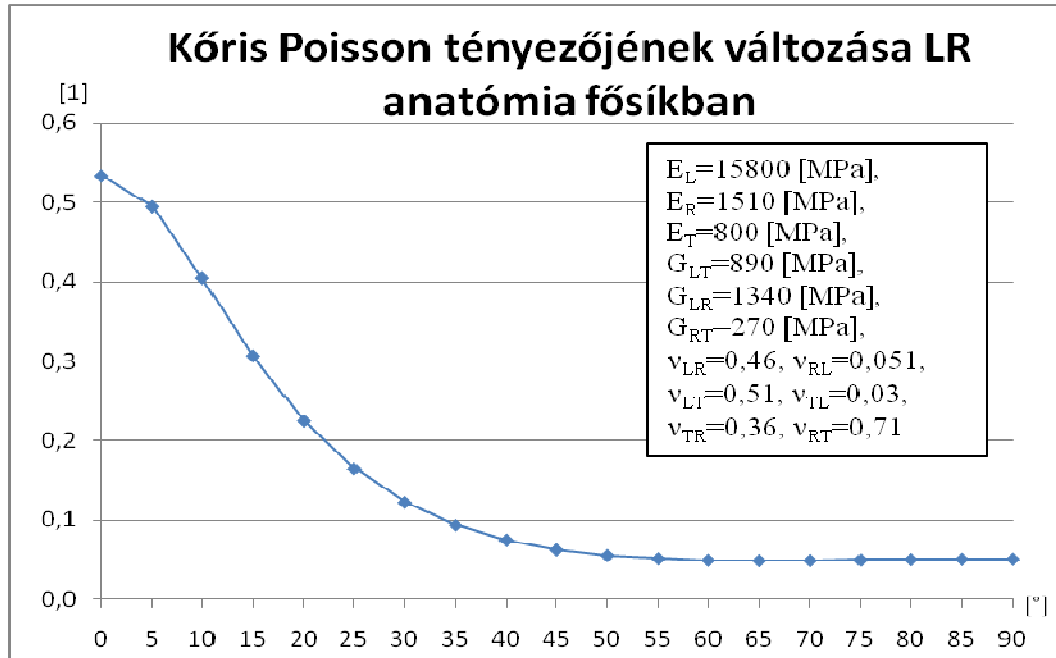
14. ábra: Az E-modulusz változása az 1.44 és 1.45 egyenletek szerint

Az 1.40. és 1.43 egyenletekből a következő egyenlőséget kapjuk a ν változására:

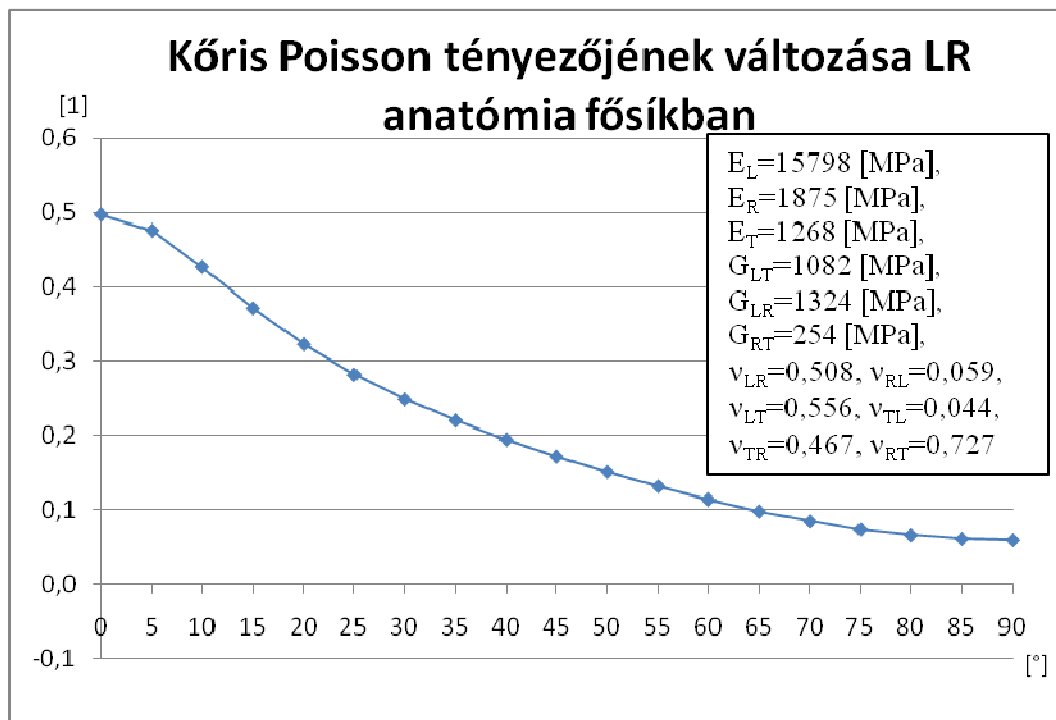
$$\nu_{L'R'} = \frac{\left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_R} + \frac{2 \cdot \nu_{RL}}{E_R} - \frac{1}{G_{LR}} \right) \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha - \frac{\nu_{RL}}{E_R}}{\frac{1}{E_L} \cdot \cos^4 \alpha + \frac{1}{E_R} \cdot \sin^4 \alpha - \frac{\nu_{RL}}{E_R} \cdot 2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{G_{LR}} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha}. \quad 1.46$$

A Kőris (*Fraxinus excelsior*) Poisson tényező L-R anatómiai fősíkhöz tartozó változását Szalai (2001) könyvében közölt adataival számíthatjuk ki. Ezek: $E_L=15800$ [MPa], $E_R=1510$ [MPa], $E_T=800$ [MPa], $G_{LT}=890$ [MPa], $G_{LR}=1340$ [MPa], $G_{RT}=270$ [MPa],

$\nu_{LR}=0,46$, $\nu_{RL}=0,051$, $\nu_{LT}=0,51$, $\nu_{TL}=0,03$, $\nu_{TR}=0,36$, $\nu_{RT}=0,71$. Ezen adatok behelyettesítésével ábrázolhatjuk a Poisson tényező változását az L-R anatómiai fősíkbán (15. ábra). Jól látható, hogy $\alpha=45^\circ$ esetén a Poisson tényező nagyon alacsony.



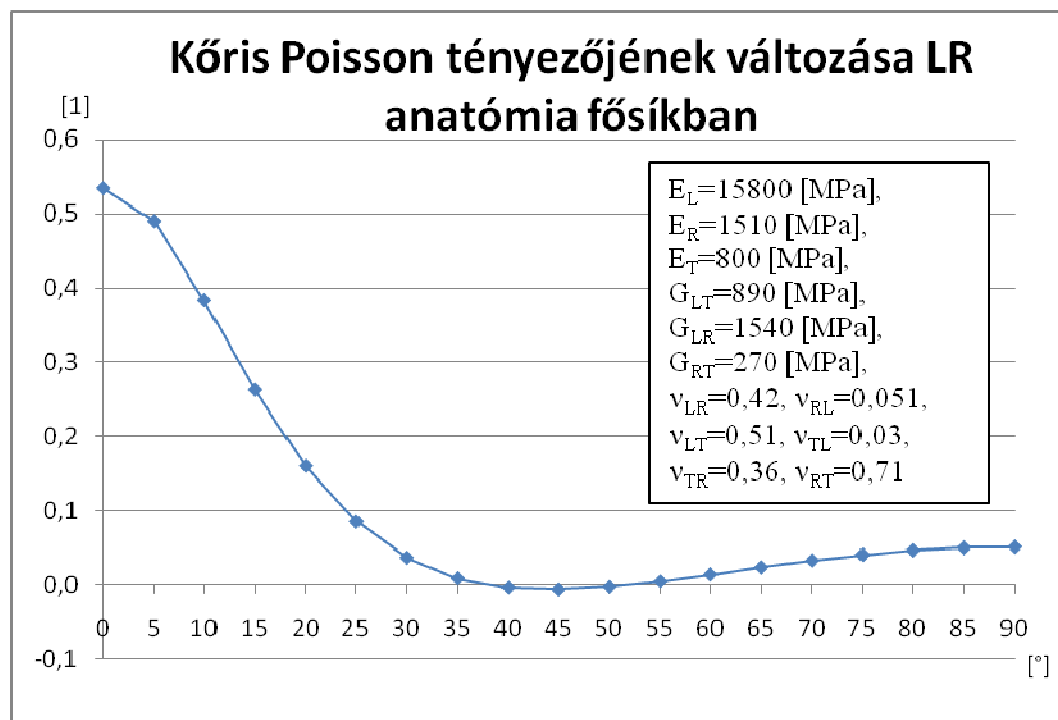
15. ábra: A Poisson tényező változása a szög függvényében (1.46) esetén Szalai (2001) adatai alapján



16. ábra: Poisson tényező változása a szög függvényében (1.46) esetén Molnár (2000) adatai alapján

Ha Molnár (2000) adatait veszem kiindulásnak: $E_L=15798$ [MPa], $E_R=1875$ [MPa], $E_T=1268$ [MPa], $G_{LT}=1082$ [MPa], $G_{LR}=1324$ [MPa], $G_{RT}=254$ [MPa], $\nu_{LR}=0,508$, $\nu_{RL}=0,059$, $\nu_{LT}=0,556$, $\nu_{TL}=0,044$, $\nu_{TR}=0,467$, $\nu_{RT}=0,727$ (16. ábra). Összehasonlítva a két görbét látható, hogy 45° -os orientációnál kétszer akkora a Poisson-tényező értéke.

A 17. ábrán a ν változását mutatom - alapadatoknak Szalai (2001) adatit használok fel, hasonlóan az 15. ábrához, csak a G_{LR} értékét változtattam meg. Az L-R anatómia fősíkhöz tartozó nyíró-rugalmassági modulusz értékét 200 MPa-lal, 1540 MPa-ra növeltem.

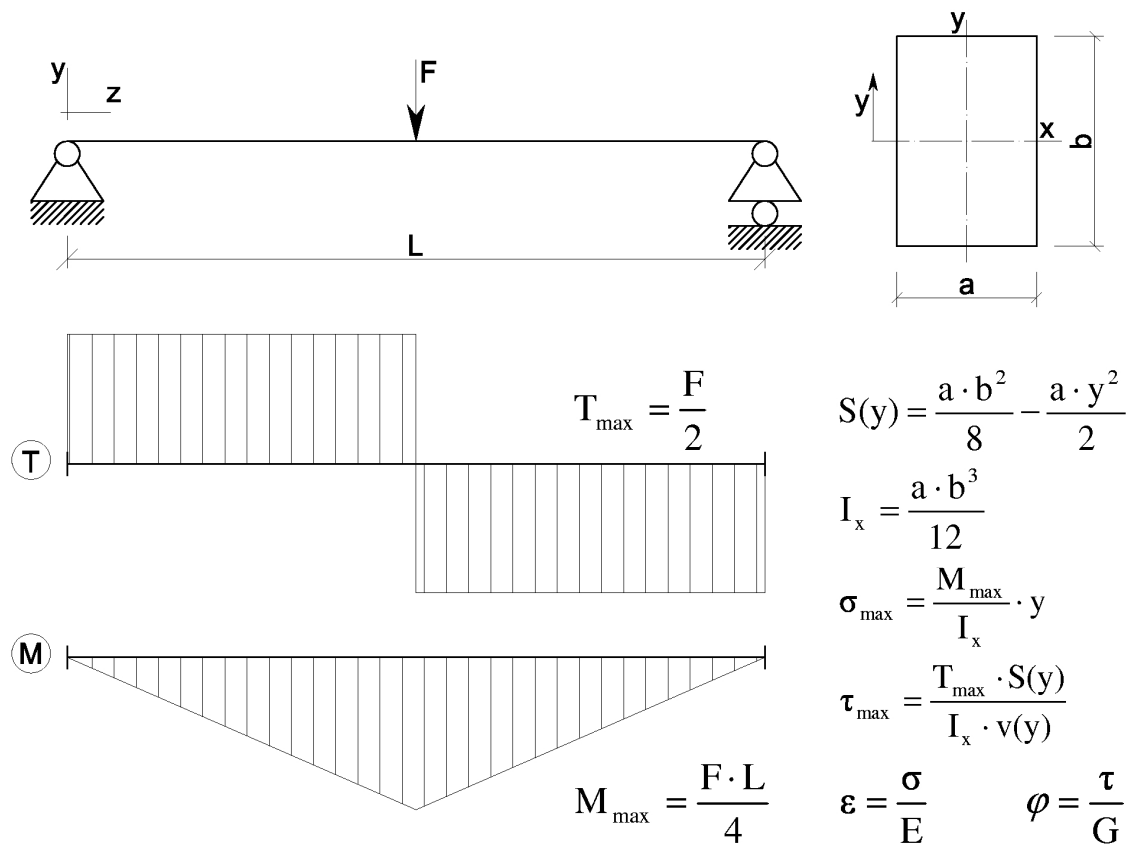


17. ábra: Poisson tényező változása a szög (1.46) esetén

Amennyiben az anatómiai főirányok rendszerében szereplő rugalmas állandók bizonyos értéket vesznek fel, $\alpha=45^\circ$ esetén még akár negatív értéket is felvehet a ν - ezt mutatják a 12. és 17. ábrák. Az 15 – 17. ábrákon láthatjuk, hogy a Poisson tényező értéke igen érzékeny a faanyag rugalmas jellemzőire. Már kis technikai rugalmas állandó változékonyság is viszonylag jelentős Poisson tényező változást eredményezhet. Egy adott próbatest vizsgálata során tehát tudomásul kell vennünk, hogy a próbatest véletlenszerű rugalmas tulajdonságai is befolyásolják a mérési eredményeket. Ezt a hibát csak úgy küszöbölhetjük ki, ha a mérés előtt megmérjük a próbatest össze rugalmas jellemzőjét, vagy elegendően nagyszámú kísérletet végzünk, hogy a véletlenszerű hibákat statisztikai módszerekkel ejtsük ki. Mindkét megoldás igen költséges.

1.5. A nyíró-rugalmassági modulus szerepe egy egyszerű műszaki példa bemutatásával

Adott egy kéttámaszú, négyszög keresztmetszetű tartó (18. ábra). A tartó közepén koncentrált erő hat. A tartó önsúlyát nem vesszük figyelembe. A tartó pillanatnyi teljes lehajlását határozzuk meg a tartó közepén. Azt vizsgáljuk meg, hogy mekkora a tartó hajlításból és nyírásból származó lehajlása két különböző anyag, fa és acél alkalmazása esetén. A Castigliano-tétel kimondja, hogy az alakváltozási energiának a szerkezetet terhelő valamely koncentrált erő szerinti parciális deriváltja megadja az erő támadáspontjának az erő irányába eső elmozdulását (1.47).



18. ábra: Koncentrált erővel terhelt, négyszög keresztmetszetű, kéttámaszú tartó – keresztmetszeti jellemzők, ébredő maximális feszültségek

$$\frac{\partial U_b}{\partial F} = f, \tag{1.47}$$

ahol

U_b - az alakváltozási vagy belső potenciális energia,
 F - a tartót terhelő koncentrált erő,
 f - a tartó alakváltozása, illetve lehajlása az F erő támadáspontjában, az F hatásvonalának irányában.

A külső erők saját munkája megegyezik a tartóban a terhelés hatására ébredő potenciális belső energiával, ami a következő összefüggéssel határozható meg:

$$U_b = -W_b = \frac{1}{2} \cdot \int_V \sum_{ij} (\varepsilon_{ij} \cdot \sigma^{ij}) dV, \quad 1.48$$

ahol

W_b – a belső erők munkája,

U_b - az alakváltozási vagy belső potenciális energia,

σ^{ij} – a tartót terhelő koncentrált erőből származó feszültségek,

ε_{ij} - a tartót terhelő koncentrált erőből származó alakváltozások.

A 18. ábrán bemutatott kéttámaszú tartó a közönséges hajlítás egyszerű példája. Ebben az esetben a keletkező alakváltozásokat (ε és φ) az ébredő feszültségek (σ_{\max} és τ_{\max}) és az anyagállandók (E és G) segítségével, az egyszerű Hooke-törvény szerint fejezzük ki, és ezek segítségével határozzuk meg az U_b teljes belső energiát, ami a hajlításból és nyírásból származik:

$$U_b = \frac{1}{2} \cdot \int_V \sum_{ij} (\varepsilon_{ij} \cdot \sigma^{ij}) dV = \frac{1}{2} \cdot \int_V \sum_{ij} (\varepsilon \cdot \sigma + \varphi \cdot \tau) dV = \frac{1}{2} \cdot \int_V \left(\frac{\sigma^2}{E} + \frac{\tau^2}{G} \right) dV = U_b^h + U_b^{ny}, \quad 1.49$$

A hajlításból származó belső potenciális energia számítása:

$$\begin{aligned} U_b^h &= \frac{1}{2} \cdot \int_V \left(\frac{\sigma^2}{E} \right) dV = \frac{1}{2} \cdot \int_V \left(\frac{M^2}{I^2 \cdot E} \cdot y^2 \right) dV = \int_V \left(\frac{F^2 \cdot L^2}{32 \cdot I^2 \cdot E} \cdot y^2 \right) dV = \\ &= \int_A \int_z \left(\frac{F^2 \cdot L^2(z)}{32 \cdot I^2 \cdot E} \cdot y^2 \right) dz dA = \int_A \left[\frac{F^2 \cdot L^3(z)}{32 \cdot I^2 \cdot E \cdot 3} \cdot y^2 \right]_0^L dA = \int_A \left(\frac{F^2 \cdot L^3}{96 \cdot I^2 \cdot E} \cdot y^2 \right) dA = \\ &= \int_y \int_x \left(\frac{F^2 \cdot L^3}{96 \cdot I^2 \cdot E} \cdot y^2 \right) dx dy = \int_y \left[\frac{F^2 \cdot L^3 \cdot x}{96 \cdot I^2 \cdot E} \cdot y^2 \right]_{-a/2}^{+a/2} dy = \int_y \left(\frac{F^2 \cdot L^3 \cdot a}{96 \cdot I^2 \cdot E} \cdot y^2 \right) dy = \quad , \quad 1.50 \\ &= \left[\frac{F^2 \cdot L^3 \cdot a}{3 \cdot 96 \cdot I^2 \cdot E} \cdot y^3 \right]_{-b/2}^{+b/2} = \frac{F^2 \cdot L^3 \cdot a}{3 \cdot 96 \cdot I^2 \cdot E} \cdot \left(\frac{b}{2} \right)^3 + \frac{F^2 \cdot L^3 \cdot a}{3 \cdot 96 \cdot I^2 \cdot E} \cdot \left(\frac{b}{2} \right)^3 = \\ &= \frac{F^2 \cdot L^3 \cdot a}{3 \cdot 96 \cdot I^2 \cdot E} \cdot \frac{b^3}{4} = \frac{F^2 \cdot L^3}{96 \cdot I \cdot E} [\text{Nm}] \end{aligned}$$

A nyírásból származó belső potenciális energia számítása:

$$\begin{aligned}
 U_b^{ny} &= \frac{1}{2} \cdot \int_V \left(\frac{\tau^2}{G} \right) dV = \frac{1}{2} \cdot \int_V \left(\frac{F^2 \cdot S^2}{4 \cdot I^2 \cdot v^2 \cdot G} \right) dV = \int_V \left(\frac{F^2 \cdot S^2}{8 \cdot I^2 \cdot a^2 \cdot G} \right) dV = \\
 &= \int_A \int_z \left(\frac{F^2 \cdot S^2}{8 \cdot I^2 \cdot a^2 \cdot G} \right) dz dA = \int_A \left[\frac{F^2 \cdot S^2}{8 \cdot I^2 \cdot a^2 \cdot G} \cdot z \right]_0^L dA = \int_A \left(\frac{F^2 \cdot S^2}{8 \cdot I^2 \cdot a^2 \cdot G} \cdot L \right) dA = \\
 &= \int_y \int_x \left(\frac{F^2 \cdot S^2 \cdot L}{8 \cdot I^2 \cdot a^2 \cdot G} \right) dx dy = \int_y \left[\frac{F^2 \cdot S^2 \cdot L}{8 \cdot I^2 \cdot a^2 \cdot G} \cdot x \right]_{-a/2}^{+a/2} dy = \int_y \left(\frac{F^2 \cdot L}{8 \cdot I^2 \cdot G} \cdot \frac{S^2}{a} \right) dy = \quad 1.51 \\
 &= \int_y \left[\frac{F^2 \cdot L}{8 \cdot I^2 \cdot G} \cdot \left(\frac{a \cdot b^2}{8} - \frac{a \cdot y^2}{2} \right) \cdot \frac{1}{a} \right] dy = \frac{F^2 \cdot L}{8 \cdot I^2 \cdot G} \cdot \left[\frac{a \cdot b^4 \cdot y}{64} + \frac{a \cdot y^5}{20} - \frac{a \cdot b^2 \cdot y^3}{24} \right]_{-b/2}^{+b/2} = \\
 &= \frac{F^2 \cdot L}{8 \cdot I^2 \cdot G} \cdot \left(\frac{a \cdot b^5}{128} + \frac{a \cdot b^5}{640} - \frac{a \cdot b^5}{192} + \frac{a \cdot b^5}{128} + \frac{a \cdot b^5}{640} - \frac{a \cdot b^5}{192} \right) = \frac{F^2 \cdot L \cdot a \cdot b^5}{8 \cdot I^2 \cdot G} \cdot \frac{1}{120} = \\
 &= \frac{1,2 \cdot F^2 \cdot L}{8 \cdot A \cdot G} \text{ [Nm]}
 \end{aligned}$$

A teljes belső potenciális energia:

$$U_b = U_b^h + U_b^{ny} = \frac{F^2 \cdot L^3}{96 \cdot I \cdot E} + \frac{1,2 \cdot F^2 \cdot L}{8 \cdot A \cdot G} \text{ [Nm]}. \quad 1.52$$

A Castigliano-tétel alkalmazása, az erő támadáspontjának az erő irányába eső elmozdulásának számítása:

$$\frac{dU_b}{dF} = \frac{U_b^h}{dF} + \frac{U_b^{ny}}{dF} = f_h + f_{ny} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot I \cdot E} + \frac{1,2 \cdot F \cdot L}{4 \cdot A \cdot G} \text{ [m]} \quad 1.53$$

ahol

f_h – a tartó hajlításból származó lehajlása az F erő hatásvonalának irányában,

f_{ny} – a tartó nyírásból származó lehajlása az F erő hatásvonalának irányában,

I – a keresztmetszet másodrendű statikai nyomatéka,

L – a tartó alátámasztási köze,

E – a tartó anyagának rugalmassági modulusza,

G – a tartó anyagának nyíró-rugalmassági modulusza.

Az 1.50 – 1.53 képleteket és az alábbi adatokat felhasználva a 2. táblázatban foglaltam össze az eredményeket.

$F = 15 \text{ kN}$, $L = 5,5 \text{ m}$, $a = 10 \text{ cm}$, $b = 20 \text{ cm}$, $E_{fa} = 12000 \text{ N/mm}^2$, $G_{fa} = 500 \text{ N/mm}^2$, $E_{acél} = 206000 \text{ N/mm}^2$, $G_{acél} = 80000 \text{ N/mm}^2$.

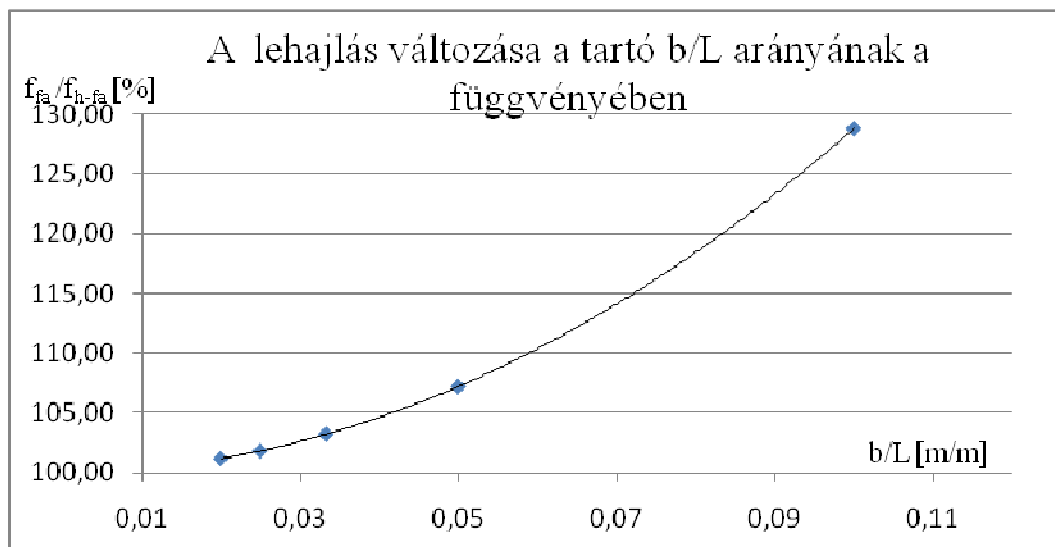
2. táblázat: A fa és acél tartószerkezetek lehajlásának összehasonlítása

$f_{h,fa}$ [mm]	$f_{ny,fa}$ [mm]	f_{fa} [mm]		$f_{h,acél}$ [mm]	$f_{ny,acél}$ [mm]	$f_{acél}$ [mm]
64,99	2,48	67,47	↔	3,786	$1,5 \cdot 10^{-2}$	3,801
$f_{h,fa}/f_{fa}$ [1]			↔	$f_{h,acél}/f_{acél}$ [1]		
$64,99 / 67,47 = 0,9632 \rightarrow 96,32\%$				$3,786 / 3,801 = 0,9961 \rightarrow 99,61\%$		
$f_{ny,fa}/f_{fa}$ [1]			↔	$f_{ny,acél}/f_{acél}$ [1]		
$2,48 / 67,47 = 0,0368 \rightarrow 3,68\%$				$1,5 \cdot 10^{-2} / 3,801 = 0,0039 \rightarrow 0,39\%$		
E_{fa}/G_{fa} [1]			↔	$E_{acél}/G_{acél}$ [1]		
$12000 / 500 = 24$				$206000 / 80000 = 2,575$		

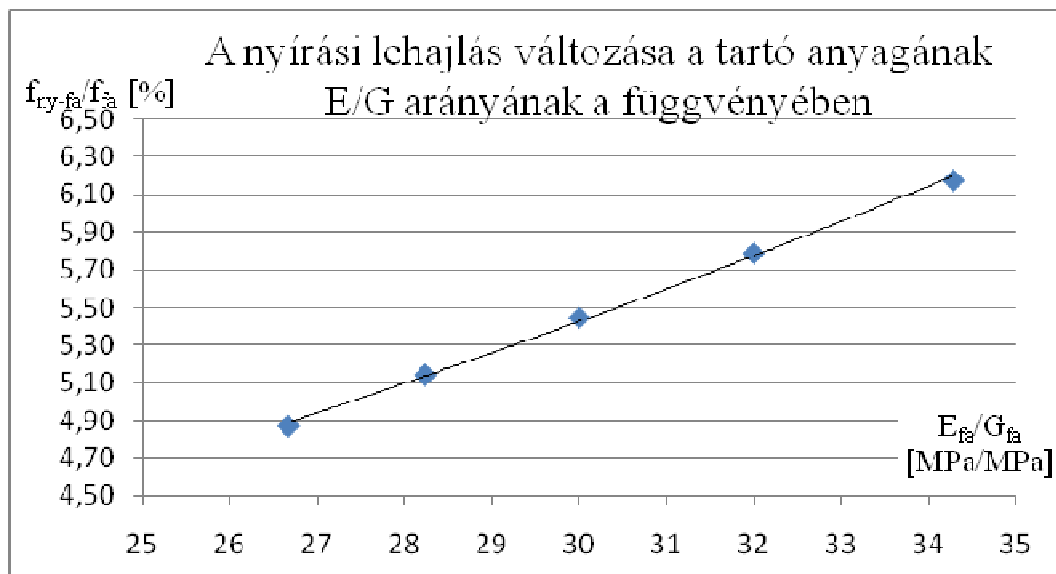
Látható, hogy faanyag esetében a nyírásból származó lehajlás mintegy 4 %, nem elhanyagolható, szemben az acéllal. Ennek magyarázata, hogy az acél Young modulusának és nyíró-rugalmassági modulusának hányadosa körülbelül tized akkora, mint faanyag esetében. Ha megvizsgáljuk a teljes lehajlás és a hajlítási alakváltozás viszonyát, a következő összefüggést kapjuk:

$$\frac{f}{f_h} = 1 + 1,2 \cdot \left(\frac{b}{L}\right)^2 \cdot \frac{E}{G} \quad 1.54$$

Jól láthatóan elkülönül a szerkezet geometriai méreteinek és rugalmas tulajdonságainak szerepe. Ha egy ugyanolyan geometriai tulajdonságokkal rendelkező tartót készítünk különböző anyagokból, akkor a nyírási lehajlás mértékét az E/G viszony fogja meghatározni (hiszen az 1.54 képletben minden más paraméter állandó). Általánosságban kijelenthetjük, hogy a nyírási lehajlás mértékét az E/G (illetve G/E) viszony nagysága határozza meg. Ha ez nagy (E-hez képest a G kicsi, mint például faanyagnál), akkor a nyírási lehajlás egyre nagyobb szerepet játszik.



19. ábra: Nyírási alakváltozás változása a tartó L/b arányának a függvényében



20. ábra: Nyírási alakváltozás változása a tartó E/G arányának a függvényében

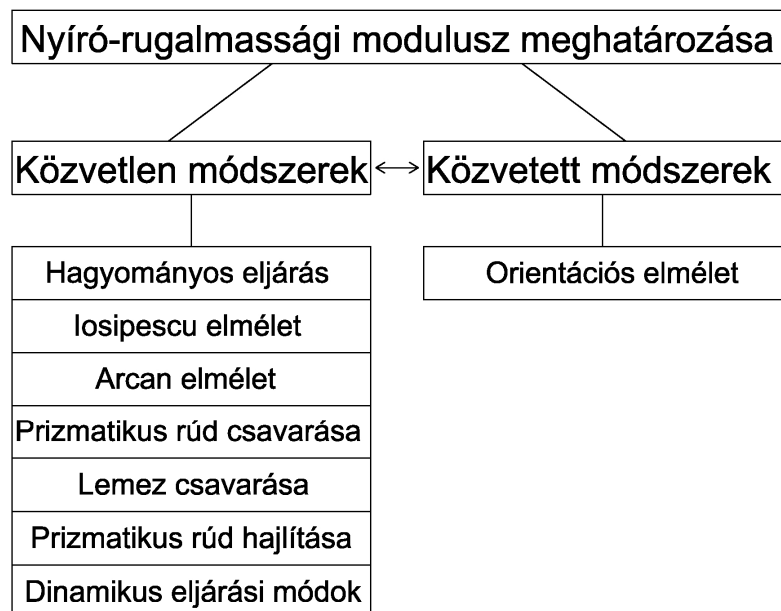
A 19. és 20. ábrákon a nyírásból származó lehajlás nagyságát mutatom be a geometriai adatok, illetve az anyagállandók változásának a függvényében.

A 19. ábrán az anyagállandók konstansok, míg a 20. ábrán a geometriai adatok állandók.

Faanyag esetén tehát a nyírási lehajlás nem hanyagolható el. Ezért faszervezetű teherviselő szerkezetek méretezése során a faanyag nyíró-rugalmassági modulusának az ismerete igen fontos. Ez nemcsak természetes faanyagból vagy ragasztott szerkezetből készült hagyományos szerkezetekre igaz, hanem valamennyi falapú szerkezetre érvényes. Napjainkban egyre nagyobb szerepe van az építőiparban a különböző földém- és szendvicspaneleknak (Steck (2005)). De a különböző keretszerkezetek esetében is komoly alakváltozási problémák léphetnek fel, ami nagyon lényeges a szerkezet méretezése során.

2. A nyíró-rugalmassági modulusz mérésére szolgáló módszerek

Ortotróp anyagok nyíró-rugalmassági moduluszának meghatározására több kísérleti módszert dolgoztak ki. Számos esetben az izotrop anyagokra, elsősorban a fémekre kidolgozott eljárásokat alkalmazták a faanyaggal kapcsolatos kutatások során. Azonban ezeknek a módszereknek a legtöbbje az adott eljárásra jellemző anyagállandót ad.



21. ábra: A nyíró-rugalmassági modulusz meghatározásának lehetőségei – összefoglaló

3. táblázat: A nyíró-rugalmassági moduluszok értékei különböző eljárások és fajok esetén

Kutató	Módszer a G modulusz meghatározására	Fafaj	G_{LR} [MPa]	G_{LT} [MPa]	G_{RT} [MPa]
Keunecke (2007)	dinamikus eljárás	Lucfenyő (<i>Picea abies</i>)	617,0	587,0	53,0
Kovács (1984)	lemez csavarása	Lucfenyő (<i>Picea abies</i>)	375,4	887,1	57,9
Xavier (2004)	Iosipescu	Parti fenyő (<i>Pinus pinaster</i>)	1410,0	1220,0	286,0
Xavier (2004)	indirekt eljárás	Parti fenyő (<i>Pinus pinaster</i>)	1111,0	1040,0	---
Xavier (2009)	Arcan	Parti fenyő (<i>Pinus pinaster</i>)	1333,0	1090,0	239,0
Yoshiiara H. (1999)	négyszög km. csavarása	Sitka fenyő (<i>Picea sitchensis</i>)	950,0	---	---
Yoshiiara H. (1999)	Iosipescu	Sitka fenyő (<i>Picea sitchensis</i>)	1090,0	---	---

2.1. Közvetlen módszer alkalmazása

Valamely keresztmetszetben, illetve több, egymás melletti keresztmetszetben közelítőleg tiszta nyíró igénybevétel vagy csavarás hatására ébredő nyírófeszültségek és alakváltozások mérésével, és az egyszerű Hooke-törvény felhasználásával határozzuk meg a

nyíró-rugalmassági modulusokat. Izotrop és anizotrop anyagokra többnyire egyaránt alkalmazható eljárásokról van szó.

2.1.1. Statikus vizsgálati módszerek

2.1.1.1. Hagyományos eljárás

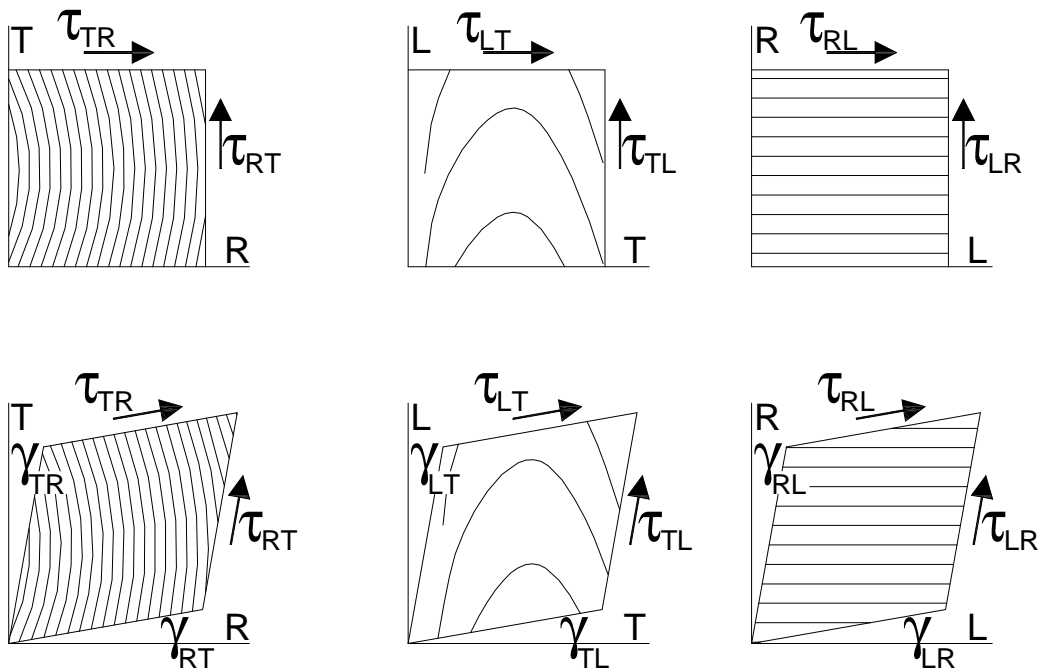
A faanyag anatómiai fősíkjaihoz tartozó nyíró-rugalmassági modulusokat az (1.9) egyenletnek megfelelően a következők szerint határozhatjuk meg:

$$G_{RT} = \frac{\tau_{RT}}{\gamma_{RT}}, \quad G_{LT} = \frac{\tau_{LT}}{\gamma_{LT}} \quad \text{és} \quad G_{LR} = \frac{\tau_{LR}}{\gamma_{LR}} \quad 2.1$$

ahol, $\tau_{i,j}$ - $i, j = RT, LT, LR$ - az anatómiai fősíkokon fellépő nyíró feszültségek,

G_{ij} - $i, j = RT, LT, LR$ - az anatómiai fősíkokon fellépő nyíró-rugalmassági modulusok,

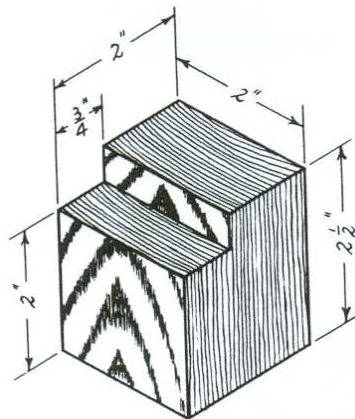
γ_{ij} - $i, j = RT, LT, LR$ a keletkező nyírési alakváltozások.



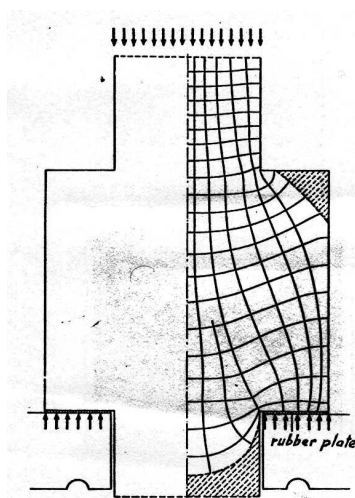
22. ábra: Nyíró-rugalmassági modulus hagyományos meghatározásának elméleti háttere

A 22. ábra szerinti tiszta nyírófeszültségek a gyakorlatban nem fordulnak elő. A kísérleti körülmények biztosításához is jelentős, már-már megoldhatatlan problémát okoz a kutatók számára, hogy járulékos igénybevételek fellépése nélkül fejtsenek ki tiszta nyíróerőt adott felületre. Azonban vannak eljárások, amikor a fellépő más igénybevételek, mint a hajlító-nyomaték, nagysága nagyon kicsi, elhanyagolható, így közelítően tiszta nyírófeszültség létrehozására van lehetőség (Gupta (2005)/b, Dahl (2009)/a, Dahl

(2009)/b, Hassel (2009), Liu (1984), Naruse (2003), Sretenovic (2004)). A módszerhez kialakítható próbatesteket a 23., 24. ábrák, a mérés kivitelezésének sematikus ábráját a 25. ábra mutatja be. Ezt a mérési eljárást elsősorban nyírószilárdság meghatározására használják, mivel az alkalmazott terhelő erő egyszerűen leolvasható a terhelő berendezésről, a nyírt felület pedig egyértelműen adódik a próbatest méreteiből. A 23-24-25. ábrákon bemutatott eljárás során ugyanakkor nyomó terhelést alkalmazunk egy adott felületre. Attól függően, hogy melyik anatómiai fősíkkal párhuzamos a terhelésünk, vagy a nyírásból származó tönkremenetel következik be, vagy a próbatest felfekvő felületén a rostra merőleges nyomás miatti tönkremenetel lép fel. Ahhoz, hogy adott síkhoz tartozó nyíró-rugalmassági moduluszt is meg lehessen határozni, szükség lenne a nyírási alakváltozás, a szögváltozás mérésére is.

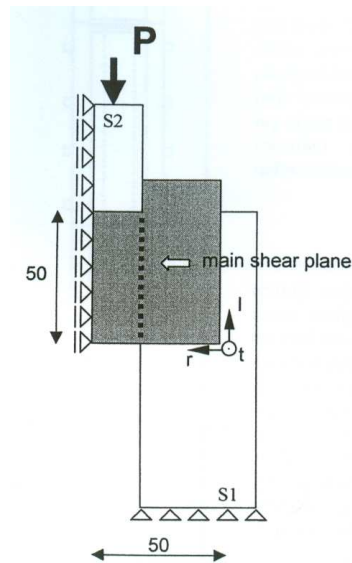


23. ábra: Próbatest nyírási vizsgálathoz – egy darab nyírt felület
(Liu (1984))

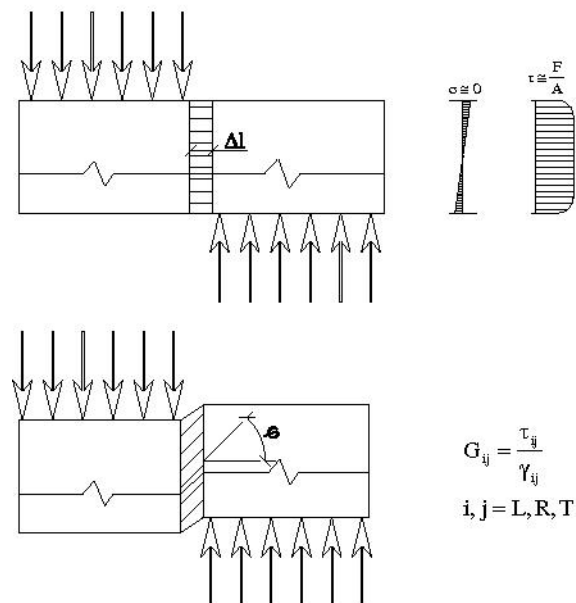


24. ábra: Próbatest nyírási vizsgálathoz – dupla nyírt felület
(Ylinen (1963))

A 26. sematikus ábrán a 25. ábrán bemutatott mérés elvi terhelése és az alakváltozás kerül bemutatásra. A φ szög változásának a pontos mérése szükséges a nyírórugalmassági modulusz meghatározásához. Ez nem egyszerű feladat. A nyírórugalmassági modulusz meghatározását a hagyományos módon nagyon nehezen lehetőséges kivitelezni. A 22. ábra szerinti nyíró terhelést két, egymás mellett lévő felületen működtetni a szabad alakváltozás biztosításával, annak pontos mérésével és egyidejűleg a próbatest megfelelő befogásával - nagyon nehéz. Emiatt ezzel az eljárással nem kísérleteznek, szakirodalomban csak, mint elméleti lehetőséget említene a kutatók.



25. ábra: Fa próbatest nyírási vizsgálatának elvi elrendezése
(Liu (1984))



26. ábra: Nyíró-rugalmassági modulusz meghatározásának sematikus mérési eljárása, a szükséges alakváltozás mérésének a kiemelésével

2.1.1.2. Iosipescu elmélet

Az Iosipescu elmélet alapjait 1968-tól napjainkig alkalmazzák. (Barnes (1987), Dumail (2000), Pierron (1997), Pierron (1994), Xavier (2004), Yoshihara (1999)) A kísérlet során a megfelelő módon kialakított és terhelt próbatest hosszának a középső részén a tiszta nyírásen kívül más igénybevétel nem keletkezik (27. ábra). A próbatest kialakítás különlegessége, hogy a mintába egymással szemben egy-egy 90°-os, V – alakú bevágást készítenek. A 27. ábra bal oldalán látható szerkezetbe befogott próbatestet az ábrázolt módon terhelünk. A terhelő erő hatásvonala éppen a kigyengített keresztmetszet síkjába esik, azonban a befogó szerkezeten keresztül ható P erő két darab erőpár formájában adódik át a próbatestre. Tulajdonképpen négyponthoz, aszimmetrikus hajlításról van szó. A 27. ábra jobb oldalán, az igénybevételi ábrákon látható, hogy a bemutatott módon kigyengített és terhelt próbatest kigyengített keresztmetszetében a nyíró-igénybevétel eloszlás egyenletes lesz, a hajlítónyomaték pedig zérus. Ezen kívül feszültségkoncentráció sem lép fel a kigyengítés csúcsában. A nyíró rugalmassági modulusz meghatározásához nemcsak a keletkező nyírófeszültséget kell ismerni, hanem a nyírás alakváltozást is. Ezt a próbatest kigyengített pontjai között kell mérni, a próbatest hosszirányú tengelyével + 45°-ot bezáró irányokban (28. ábra).

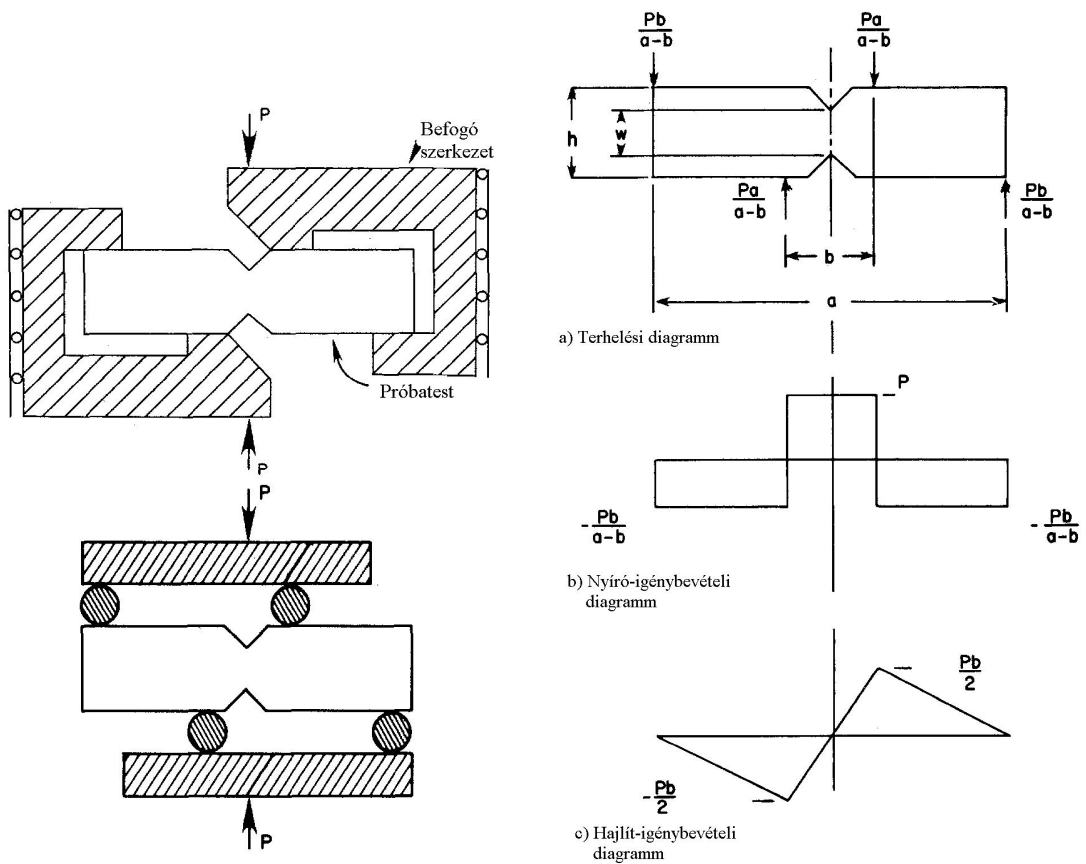
A nyíró rugalmassági modulusz meghatározása (Iosipescu):

$$\tau_6 = \frac{P}{A}, \quad 2.2$$

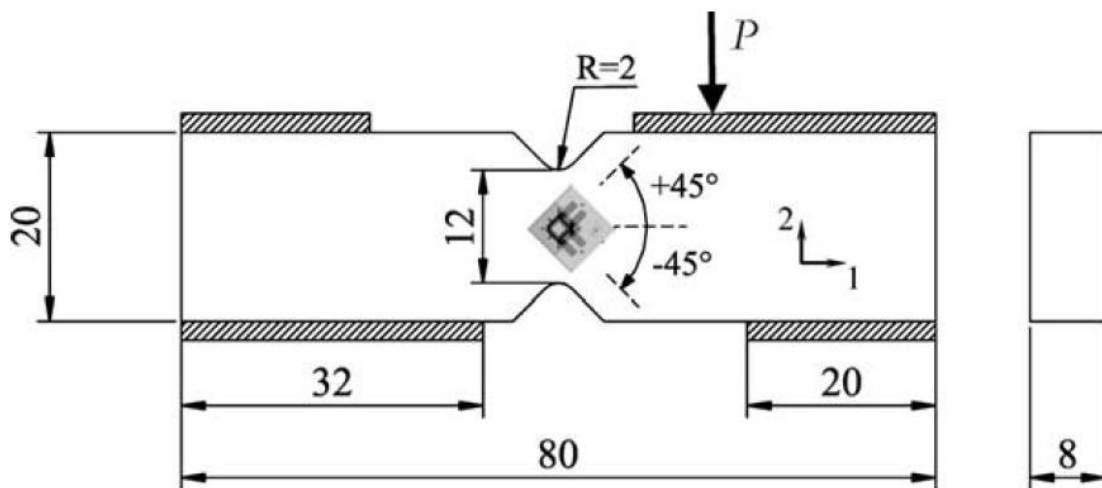
$$\varepsilon_6 = \varepsilon_{+45^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ}, \quad 2.3$$

$$G_{1,2} = \frac{\tau_6}{\varepsilon_6}, \quad 2.4$$

ahol, τ_6 - a keletkező nyírófeszültség,
A – a kigyengített keresztmetszet felülete,
P – a terhelő erő,
 ε_6 - a keletkező nyírás alakváltozás,
 ε_{+45° - a mért alakváltozás a próbatest hosszirányú tengelyével + 45°-ot bezáró irányban,
 ε_{-45° - a mért alakváltozás a próbatest hosszirányú tengelyével - 45°-ot bezáró irányban,
 $G_{1,2}$ – a nyíró rugalmassági modulusz az 1,2 síkban.



27. ábra: Iosipescu nyírási teszt – próbatest kialakítása és terhelése, a keletkező igénybevételek (Walrath (1983))



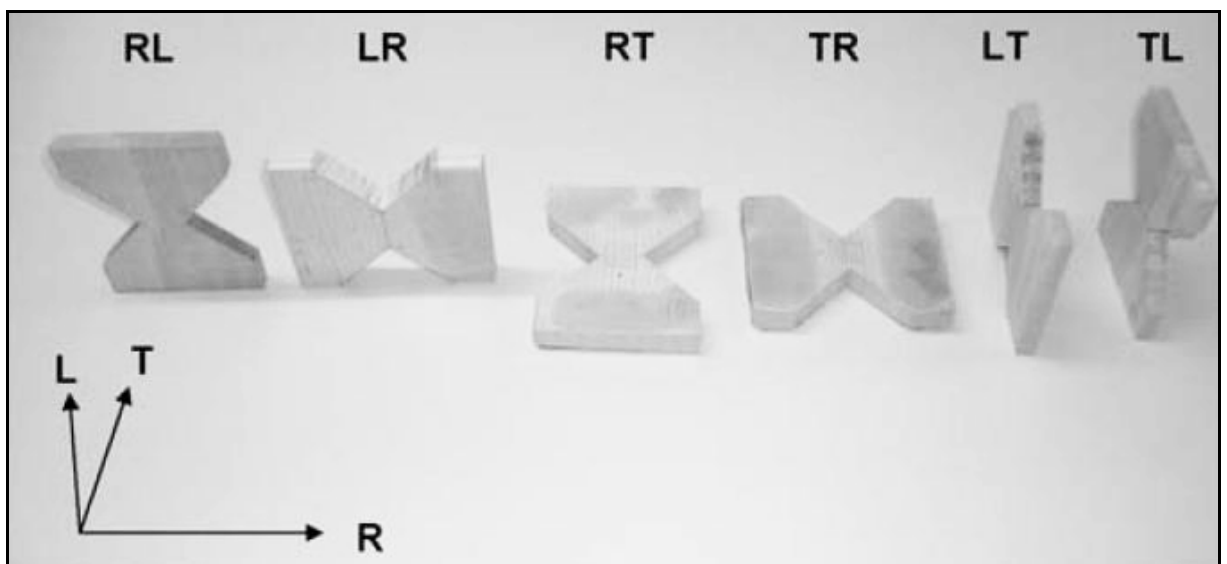
28. ábra: Iosipescu nyírási teszt - nyírási alakváltozás mérése (Xavier (2004))

Az eljárást izotrop anyagokra dolgozták ki és alkalmazzák a napjainkban is. Ugyanakkor számos kutatás folyt és folyik jelenleg is a módszer faanyagra való alkalmazása

terén. A legfontosabb kérdés, hogy az anizotrop tulajdonságú fa esetében is érvényes-e az, hogy a nyírófeszültség eloszlás egyenletes-e a kigyengített keresztmetszetben, illetve a kigyengítés csúcspontjában nem keletkezik-e feszültségkoncentráció. Ezek a tényezők alapvetően befolyásolják a mérési eredményeket. Ennek kutatása napjainkban vált igazán aktuális kérdéssé, amikor végelem-módszert alkalmazva már modellezhető a kísérlet.

2.1.1.3. Arcan elmélet

Az Arcan teszt (Hung (1997), Liu (1984), Xavier (2009)) néven ismert eljárás első szemrevételezésre nagyon hasonlít az előbbi, Iosipescu módszerhez. Ennek oka, hogy a próbatest kialakítása során ugyanolyan 90° -os, V – alakú, egymással szemben elhelyezkedő bevágást készítenek (29. ábra). Az anatómia fősíkjából kivágott minták vastagsága maximum 8-10 mm.

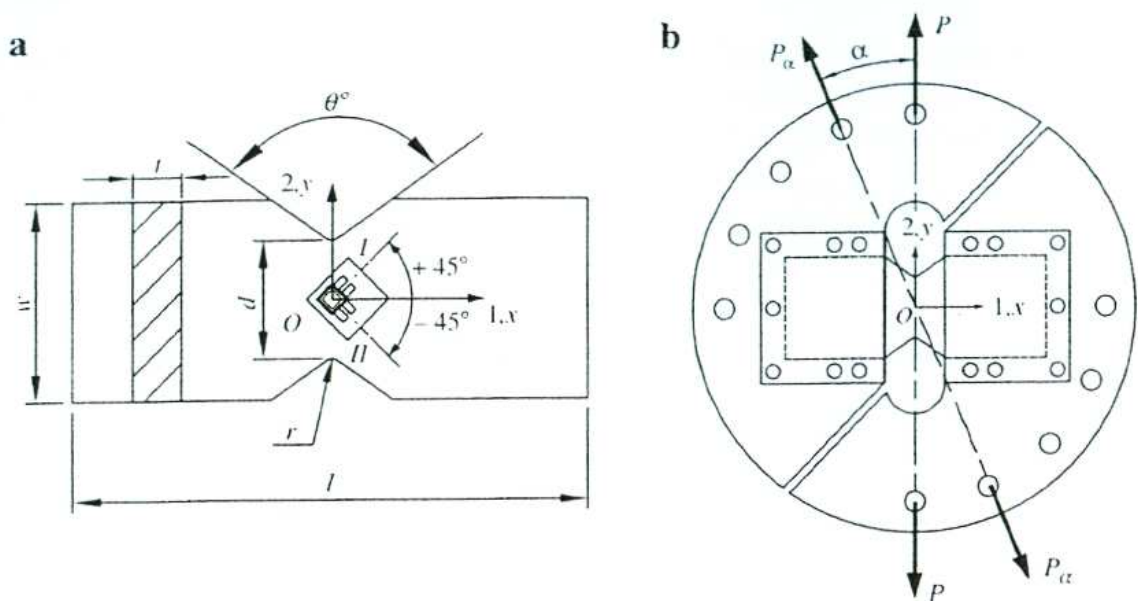


29. ábra: Arcan nyírási teszt – próbatest kialakítása
(Dahl (2009)/a, Dahl (2009)/b)

Mivel a bevágott rész leszűkített keresztmetszetének az iránya $+45^\circ$ -t zár be az adott anatómiai főiránnyal, ezért a főfeszültségek ezen irányokban fognak fellépni. Ebből adódik, hogy a kigyengített keresztmetszetben elméletileg tiszta nyírófeszültség keletkezik, aminek az eloszlása egyenletes. A próbatesteket két darab, aszimmetrikus kialakítású befogó készülékbe fogják be. A befogó készülék elforgatható, annak érdekében, hogy a terhelő erő hatásvonala és próbatest anatómiai főiránya egybe essen (30. ábra). A befogott próbatestet a 30. ábrán látható módon a P erő irányában húzzuk. A nyíró ru-

galmassági modulusz meghatározásához nemcsak a keletkező nyírófeszültséget kell ismerni, hanem a nyírási alakváltozást is. Ezt a próbatest kigyengített pontjai között kell mérni, a próbatest adott anatómia tengelyével $+45^\circ$ -ot bezáró irányokban – azonos módon, mint az Iosiescu – teszt során. A nyírófeszültség és a nyíró-rugalmassági modulusz meghatározása a 2.2-2.4 képletekben ismertetett módon történik.

Az eljárással ugyanaz a probléma, illetve ugyanazok a kérdések vetődnek fel, mint az Iosipescu teszt során, nevezetesen, hogy a faanyag esetében a bevágások csúcsában feszültségkoncentráció lép-e fel, illetve, hogy faanyag esetében a kigyengített keresztmetszetben valóban egyenletes-e a nyírófeszültség eloszlása.



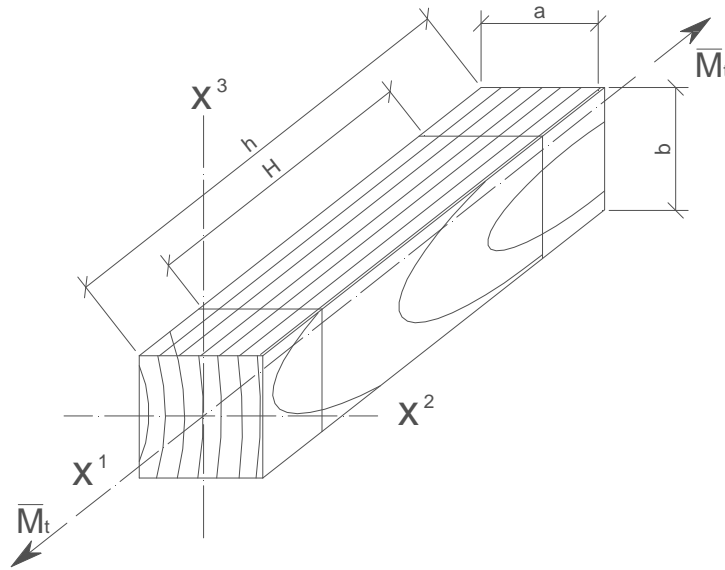
30. ábra: Arcan nyírási teszt – próbatest befogása és terhelése

(Xavier (2009))

2.1.1.4. Négyzög keresztmetszetű rúd csavarása

Amint azt az első fejezetben említettem, nyíró igénybevétel csavaráskor is fellép. Ezért a faanyag nyíró-rugalmassági modulusz meghatározásának az egyik módja a négyzög (vagy kör) keresztmetszetű rúd csavarása (Janowiak (1991), Szalai (2001), Gupta (2002), Gupta (2005)/a, Gupta (2005)/b, Yoshihara (1999)). Az 31. ábrán látható prizmatikus rudat súlyponti hossz tengelye körül forgató nyomatékkal terhelünk. A rúd két, H távolságra lévő keresztmetszeteinek egymáshoz viszonyított szögelfordulása többek között az anizotrop faanyag nyíró-rugalmassági moduluszainak a függvénye. Azonban a csavart rúd feszültségeloszlásának és alakváltozásának elméleti meghatározása

még abban az esetben is egy bonyolult, összetett számítás, ha a próbatest élei egybeesnek a faanyag anatómiai főirányaival.



31. ábra: Próbatest kialakítás és terhelés csavaró-vizsgálathoz

A módszert Heimeshoff, B. dolgozta ki 1982-ben, de a későbbiekben kevesen foglalkoztak a nyíró-rugalmassági modulusz csavarással történő meghatározására.

A két H távolságra lévő keresztmetszet egymáshoz viszonyított szögelfordulását a következők szerint határozták meg:

$$\vartheta_1 = \frac{3M_t H}{ab} \left[\frac{1}{a^2 \cdot G_{13}} + \frac{1}{b^2 \cdot G_{12}} \right] \eta_H, \quad 2.5$$

ahol ϑ - L távolságra lévő keresztmetszetek viszonyított szögelfordulása,
H – a szögelfordulás mérőhossza,

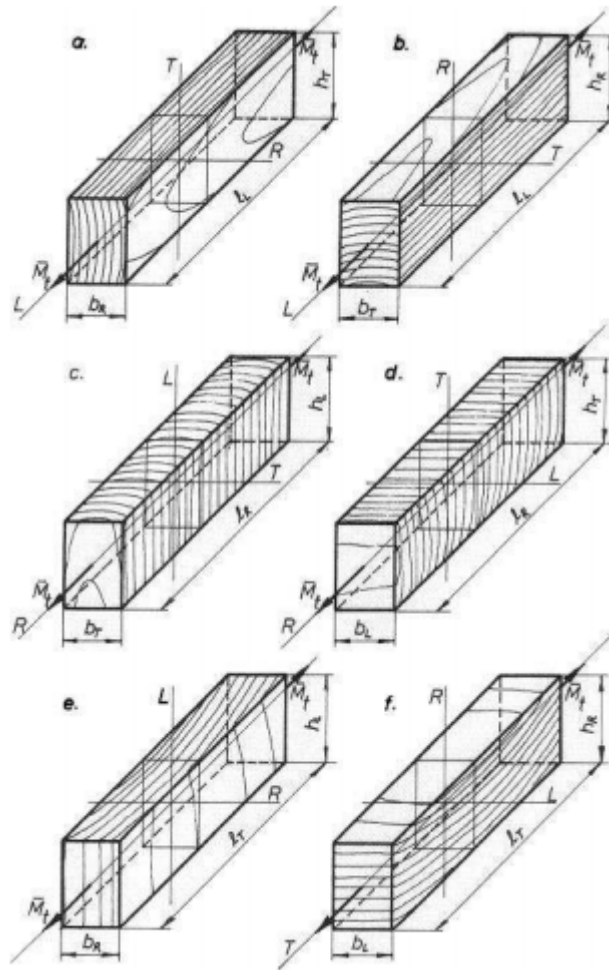
M_t – csavarónyomaték,

a, b – a próbatest keresztmetszeti méretei,

G_{12} , G_{13} - az 1,2 és 1,3 síkokhoz tartozó szögváltozások arányossági tényezői, a próbatest nyíró-rugalmassági moduluszai,

η_H - módosító tényező.

Látható, hogy nem mindegy, a négyszög keresztmetszet melyik oldala melyik anatómiai főiránnyal párhuzamos. Ennek következtében ehhez a vizsgálathoz a faanyag orientációját figyelembe véve hat különböző próbatestet készíthetünk. Ezekben az esetekben a szögelfordulás, ha 1=L, 2=R és 3=T:



32. ábra: Faanyagból kialakított próbatetek csavaró vizsgálathoz (Szalai (2001))

27. ábra a) eset:
$$\vartheta_L = \frac{3M_t H_L}{a_R b_T} \left[\frac{1}{a_R^2 \cdot G_{LT}} + \frac{1}{b_T^2 \cdot G_{LR}} \right] \eta_H, \quad 2.6$$

27. ábra b) eset:
$$\vartheta_L = \frac{3M_t H_L}{a_T b_R} \left[\frac{1}{a_T^2 \cdot G_{LR}} + \frac{1}{b_R^2 \cdot G_{LT}} \right] \eta_H, \quad 2.7$$

27. ábra c) eset:
$$\vartheta_R = \frac{3M_t H_R}{a_T b_L} \left[\frac{1}{a_T^2 \cdot G_{LR}} + \frac{1}{b_L^2 \cdot G_{RT}} \right] \eta_H, \quad 2.8$$

27. ábra d) eset:
$$\vartheta_R = \frac{3M_t H_R}{a_L b_T} \left[\frac{1}{a_L^2 \cdot G_{RT}} + \frac{1}{b_T^2 \cdot G_{LR}} \right] \eta_H, \quad 2.9$$

27. ábra e) eset:
$$\vartheta_T = \frac{3M_t H_T}{a_R b_L} \left[\frac{1}{a_R^2 \cdot G_{TL}} + \frac{1}{b_L^2 \cdot G_{RT}} \right] \eta_H, \quad 2.10$$

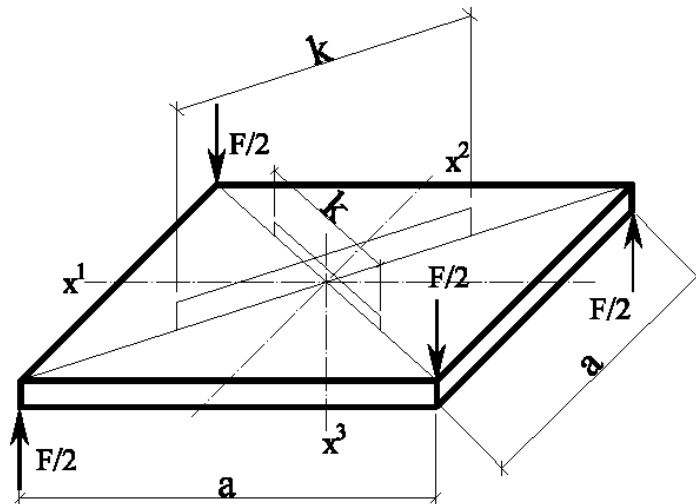
27. ábra f) eset:
$$\vartheta_T = \frac{3M_t H_T}{a_L b_R} \left[\frac{1}{a_L^2 \cdot G_{RT}} + \frac{1}{b_R^2 \cdot G_{TL}} \right] \eta_H. \quad 2.11$$

A (2.6) – (2.11) egyenletekben szerepel a 3 három ismeretlen, az anatómiai fősíkokhoz tartozó nyíró-rugalmassági moduluszok. A próbatestek alaki és orientációs pontossága szempontjából a (2.7), (2.8) és (2.10) esetek a kedvezőbbek. Ez a három egyenlet így egy három egyenletből álló három ismeretlenes egyenletrendszer alkot, amelyek megoldásával kapjuk meg a megfelelő G értékeket.

A módszer hátránya, hogy a η_H módosító tényező meghatározásához szükség van a megfelelő nyíró-rugalmassági moduluszok ismeretére, illetve a számítások rekurzív eljárásokon alapulnak. Ezen kívül a mérések elvégzéséhez speciális eszközök szükségesek, illetve az alakváltozás mérése is meglehetősen bonyolult.

2.1.1.5. Lemez alakú próbatest csavarása

Egy másik speciális terhelés során a próbatest négyzetes, a oldalszélességű, lemez alakú (33. ábra).



33. ábra: Lemez alakú próbatest kialakítás és terhelés csavaró-vizsgálathoz

A mintadarab egymással szemben lévő két sarka alá van támasztva, a másik két szemközti sarkot pedig azonos nagyságú erővel terheljük (Kovács (1984), Vafai (1978), Yoshihara (2006)). Az a/d (ahol d a lemez vastagsága) arány növekedése a lemez véko-

nyodását jelenti. Ebben az esetben a feszültségi állapot jó közelítéssel síkbeli lesz. Az oldalakkal párhuzamos bármely keresztmetszet igénybevétele csavarás. A lemez középpontjában a függőleges, az alkalmazott erők hatásvonalával párhuzamos elmozdulást lehet mérni. Ebből az elmozdulásból és az alkalmazott erőből lehet visszaszámolni a nyíró-rugalmassági moduluszt.

$$G_{ij} = \frac{3}{8} \cdot \frac{F \cdot k^2}{\Delta d \cdot h^3}, \quad 2.12$$

ahol

G_{ij} - ($i, j = LR, TL, RT$) az i jelhez tartozó, tengelyek közötti szögváltozásnak megfelelő nyíró-rugalmassági modulusz,

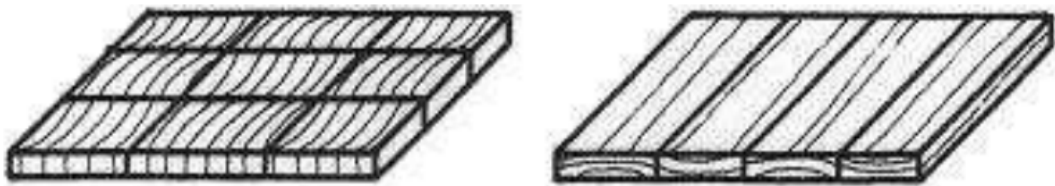
Δd - a lemez középpontjának függőleges elmozdulása,

k - a mérőkengyel feltámaszkodó pontjainak távolsága,

h - a lemez vastagsága,

F - az egyik sarkon alkalmazott terhelő erő.

Ez az eljárás elég népszerű lemeztermékek tulajdonságainak meghatározására. Hátránya, hogy a természetes faanyag esetén a próbatest nehezen alakítható ki, gyakran csak több elemből toldható össze (34. ábra). Az anatómiai főirányok közül a tangenciális irány nem lesz mindig párhuzamos a próbatest élével. Azonban az elmozdulás mérése viszonylag könnyen és pontosan elvégezhető. Gyakran alkalmazott eljárás.



34. ábra: Kisebb darabokból szélességben toldott elemek az R-T és L-T anatómiai fősíkokban (Szalai (2001))

2.1.1.6. Prizmatikus rúd közönséges hajlítása

Az 1.5.-ik fejezetben bemutatott példában láthattuk, hogy faanyag esetén a nyírásból származó lehajlás értéke ((Murata (2007), Naruse (2003), Yoshihara (2009), Yoshihara (2006), Yoshihara (2002), Yoshihara (1998)) jelentős. A 18. ábrán vázolt tartóban ébre-

dő igénybevételek szélsőértékének a segítségével kifejezhetjük a tartóban ébredő maximális feszültségeket adott terhelési mód esetén:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{I} \cdot y \quad \text{és} \quad \tau_{\max} = \frac{T_{\max} \cdot S_x(z)}{I \cdot v(z)}, \quad 2.13$$

A fellépő feszültségekhez tartozó alakváltozást a következő összefüggéssel fejezhetjük ki:

$$f = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot I \cdot E} + \frac{1,2 \cdot F \cdot L}{4 \cdot A \cdot G}, \quad 2.14$$

ahol

G – a faanyag nyíró-rugalmassági modulusza,

A – a keresztmetszet területe,

I – a keresztmetszet másodrendű nyomatéka,

L – az alátámasztás köze,

f – a maximális lehajlás értéke,

F – a terhelő erő.

A (2.14) képletből kifejezhetjük a nyíró-rugalmassági moduluszt:

$$\frac{1}{G} = \frac{4 \cdot A}{1,2 \cdot F} \cdot \left(\frac{f}{L} - \frac{F \cdot L^3}{L \cdot 48 \cdot I \cdot E} \right). \quad 2.15$$

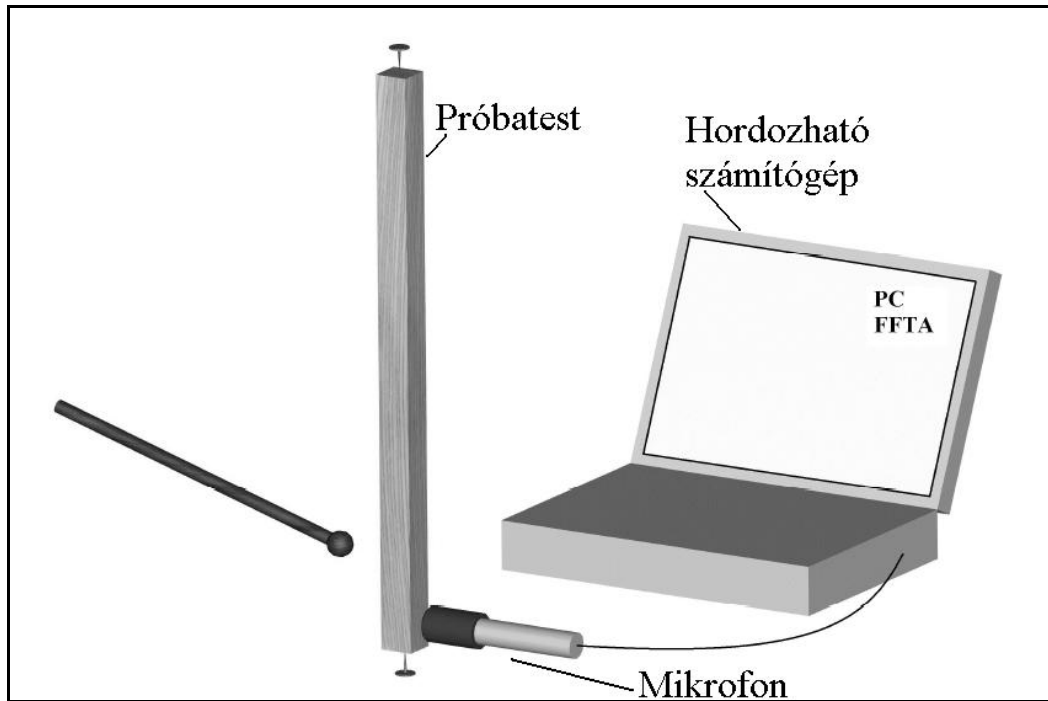
Az eljárás előnye, hogy kivitelezése egyszerű, az alakváltozás pontos mérése megoldott. Ugyanakkor szükség van a megfelelő rugalmassági moduluszok (E) ismeretére, azaz előre feltételezett, irodalmi értékekkel kell számolnunk. A módszert nemcsak három, hanem több pontos hajlítás alkalmazásával is használják, persze csak ott, ahol a hajlítás mellett nyírás is fellép. A jelenleg érvényben lévő, szerkezeti fa és rétegelt ragasztott fa nyíró-rugalmassági moduluszának meghatározására vonatkozó szabvány (MSZ-EN 408) is hajlító vizsgálat alapján határozza meg a nyíró-rugalmassági moduluszt.

2.1.2. Dinamikus vizsgálati módszerek

Az eddigi pontokban említett eljárások statikus nyíró-rugalmassági moduluszt adtak eredményül. Dinamikus anyagállandó meghatározására is lehetőség van, torziós rezgésekkel és közvetlen nyírósebesség méréssel (Dívós (2006), Schubert (2006), Weaver (1990)).

2.1.2.1. Torziós rezgések alkalmazása

A torziós rezgésekkel történő nyíró-rugalmassági modulusz meghatározást a 35. ábra szemlélteti. A próbatesteket álló helyzetben rajzszögekkel rögzítjük oly módon, hogy azok a próbatest középvonalát jelöljék ki. A mintákat torziós rezgésbe hozva mérhetjük a gerjesztett frekvenciákat a mikrofon segítségével.



35. ábra: A próbatest torziós frekvenciájának meghatározása

(Dívós (2006))

A nyíró-rugalmassági modulusz számítására az alábbi összefüggést alkalmazzuk:

$$G_{din,tor} = \left(\frac{2 \cdot L \cdot f_t}{n} \right)^2 \cdot \frac{\rho \cdot I_p}{K_t}, \quad 2.16$$

ahol, f_t – torziós frekvencia,

L – próbatest hossza,

ρ – a próbatest sűrűsége,

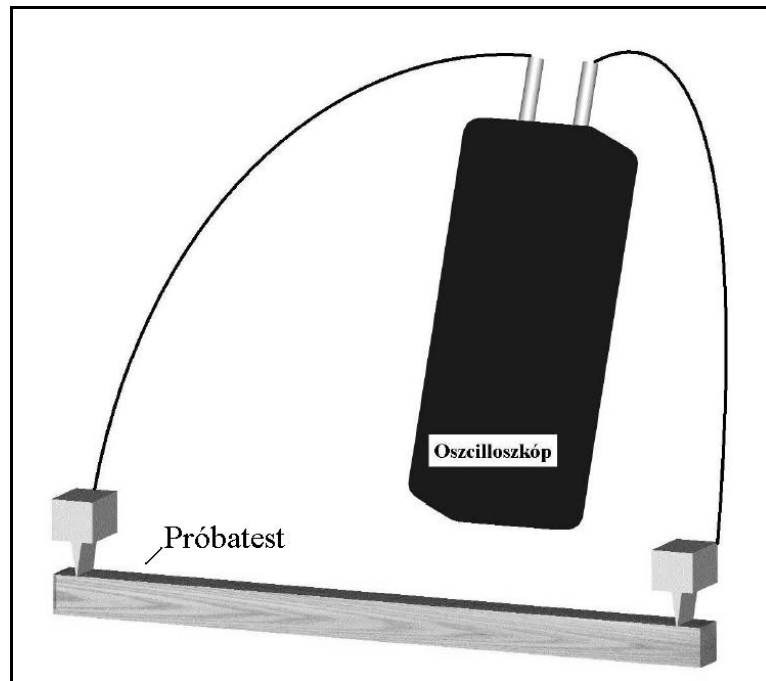
n – móduszsám,

I_p – poláris inercia,

K_t – keresztmetszeti tényező.

2.1.2.2. Nyírósebesség mérése

A közvetlen nyírósebesség mérésével történő G – modulus meghatározásához a nyírósebesség méréséhez speciális nyíróérzékelőket használunk (36. ábra).



36. ábra: A transzverzális hullám terjedési idejének meghatározás oszcilloszkóp segítségével
(Dívós (2006))

A nyíróhullámok terjedési idejéből és az érzékelők távolságából meghatározhatjuk a nyírósebességet:

$$c_G = \frac{s_{ny}}{t_{ny}}, \quad 2.17$$

ahol, c_G – nyírósebesség,

s_{ny} – a nyíró érzékelők távolsága,

t_{ny} – az oszcilloszkópról leolvasott terjedési idő.

A (2.17) egyenletben kiszámított nyírósebesség segítségével a nyíró-rugalmassági modulusz a következők szerint határozható meg:

$$G_{din,seb} = \rho \cdot c_G^2, \quad 2.18$$

ahol, c_G – nyírósebesség,

ρ – a próbatest sűrűsége.

2.1.2.3. Timoshenko elmélet

Az E és a G anyagállandók meghatározására kidolgoztak a hajlító-rezgések frekvenciájának a mérésén alapuló eljárást (Weaver (1990)). Ezt Timoshenko elméletnek hívják. Ez az elmélet a hajlítórezgések mozgásegyenletének negyedfokú sorbafejtéséből indul ki és a következő differenciál egyenlettel jellemzi a rúd rezgését (Horváth (2010)):

$$E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 r}{\partial r^4} + \rho \cdot A \cdot \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} - \rho \cdot I \cdot \left(1 + \frac{E}{\beta \cdot G}\right) \cdot \frac{\partial^4 r}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 \cdot I}{\beta \cdot G} \cdot \frac{\partial^4 r}{\partial t^4} = 0, \quad 2.19$$

ahol, β – nyíró faktor (1/1,2 prizmatikus rudak esetén),

r – kitérés,

x – a futópont koordinátája a rúd hosszirányában,

t – idő,

A – keresztmetszet,

ρ - sűrűség,

I – tehetetlenségi nyomaték,

E – hajlító rugalmassági modulusz,

G – nyíró-rugalmassági modulusz.

A fenti (2.19) egyenlet bonyolult, és a megoldásához legalább két rezgési módusban mért frekvenciára van szükség. A differenciálegyenletnek közvetlen megoldó képlete nincs, az eredmények (E és G) csak iterációs módszerekkel számíthatók ki. A megoldást egy iterációs algoritmus program segítségével számíthatjuk (Chui (1989)).

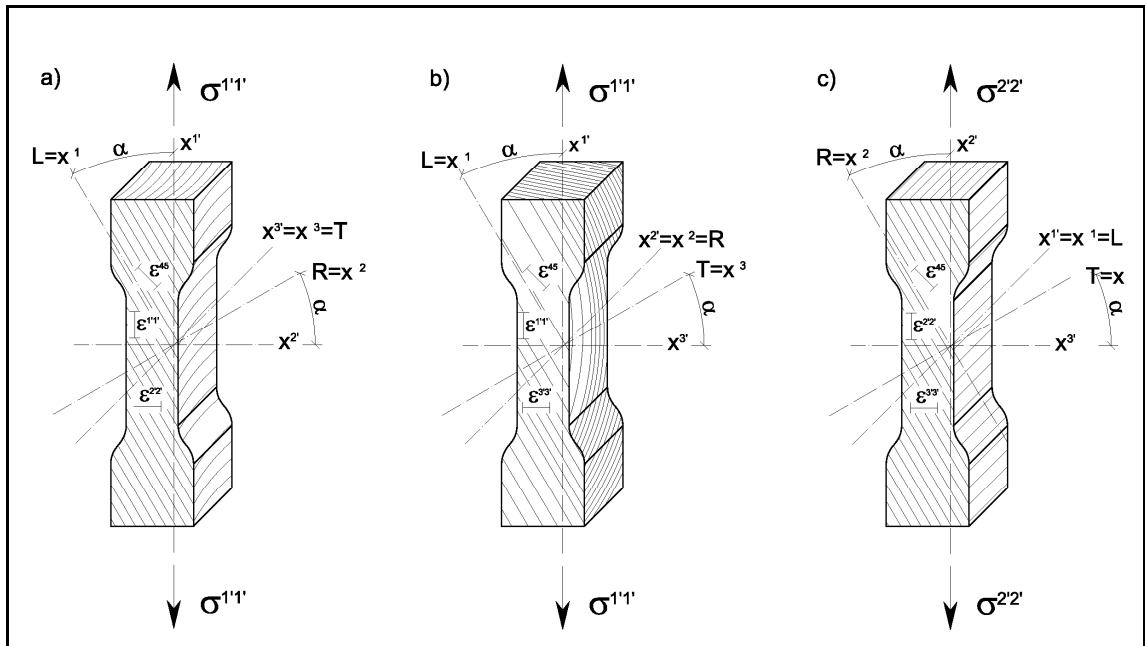
A dinamikus eljárások előnye, hogy – kellő tapasztalat mellett – gyorsan kivitelezhető és roncsolásmentes vizsgálatot tesz lehetővé.

2.2. Közvetett módszer(ek) – Az anatómiai vagy szerkezeti főirányokon kívül eső húzó – vagy nyomó-igénybevétel alkalmazása

A technikai rugalmas állandók közötti kapcsolatok sokszor lehetővé tesznek olyan eljárásokat, amelyekkel nem kifejezetten nyíráshoz kapcsolódó állapot- és anyagjellemzők mérésével határozhatjuk meg a nyíró-rugalmassági moduluszokat. Az alkalmazhatóság feltétele az anizotrop anyag.

Az 2.1. fejezetben a természetes faanyag nyíró-rugalmassági moduluszának meghatározására bemutatott módszerek mindegyike valamilyen mérési vagy elméleti problémát, pontatlanságot, nehézséget tartalmaz. Ezek kiküszöbölésére az anizotrop anyagok nyíró-rugalmassági moduluszának a meghatározására a következő közvetett eljárást dolgozták ki (Szalai (2001), Ebrahimi (1981), Hearmon (1948), Hearmon

(1960), Laghdir (2008), Liu (2002), Liu (2005), Pierron (1994), Piendra (1986), Sliker (1993), Xavier (2004), Yoshihara (2000), Zhang (1991)).



37. ábra: Próbatetest kialakítás és terhelés húzó-nyomó vizsgálatokhoz

A próbatestet úgy készítjük el, hogy beleessen valamelyik anatómiai fősíkba és hossz tengelye az anatómiai főiránnyal α szöget zárjon be (37. ábra). Ha húzásra vagy nyomásra terheljük a 37./a) ábrán látható próbatestet, akkor elmondható, hogy a próbatetest középső kétharmadában jó közelítéssel csak normál-igénybevétel lép fel. Az ortognálisan anizotrop anyag ebben a síkban egy 2-fogású forgató tengellyel rendelkezik, az általános Hook-törvény az (1.17) egyenlőség alapján a következő alakban írható fel:

$$[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6] = \begin{bmatrix} s_{11'} & s_{12'} & s_{13'} & 0 & 0 & s_{16'} \\ s_{21'} & s_{22'} & s_{23'} & 0 & 0 & s_{26'} \\ s_{31'} & s_{32'} & s_{33'} & 0 & 0 & s_{36'} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44'} & s_{45'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{54'} & s_{55'} & 0 \\ s_{61'} & s_{62'} & s_{63'} & 0 & 0 & s_{66'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma^{1'} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad 2.20$$

ahol,

ε_i - ($i' = 1', 2', 3', 4', 5', 6'$) az alakváltozási állapot tenzora,

$\sigma^{1'1'}$ - az feszültségi állapot egyetlen komponense,

$s_{i'j'}$ - ($i'j' = 1', 2', 3', 4', 5', 6'$) alakíthatósági anyagtenzor,

ami az 1.2. fejezetben bemutatott indexes jelölésmódot alkalmazva így változik:

$$\begin{matrix} \varepsilon_{11'} \\ \varepsilon_{22'} \\ \varepsilon_{33'} \\ 2 \cdot \varepsilon_{23'} \\ 2 \cdot \varepsilon_{13'} \\ 2 \cdot \varepsilon_{12'} \end{matrix} = \begin{bmatrix} s_{11'11'} & s_{11'22'} & s_{11'33'} & 0 & 0 & 2 \cdot s_{11'12'} \\ s_{22'11'} & s_{22'22'} & s_{22'33'} & 0 & 0 & 2 \cdot s_{22'12'} \\ s_{33'11'} & s_{33'22'} & s_{33'33'} & 0 & 0 & 2 \cdot s_{33'12'} \\ 0 & 0 & 0 & 4 \cdot s_{23'23'} & 4 \cdot s_{23'31'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \cdot s_{31'23'} & 4 \cdot s_{31'31'} & 0 \\ 2 \cdot s_{12'11'} & 2 \cdot s_{12'22'} & 2 \cdot s_{12'33'} & 0 & 0 & 4 \cdot s_{12'12'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma^{11'} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad 2.21$$

A (2.21) mátrixegyenletet kifejtve a következő egyenletrendszert kapjuk:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11'} &= s_{11'11'} \cdot \sigma^{11'} \\ \varepsilon_{22'} &= s_{22'11'} \cdot \sigma^{11'} \\ \varepsilon_{33'} &= s_{33'11'} \cdot \sigma^{11'} \\ \varepsilon_{23'} &= 0 \cdot \sigma^{11'} \\ \varepsilon_{13'} &= 0 \cdot \sigma^{11'} \\ \varepsilon_{12'} &= s_{12'11'} \cdot \sigma^{11'} \end{aligned} \quad 2.22$$

A 37./a ábrának megfelelően az anizotrop anyag Hooke-törvényét a vesszős koordináta-rendszer szerint írtam fel. Az ábrákon feltüntettem egy vesszőtlen koordináta rendszert is, aminek a tengelyei egybe esnek a természetes faanyag anatómiai főirányaival. Látható, hogy a próbatest $x^{1'}$, $x^{2'}$, $x^{3'}$ tengelyei közül mindig csak az egyik esik egybe a természetes valamelyik anatómia főiránnyal. A minta másik kettő iránya α szöget zár be a fa másik kettő anatómiai főirányával. Azaz az egybeeső irány tengelye körül α szöggel elforgatjuk a másik két tengelyt. A megegyező irányt mindig az határozza meg, hogy melyik síkhoz tartozó nyíró-rugalmassági moduluszt szeretnénk megadni. Amennyiben a 37. ábrán bemutatott mérést az anatómiai főirányokban kivágott próbatesteken (vesszőtlen koordináta-rendszer) végezzük el, akkor a (2.22) egyenletek a következők szerint alakulnak:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= s_{1111} \cdot \sigma^{11} \\ \varepsilon_{22} &= s_{2211} \cdot \sigma^{11} \\ \varepsilon_{33} &= s_{3311} \cdot \sigma^{11} \\ \varepsilon_{23} &= 0 \cdot \sigma^{11} \\ \varepsilon_{31} &= 0 \cdot \sigma^{11} \\ \varepsilon_{12} &= s_{1211} \cdot \sigma^{11} \end{aligned} \quad 2.23$$

A (2.22) és (2.23) egyenletekben szereplő s_{ijkl} és $s_{i'j'k'l'}$ alakíthatósági tenzor-elemek ugyanazon anyag anyagjellemzői. Értékük nem megegyező a kettő, egymáshoz viszonyítva α szöggel elforgatott derékszögű koordináta-rendszerben, hiszen az alakváltozá-

sok jelentősen eltérnek a különböző anatómiai irányokban. Azonban az már nem igaz, hogy az anyagtulajdonságok is megváltoznak a koordináta-rendszer elforgatása után. Ezért az s_{ijkl} és $s_{i'j'k'l'}$ tenzor-elemek között szoros kapcsolatnak kell fennállnia. Ezt a kapcsolatot az (1.24) egyenletben már megfogalmaztam.

A (1.24) transzformációs összefüggést a (2.22) egyenletekben szereplő alakíthatósági tenzor elemekre alkalmazzuk az anizotrop anyagokra általánosan jellemző 21 db független komponens felhasználásával, majd az alakíthatósági tenzor elemeit kifejezzük a rugalmas állandókkal. A koordinátarendszer forgatásnak megfelelően a transzformációs mátrix elemei a következő táblázatban kerültek összefoglalásra:

4. táblázat: $\beta_{l'}^i$ ($i, j, k, l, l' = 1', 2', 3'$; $i, j, k, l = 1, 2, 3$) iránykoszinuszok megadása a 37/a. ábra koordinátarendszere esetében

	x_1	x_2	x_3
x_1'	$\beta_{1'}^1 = \cos\alpha$	$\beta_{1'}^2 = -\sin\alpha$	$\beta_{1'}^3 = 0$
x_2'	$\beta_{2'}^1 = \sin\alpha$	$\beta_{2'}^2 = \cos\alpha$	$\beta_{2'}^3 = 0$
x_3'	$\beta_{3'}^1 = 0$	$\beta_{3'}^2 = 0$	$\beta_{3'}^3 = 1$

$$\begin{aligned}
\frac{\epsilon_{1'1'}}{\sigma_{1'1'}} &= s_{1'1'1'1'} = s_{1111} \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 + s_{2222} \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 + s_{3333} \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 + \\
& s_{1122} \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 + s_{2211} \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 + s_{1133} \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 + s_{3311} \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 + \\
& s_{2233} \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 + s_{3322} \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 + s_{2323} \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 + s_{2332} \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 + \\
& s_{3232} \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 + s_{3223} \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^3 + s_{3131} \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 + s_{3113} \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 + \\
& s_{1313} \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 + s_{1331} \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^3 \cdot \beta_{1'}^1 + s_{1212} \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 + s_{2112} \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 + \\
& s_{2121} \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 + s_{2112} \cdot \beta_{1'}^2 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^1 \cdot \beta_{1'}^2 = \\
& = s_{1111} \cdot \cos^4 \alpha + s_{2222} \cdot \sin^4 \alpha + s_{1122} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + s_{2211} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \\
& + s_{1212} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + s_{2112} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + s_{2121} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + s_{2112} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \\
& = \frac{1}{E_L} \cdot \cos^4 \alpha + \frac{1}{E_R} \cdot \sin^4 \alpha + \left(-\frac{\nu_{RL}}{E_R} \right) \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \left(-\frac{\nu_{RL}}{E_R} \right) \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \\
& + \frac{1}{4 \cdot G_{LR}} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{4 \cdot G_{LR}} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{4 \cdot G_{LR}} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{4 \cdot G_{LR}} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \\
& = \frac{1}{E_L} \cdot \cos^4 \alpha + \frac{1}{E_R} \cdot \sin^4 \alpha - 2 \cdot \frac{\nu_{RL}}{E_R} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{G_{LR}} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha
\end{aligned}$$

2.24

A (2.24) levezetéshez hasonlóan fejezhetjük ki a (2.22) egyenletekben szereplő további alakíthatósági tenzor-elemeket:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{22'}}{\sigma^{1'1'}} &= s_{22'1'1'} = \\ &= \frac{1}{E_L} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{E_R} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha - \frac{v_{RL}}{E_R} \cdot (\cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha) - \frac{1}{G_{LR}} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha \end{aligned} \quad 2.25$$

$$\frac{\varepsilon_{33'}}{\sigma^{1'1'}} = s_{33'1'1'} = -\frac{v_{TR}}{E_T} \cdot \sin^2 \alpha - \frac{v_{LT}}{E_L} \cdot \cos^2 \alpha, \quad 2.26$$

$$\frac{\varepsilon_{23'}}{\sigma^{1'1'}} = s_{23'1'1'} = 0, \quad 2.27$$

$$\frac{\varepsilon_{31'}}{\sigma^{1'1'}} = s_{31'1'1'} = 0, \quad 2.28$$

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{12'}}{\sigma^{1'1'}} = s_{12'1'1'} &= \frac{1}{E_R} \cdot \cos \alpha \cdot \sin^3 \alpha - \frac{1}{E_L} \cdot \cos^3 \alpha \cdot \sin \alpha - \frac{v_{RL}}{E_R} \cdot (\cos^3 \alpha \cdot \sin \alpha - \cos \alpha \cdot \sin^3 \alpha) + \\ &+ \frac{1}{2 \cdot G_{LR}} \cdot (\cos^3 \alpha \cdot \sin \alpha - \cos \alpha \cdot \sin^3 \alpha) \end{aligned} \quad 2.29$$

A (2.24), (2.25) és (2.29) egyenletek egy három egyenletből álló három-ismeretlenes egyenletrendszert alkotnak. Az egyik ismeretlen az LR anatómiai fősíkhhoz tartozó nyíró-rugalmassági modulusz. Azaz az egyenletrendszer G_{LR} -re kell megoldanunk. Először képezzük a (2.24) és (2.25) egyenletek különbségét:

$$\frac{\varepsilon_{1'1'} - \varepsilon_{2'2'}}{\sigma^{1'1'}} = \frac{4 \cdot \cos^4 \alpha - \sin^2 2\alpha}{4 \cdot E_L} + \frac{4 \cdot \sin^4 \alpha - \sin^2 2\alpha}{4 \cdot E_R} + \frac{\sin^2 2\alpha}{2 \cdot G_{LR}} + v_{RL} \cdot \frac{(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)^2}{E_R}, \quad 2.30$$

majd a (2.29) egyenletből kifejezem v_{RL} -t:

$$v_{RL} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} - \frac{E_L \cdot \cos^2 \alpha}{E_L \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} + \frac{E_R}{2 \cdot G_{LR}} - \frac{E_R \cdot \varepsilon_{12'}}{\sigma^{1'1'} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}, \quad 2.31$$

végül a (2.31) egyenletben kifejezett v_{RL} -t behelyettesítem (2.30) – be és egyszerűsítés után a következő összefüggést kapjuk G_{LR} -re:

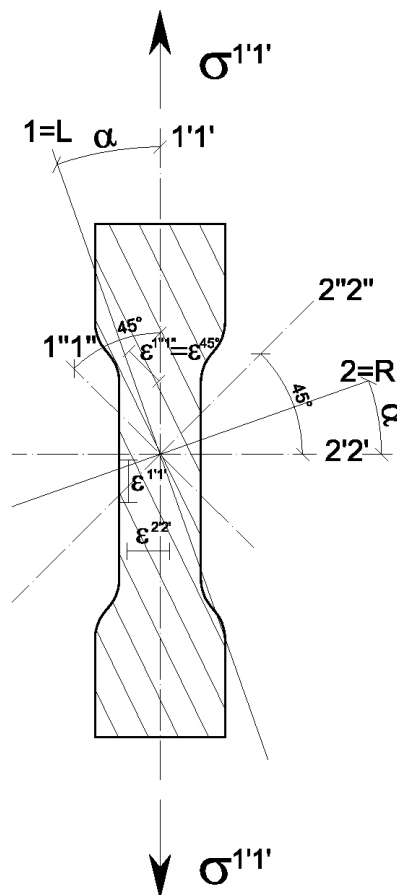
$$G_{LR} = \frac{\sigma^{1'1'} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot (\varepsilon_{1'1'} - \varepsilon_{2'2'}) + 2 \cdot \varepsilon_{12'} \cdot \cos 2\alpha}. \quad 2.32$$

A 38. ábrán – hasonlóan a 37. ábrához - három irányban mérjük az alakváltozást: $\varepsilon_{1'1'}$, $\varepsilon_{2'2'}$, $\varepsilon_{1''1''} = \varepsilon_{45}$, ahol az $\varepsilon_{1''1''} = \varepsilon_{45}$ irány megegyezik a kétvesszős koordináta-rendszer tengelyével. A $\varepsilon_{1''1''} = \varepsilon_{45}$ komponens értékét kifejezzük a vesszős koordináta-rendszerben az $\varepsilon_{i'j'} = \varepsilon_{ij} \cdot \beta_{i'}^i \cdot \beta_{j'}^j$ transzformációs összefüggéssel ($\beta_{1'}^1 = \cos 45^\circ$, $\beta_{1'}^2 = \sin 45^\circ$, $\beta_{1'}^3 = 0$):

$$\varepsilon_{1''1''} = \varepsilon_{45} = \varepsilon_{1'1'} \cdot \frac{1}{2} + \varepsilon_{1'2'} \cdot \frac{1}{2} + \varepsilon_{2'1'} \cdot \frac{1}{2} + \varepsilon_{2'2'} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_{1'1'} + \varepsilon_{2'2'}) + \varepsilon_{1'2'} \quad 2.33$$

Az (2.33) egyenletből az $\varepsilon_{1'2'}$ alakváltozási komponens, ha kifejezzük:

$$\varepsilon_{1'2'} = \varepsilon_{1''1''} - \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_{1'1'} + \varepsilon_{2'2'}) = \varepsilon_{45} - \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_{1'1'} + \varepsilon_{2'2'}) \quad 2.34$$



38. ábra: Próbatest kialakítás és terhelés húzó-nyomó vizsgálatokhoz az $\varepsilon_{1'2'}$ alakváltozási komponens meghatározásához

Az (2.34) –t behelyettesítem az (2.32) egyenletbe:

$$G_{LR} = \frac{\sigma^{1'1'} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot (\varepsilon_{1'1'} - \varepsilon_{2'2'}) + 2 \cdot \left[\varepsilon_{45} - \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_{1'1'} + \varepsilon_{2'2'}) \right] \cdot \cos 2\alpha}. \quad 2.35$$

Ha az LR sík T tengely körüli elforgatása $\alpha = 45^\circ$, akkor a (2.35) egyenlet tovább egyszerűsödik:

$$G_{LR} = \frac{\sigma^{1'1'}}{2 \cdot (\varepsilon_{1'1'} - \varepsilon_{2'2'})}, \quad 2.36$$

ahol,

G_{LR} – az LR síkhoz tartozó nyírórugalmassági modulusz,
 $\varepsilon_{1'1'}$ - a terhelés irányával párhuzamos fajlagos alakváltozás,
 $\varepsilon_{2'2'}$ - a terheléssel irányára merőleges fajlagos alakváltozás,
 $\sigma^{1'1'}$ a terhelés hatására fellépő normálfeszültség.

A 37. /b) és 37. /c) ábrákon bemutatott próbatestek húzó-nyomó terhelésével a másik két anatómiai fősíkhöz tartozó nyíró rugalmassági modulusz hasonló módon meghatározható. Az általános képlet a következők szerint néz ki:

$$G_{ij} = \frac{\sigma^{i'i'} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot (\varepsilon_{i'i'} - \varepsilon_{j'j'}) + 2 \cdot \left[\varepsilon_{ij}^{45} - \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_{i'i'} + \varepsilon_{j'j'}) \right] \cdot \cos 2\alpha}, \quad 2.37$$

illetve

$$G_{ij} = \frac{\sigma^{i'i'}}{2 \cdot (\varepsilon_{i'i'} - \varepsilon_{j'j'})}, \quad 2.38$$

ahol,

$i', j' = 1', 2', 3'$, $i, j = 1, 2, 3$ és $1 = L$; $2 = R$; $T = 3$.

Ezzel általánosan is megfogalmaztuk a nyíró-rugalmassági modulusz meghatározásának közvetett módon történő meghatározását. A (2.37) és (2.38) egyenletekből jól látszódik, hogy adott anatómiai fősíkhöz tartozó G meghatározásához megfelelő orientációjú és

kialakítású próbatestet kell normál-igénybevétellel terhelni és az alakváltozást kell mérni kettő vagy három irányban.

Abban a speciális esetben, ha az orientáció 45° -os, akkor a (2.37) egyenletbe az $\alpha = 45^\circ$ behelyettesítéssel kapjuk meg a (2.38) összefüggést. Ilyen speciális orientáció esetén tehát elegendő két irányban mérni a ható erőhöz tartozó alakváltozást az anatómiai fő síkhoz tartozó G meghatározásához.

3. A közvetett módszer kísérleti megvalósítása

A (2.37) és (2.38) egyenletek értelmében a feladatunk a megfelelő orientációjú próbatest húzó- vagy nyomó-igénybevétellel történő terhelése során a fellépő egyszerű feszültségi állapothoz tartozó alakváltozás mérése a próbatest hosszirányával párhuzamosan és arra merőlegesen. A mintadarab terhelését viszonylag egyszerűen kivitelezhetjük, a próbatestet anyagvizsgáló készülékkel (pl.: FPZ-100/1) terheljük. A terhelő erő nagyságának és a keresztmetszet hányadosának az ismeretében egyszerűen meghatározhatjuk az húzó- vagy nyomófeszültséget. A jelentős feladat az alakváltozás mérésének a pontos, megbízható és gyors kivitelezése.

3.1. Alakváltozás – mérés nyúlásmérő bélyegekkel

A nyúlásmérő bélyegeket alakváltozás mérésére már évtizedek óta széles körben alkalmazzák megbízhatóan. A különböző típusú bélyegek kifejlesztésére az készítette a tudósokat, hogy az egyes tartószerkezetekben ébredő feszültségeket közvetlenül nem tudták és ma sem tudják mérni. Az alakváltozás pontos mérésével és a Hooke-törvény felhasználásával közvetett úton juthatunk az ébredő feszültségek értékének a meghatározásához. Ennek a tudomány széles területén veszik hasznát a kutatók: orvostudomány, űr- és repüléstechnológia, gépipar, építőipar, stb.

A nyúlásmérő bélyegeket készítésük szerint csoportosíthatjuk huzal-, fólia- vagy félvezető bélyeg csoportokba. A klasszikus eset, amikor valamilyen vezető anyagot, huzalt rögzítenek egy hordozórétegen. A rögzítés technológiája és a hordozó anyaga is több féle lehet, de általában valamilyen műanyagra kerül a vezető. A vastagsága a bélyegeknek μm nagyságrendű, rögzítésükhöz speciális ragasztóanyagokat alkalmaznak, attól függően, hogy milyen anyagra helyezük fel a bélyeget.

A nyúlásmérő bélyegek működése azon az elven alapul, hogy egy vezető ellenállása egyenes arányban áll a vezető hosszával és fordított arányban a vezető keresztmetszetével.

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}, \quad 3.1$$

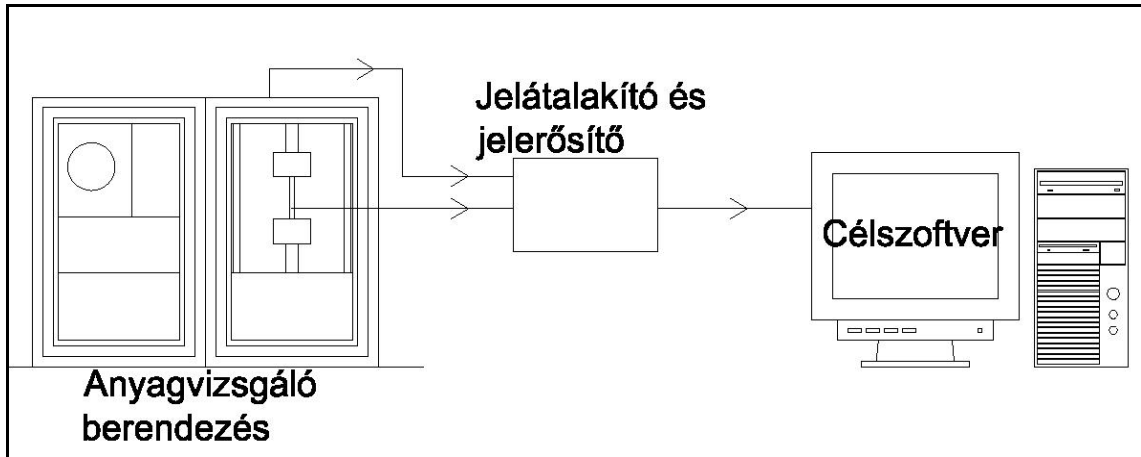
ahol,

L – a vezető hossza,

A – a vezető keresztmetszete,

ρ - az anyagra jellemző fajlagos ellenállás.

A megfelelően felhelyezett nyúlásmérő bélyegen a vezető a terhelésnek megfelelően megrövidül vagy meghosszabbodik, ezzel párhuzamosan a keresztmetszete kisebb vagy nagyobb lesz. Az ellenállás változásából pontosan meghatározhatjuk a fajlagos alakváltozást.

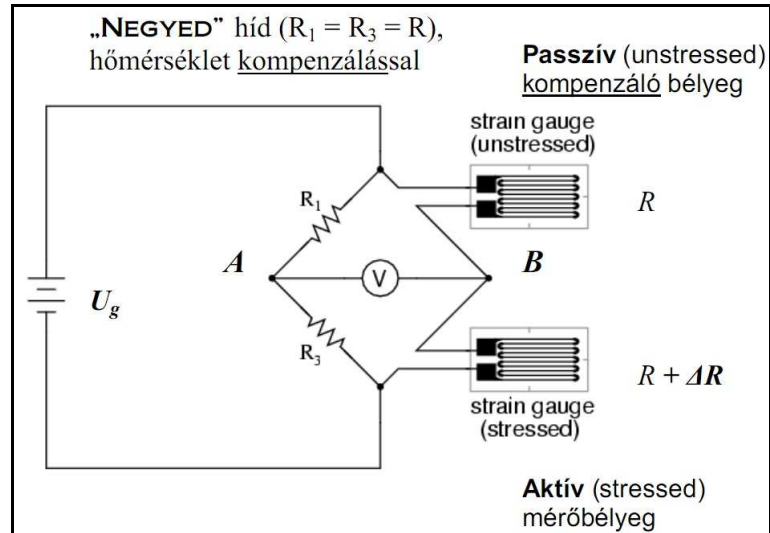


39. ábra: A nyúlásmérő bélyeggel történő alakváltozás mérés elvi elrendezése

A nyúlásmérő bélyegeknél ma már számtalan fajtáját kifejlesztették, annak függvényében, hogy milyen anyagon kerül alkalmazásra, illetve milyen irányú alakváltozás ismeretére van szükség. A faszervezetekkel kapcsolatos kutatások viszonylag kis száma eddig nem indokolta, hogy tartószerkezetek fa elemeire megbízhatóan rögzíthető és felhasználható nyúlásmérő bélyegeket fejlesszenek ki. A piacon napjainkban a fémekre, a műanyagokra és a betonra rögzíthető különböző típusú bélyegek találhatók meg a legszélesebb körben. Faanyagokhoz a fémekre vagy a műanyagokra kifejlesztett bélyegeket javasolják használni, utalva arra, hogy a kétkomponensű ragasztóanyag kikeverésekor figyelembe kell venni a faanyag lényegesen nagyobb nedvszívó képességét. Ez a megfelelő rögzítés miatt nagyon fontos. A különböző irányú hosszváltozások mérésére számtalan típusú bélyeg alkalmazható - a két egymásra merőleges irányú alakváltozás méréséhez két darab különálló bélyeg is felragasztásra kerülhet. Azonban ma már léteznek olyan bélyegek is, amelyek egyszerre kettő, illetve több irányban is képesek a hosszváltozást megbízhatóan érzékelni. Természetesen az egyszerre egy, illetve az egyszerre több irányú alakváltozás meghatározását lehetővé tevő eszközök ára között jelentős különbségek vannak.

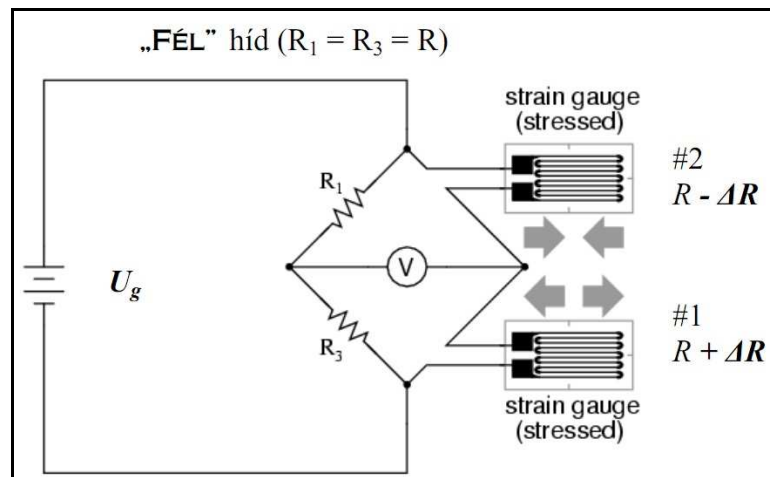
A nyúlásmérő bélyegek a hőmérsékletváltozásra érzékeny eszközök. A mérés közbeni hőmérsékletváltozás nemcsak a huzalok és vezetékek geometriai méreteit változtatja meg, de lényegesen befolyásolja a vezetékek fajlagos ellenállását is. A mérő-

rendszer vezetékének felmelegedéséből adódó hibák kiküszöbölésére a nyúlásmérő-bélyegek különböző bekötési módja ad lehetőséget. A 40. ábrán a bélyeg bekötésének negyed-híd módja látható hőmérsékletkompenzációval.



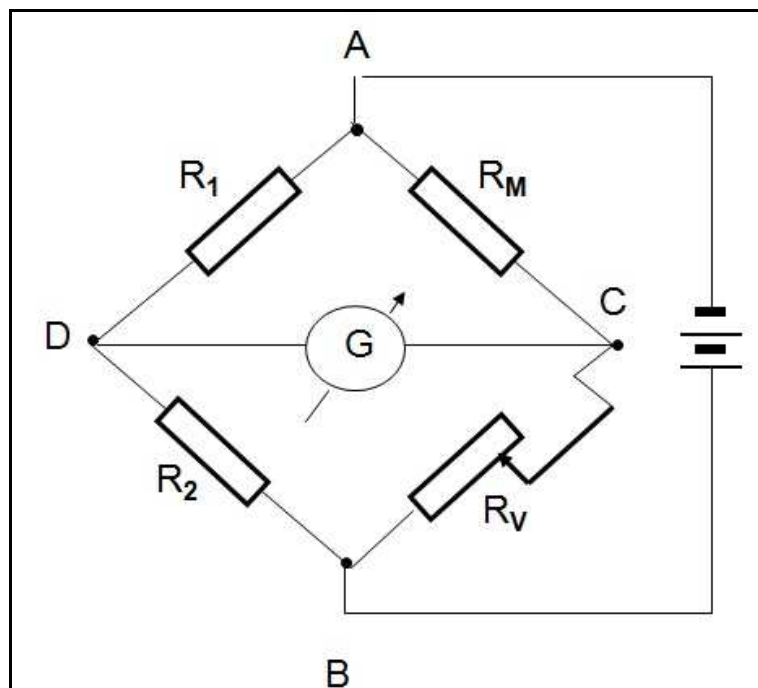
40. ábra: Nyúlásmérő bekötése negyed híd formában, hőmérséklet kompenzációval (www.hit.bme.hu)

Az alsó bélyeg a terhelt próbatesten helyezkedik el, a felső, passzív bélyeg pedig terheletlen. A környezeti feltételek mindkettő esetében azonosak. A 41. ábrán egy aktív bélyegpár bekötési rajza látható, amely már hőmérséklet kompenzált, de nem teljes a kompenzáció. A fél híd bekötési mód klasszikus példája a nyomaték mérő kapcsolás.



41. ábra: Nyúlásmérő bekötése fél híd formában, hőmérséklet kompenzációval (www.hit.bme.hu)

A tökéletes hőmérséklet kompenzációt és a külső tényezők teljes függetlenítését a teljes híd bekötési mód biztosítja. Ennek ismert neve az úgynevezett Wheatston híd (42. ábra).



42. ábra: Nyúlásmérő bekötése teljes híd formában, Wheatston - híd

Ezt a fajta bekötést erőmérő cellákban alkalmazzák. Az R_M mérőbélyeget a másik három ellenállással mérőhídba kapcsolják össze. Az R_V változtatható ellenállás, míg R_1 és R_2 állandó ellenállások. Az A és B pontok között egyenáramú tápforrást kötnek be, a D és C pontok közé pedig egy árammérőt. A bekötési mód során a mérőbélyeg függetleníti magát minden külső hatástól és kompenzálja saját magát.

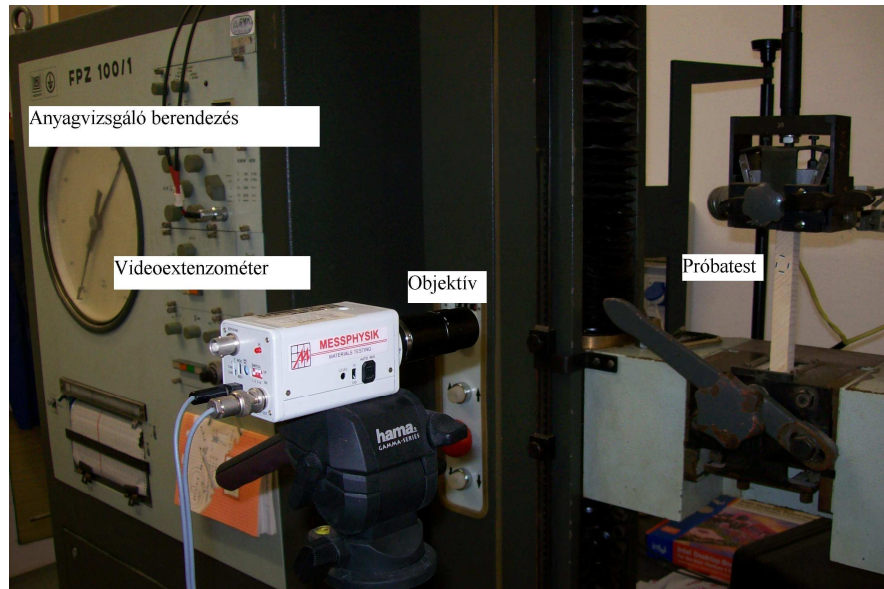
3.2. Alakváltozás – mérés optikai eszközökkel

A nagy felbontású képfelvevő és képrögzítő berendezések elterjedésével és fejlődésével napjainkra lehetőség nyílik különböző folyamatok és jelenségek pontos vizsgálatára, részletes megismerésére. Így a különböző terhelési esetek során bekövetkező alakváltozási folyamatokat is nyomon követhetjük. Ez egy érintésmentes technológia, az egyes rendszereknek az egyik alap eleme a nagyfelbontású kamera, a másik pedig egy feldolgozó szoftver. A különböző rendszerek abban térnek el egymástól, hogy milyen módszert alkalmaznak a deformációk meghatározására.

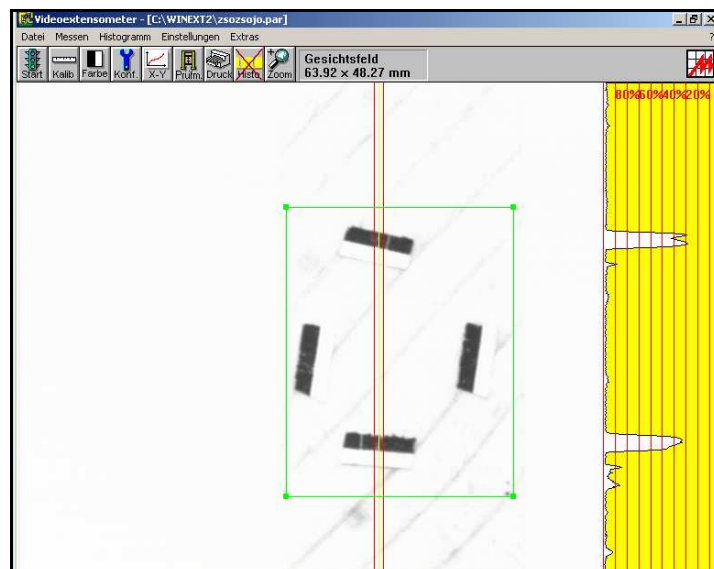
3.2.1. A Videoextenzométer ME 46

Ennek a rendszernek az egyik fő eleme az állványon elhelyezhető videokamera (43. ábra). A kamera képének a felbontása 795×596 Pixel (összesen $\sim 0,5$ MPixel). A kame-

rán különböző lencsákat (objektív) helyezhetünk el, amelyek tovább növelik a felbontás mértékét, illetve segítik a szükséges képfelbontás és a megfelelő fókusztávolság beállítását. A kamera által látott kép élességét és a fényviszonyokat a lencse beállítási lehetőségeivel lehet szabályozni.



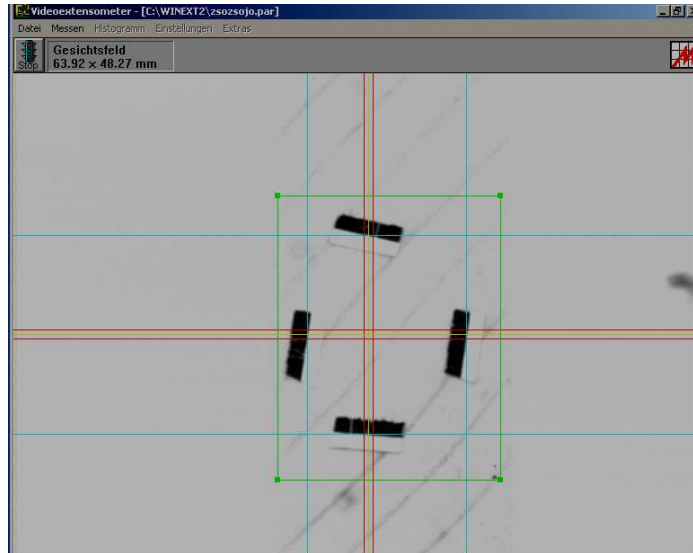
43. ábra: A videoextenzométer, rajta az objektívvel - háttérben az anyagvizsgáló berendezés



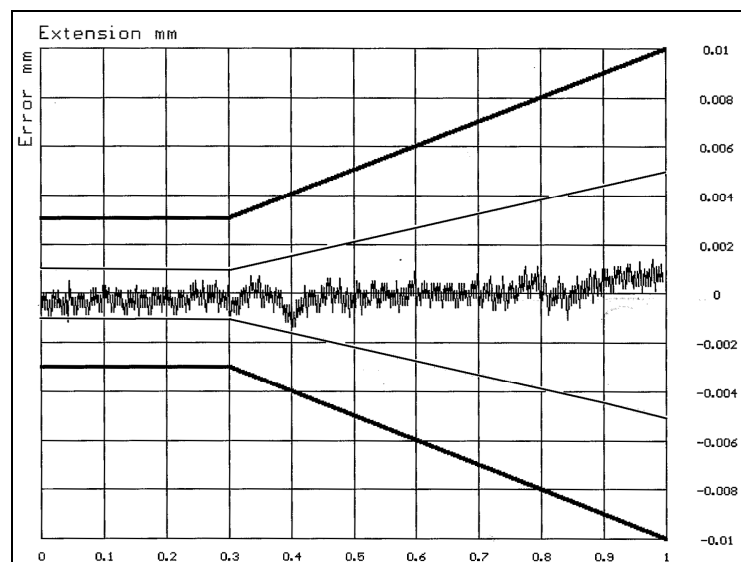
44. ábra: A jelfelismerés alapja - éles váltást érzékel a számítógép a szürkeérték tartományban a fehér-fekete határvonalon

Az alakváltozás mérését egy, az extenzométerhez tartozó szoftver segítségével végezzük. A szoftver a kijelölt területen mérőjeleket keres, aminek az alapja a jelentős ugrás a szürkeérték-eloszlás 0-255 egységtartományában. A mérőjel felismerésének alapját mu-

tatja be a 44. ábra jobb oldala, ahol jól láthatóan érzékelt a számítógép a szürkeérték tartományban történt jelentős változást. Ahol a legnagyobb eltérést észleli a gép, ott helyezi el automatikusan a mérőjelet. Ezek a mérőjelek hossz és keresztirányban, egymással párhuzamos egyenesek formájában jelennek meg a képernyőn. A 45. ábrán világoskék vonalak mutatják ezeket.



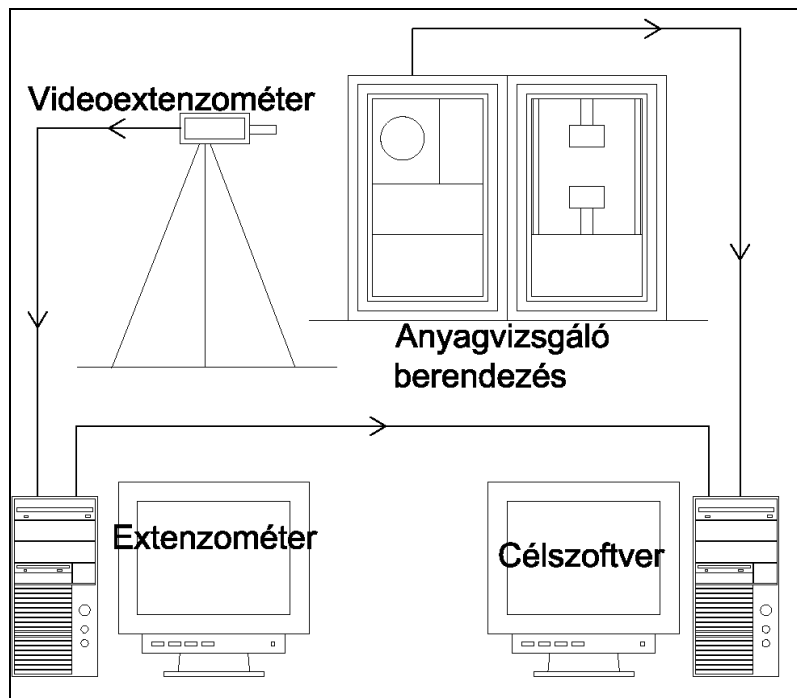
45. ábra: A mérőjelek automatikus felismerése és elhelyezése világoskék vonalak formájában jelenik meg a monitoron



46. ábra: A videoextenzométer pontossága – az alakváltozás [mm] függvényében a hiba [mm] a szabványok által előírt szigorúbb pontossági osztályon is belül van

A mérőjelek egyértelmű és pontos felismerésének az érdekében a fa próbatesteken egy vékony, fekete-fehér csíkot kell elhelyezni. Ezen kívül nagyon fontos, hogy a kép éles-

sége és a fényerő megfelelő módon legyen beállítva. A mérőjelek egymáshoz viszonyított elmozdulását, távolságuk megváltozását a számítógép automatikusan, nagy pontossággal dolgozza fel (46. ábra). Az anyagvizsgáló berendezés egy másik számítógépre van csatlakoztatva. A terhelő erő jelei közvetlenül, az extenzométer adatai közvetve ide érkeznek be – a rendszer működését egy sematikus ábrán keresztül mutatom be (47. ábra).



47. ábra: A mérés folyamata, az adatok feldolgozása – elméletben

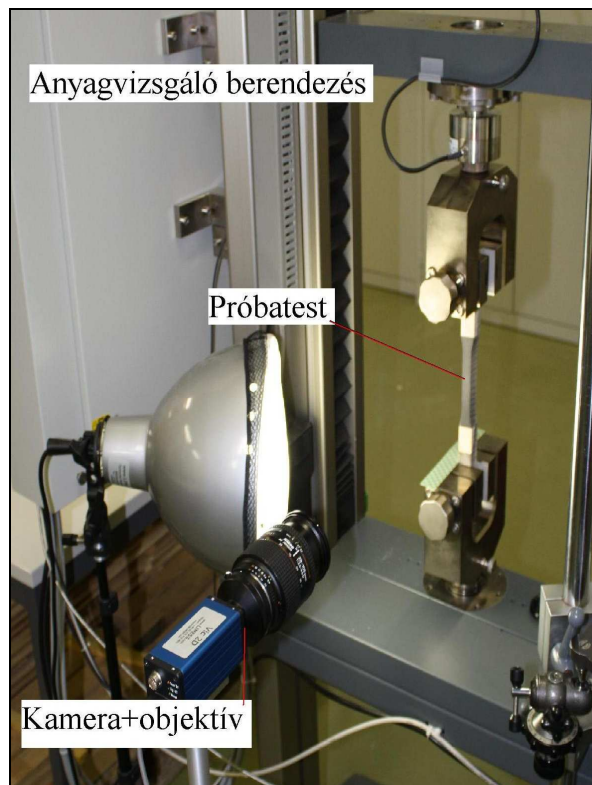
Ugyanezen a számítógépen fut egy célszoftver. Ennek segítségével lehet a különböző méréseket szabályozni – a terhelési tartományt, a terhelési sebességet beállítani. Megadni a próbatest keresztmetszeti méreteit, megadni azokat a paramétereket, amelyeket ki szeretnék számoltatni vagy meg kívánok grafikon formájában jeleníteni.

3.2.2. A DIC – 2D rendszer

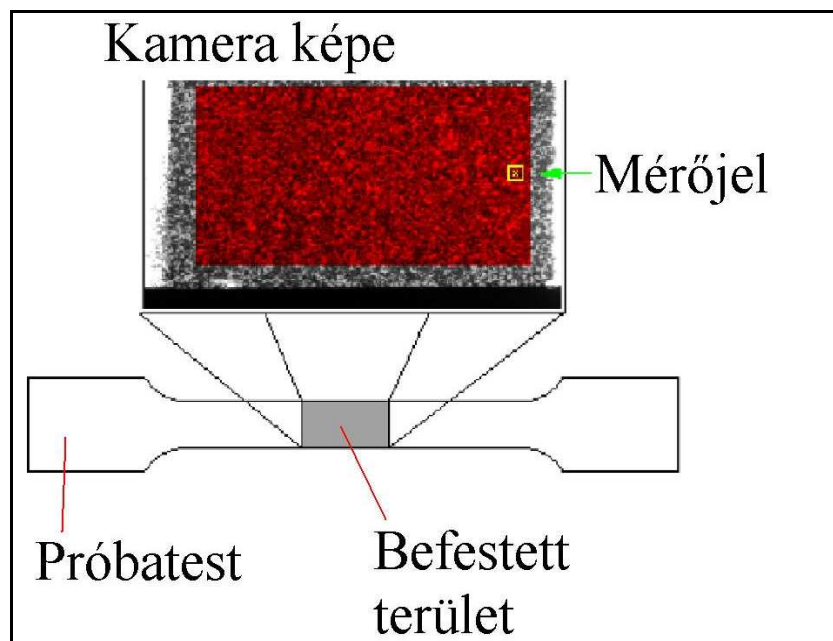
Az eszköz megismerésért, alkalmazásáért és a mérések elvégzésért ezúttal is köszönet a zürichi Eidgenössische Technische Hochschule professzorának, Prof. Peter Niemznek és a Műszaki Mechanika és Tartószerkezetek Intézet doktoranduszának, Garab Józsefnek. Prof. Niemz engedélyt adott arra, hogy az itthon elkészített és kiküldött próbatesteinket a zürichi intézetben rendelkezésre álló technikával is megvizsgálhassuk.

Ez az optikai rendszer felépítésében nagyon hasonlít az előbbire. A próbatestet egy univerzális anyagvizsgáló berendezéssel terheljük. A géphez tartozó számítógép rögzíti a

terhelés adatait. Az eszköz előtt állványon helyezkedik el a kamera a rá szerelt objektívvel, ami pontosan merőlegesen helyezkedik el a mért felületre (48. ábra).



48. ábra: A DIC-2D kamera az objektívvel, a próbatest és az anyagvizsgáló berendezés



49. ábra: A DIC-2D működési elve



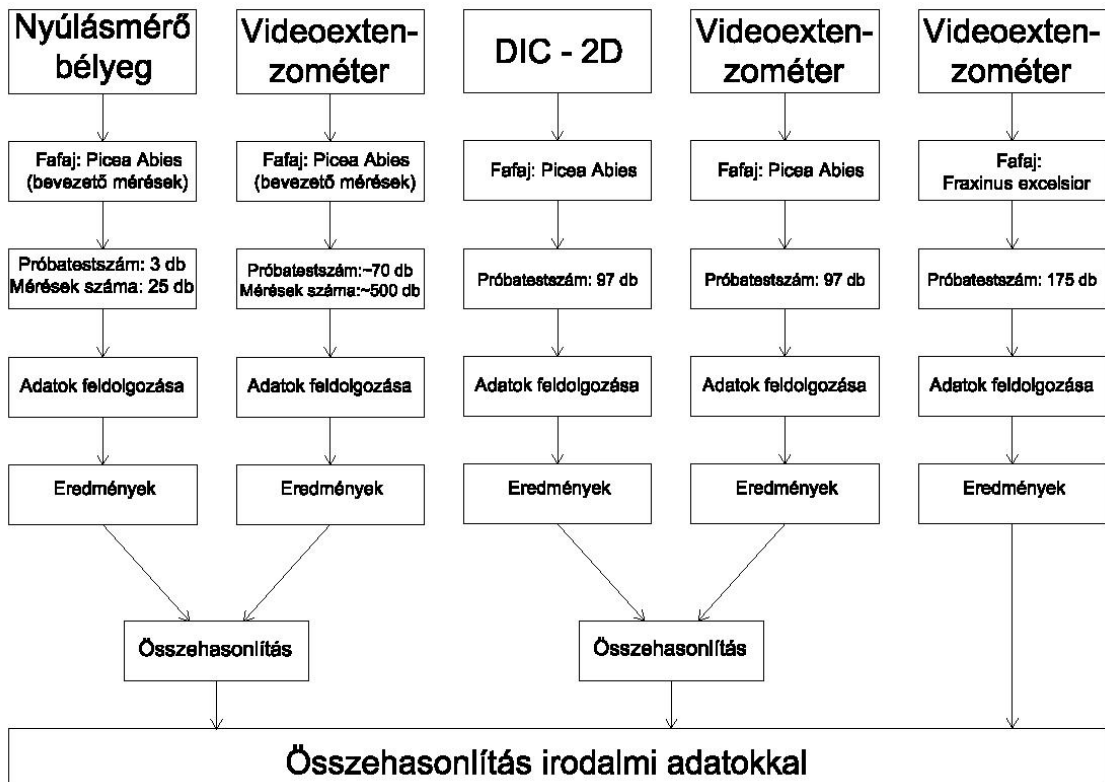
50. ábra: Próbatess előkészítése a DIC-2D rendszer alkalmazásához

A kamera képének a felbontása 1600×1200 Pixel ($\sim 1,92$ MPixel). A kamerához kapcsolódó számítógépen a próbatess alakváltozásának az adatait követhetjük nyomon, illetve rögzíthetjük azokat. Az alakváltozás mérésének az alapja a próbatess felületén képzett fekete-fehér színek közötti átmenet, a szürkeérték-tartományban lévő jelentős ugrás. A kamera által látott képen manuálisan, egerrel kijelölhetők és megadhatók különböző pixelsűrűségű tartományok és azok eloszlása (49. ábra). Ezen tartományokon belül keresi meg a szoftver a legnagyobb átmenetet a szürkeérték tartományokban. Ha azt megtalálta, akkor az adja a mérőjelet az alakváltozás méréséhez, annak a pontnak az elmozdulását követi a kamera.

A mérés kivitelezéshez előbb a próbatess azon felületét, amelyen az alakváltozást mérjük, megfelelően megmunkáljuk, ha szükséges, majd fehér és fekete bevonattal látjuk el (50. ábra). Az utóbbi művelet szórópisztollyal történik, kellően előkészített körülmények között.

4. A mérések kivitelezése, az adatok feldolgozása, értékelése

A méréseket több lépésben, két különböző fafajon végeztem el. Ennek oka, hogy a Faipari Mérnöki Kar Műszaki Mechanika és Tartószerkezetek Intézetében egy új alakváltozást mérő optikai eszköz, a videoextenzométer került beszerzésre. A berendezés megbízhatóságának ellenőrzése és kezelésének elsajátítása céljából az első méréseket nyúlásmérő bélyegekkel párhuzamosan végeztük el. Az 51. ábrán összefoglaltam az elvégzett méréseket.



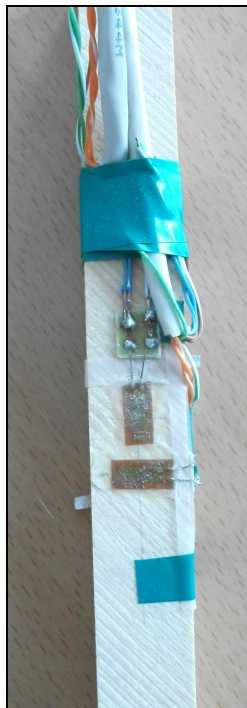
51. ábra: A mérések kivitelezésének, a mérési adatok feldolgozásának és kiértékelésének összefoglalása

Az egyes oszlopok az időbeli lépéseket is mutatják. Elsőként mintegy 70 darab lucfenyő (*Picea Abies*) próbatesten bevezető méréseket végeztünk el nyúlásmérő bélyeggel és a videoextenzométerrel. Ezt követően 97 darab fenyő húzó-próbatestet alakítottunk ki, és postai úton juttattuk el Svájcba, ahol Garab József doktorandusz közreműködésével és a DIC-2D rendszer felhasználásával végezték el a méréseket. Ugyanezen próbatesteket vizsgáltuk be Magyarországon, a videoextenzométer alkalmazásával. Végül pedig 175 darab kőris (*Fraxinus Excelsior*) húzó-nyomó próbatest vizsgálata történt meg. Az adatok feldolgozása, értékelése és összehasonlítása a szakirodalommal az egyes mérések után következett.

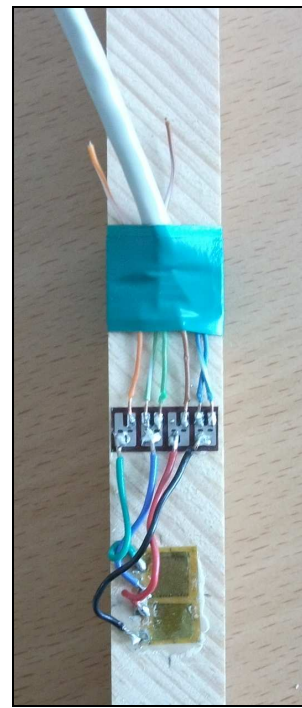
4.1. A mérések kivitelezése

4.1.1. Nyúlásmérő bélyeg alkalmazása

A faanyag nyíró-rugalmassági modulusának a közvetett módszerrel (2.37, 2.38) történő meghatározásához először nyúlásmérő bélyeget helyeztünk el húzó próbatesteken. E méréseknek két célja volt. Az egyik, hogy egy megbízható, már bevált mérőrendszert alkalmazzunk, és így győződjünk meg a közvetett módszer alkalmasságáról. A másik, a videoextenzométer, mint új eszköz a Műszaki Mechanika és Tartószerkezetek Intézetben, pontos és mindennapos használatának a megismerése, begyakorlása és ellenőrzése. A nyúlásmérő-bélyeges alakváltozás-mérés legalább 70 éves tapasztalatra tekint vissza. Így ezek a mérések megbízhatónak tekinthetők. Kiválóan alkalmasak arra, hogy velük más, még kevésbé ismert mérési módszerek pontosságát ellenőrizzük. A méréshez szükséges mérőerősítő a mechanika intézetben korábbról rendelkezésre állt, csak a nyúlásmérő bélyegeket kellett beszerezni. Ezek magas ára azonban csak viszonylag kevés mérést tett lehetővé, de ez is elegendő volt céljaink eléréséhez. Ennek megfelelően mindössze 3 db próbatestet vizsgáltunk be. A mérések során nagyon fontos szempont volt a nyúlásmérő bélyegek használatakor, hogy azok felragasztásához megfelelő nagyságú felület szükséges.



52. ábra: Két darab nyúlásmérő bélyeg alkalmazása kétirányú alakváltozás mérésére

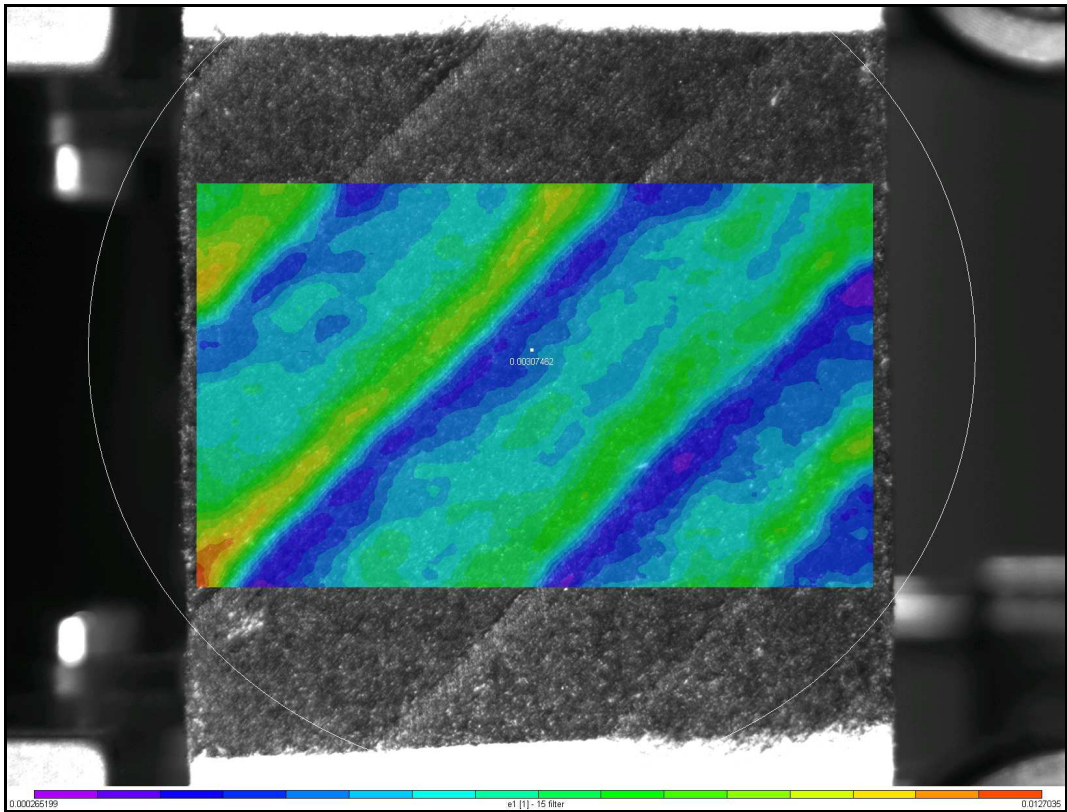


53. ábra: Egy darab nyúlásmérő bélyeg alkalmazása kétirányú alakváltozás mérésére

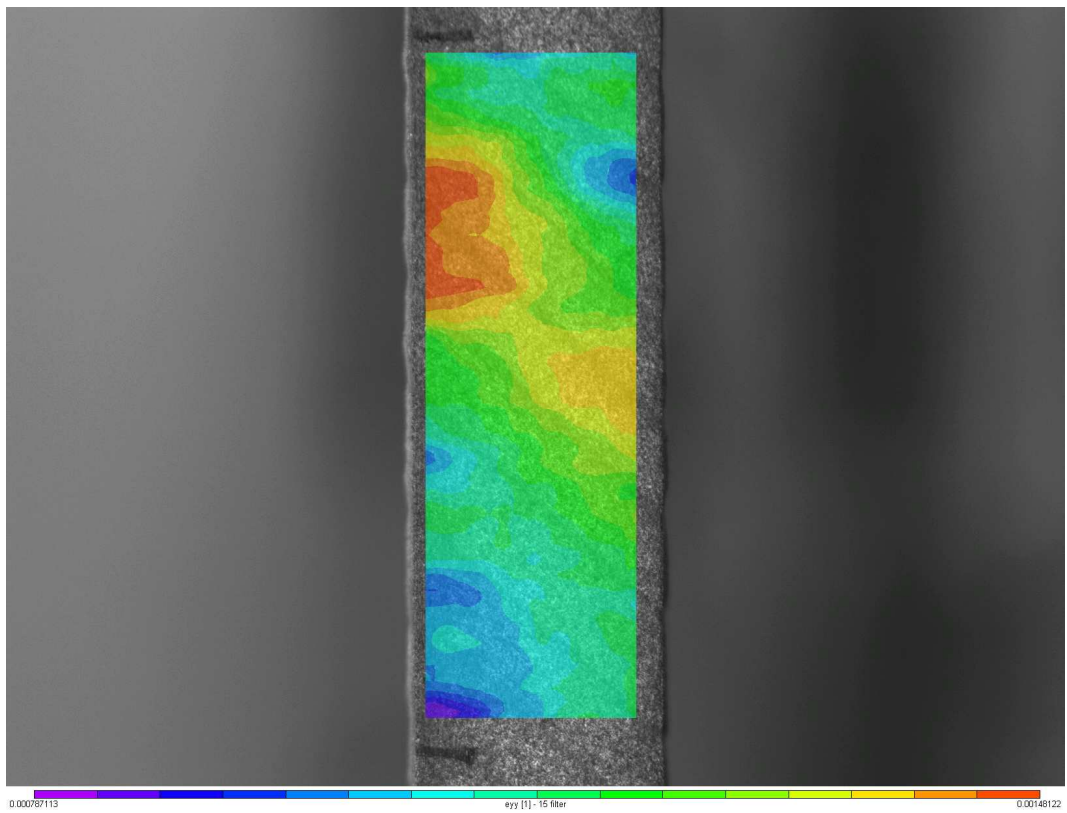
Általában erre nem lényeges figyelni, mivel nagyméretű szerkezetek alakváltozásának méréséhez használják a bélyegeket. Azonban esetünkben kisméretű próbatesteken kellett elhelyezni a bélyegeket (a húzó próbatestek kialakításánál fontos szempont volt a rendelkezésre álló terhelő berendezés húzófejének maximális befogadóképessége, ami legfeljebb 2 cm széles mintadarab befogadására alkalmas). Ezért a próbatestek még nem gyengítettük ki, azokat 20x20 mm keresztmetszetűre és 200 mm hosszúra alakítottuk ki. A mérés kivitelezéséhez a próbatestek közepén az egyik oldalt a nyúlásmérő bélyegeket (52.-53. ábrák) ragasztottuk fel, a vele ellentétes oldalon az extenzométer mérőjeleit (44.-46. ábrák) helyeztük el, majd a próbatestek „bedrótozása” következett. A kábelek közvetlenül egy jelerősítőbe és átalakítóba kerültek bevezetésre, ahova az univerzális terhelő-berendezés erőjeleit is vezetjük. Az átalakítóból egy személyi számítógépre telepített, az átalakítóhoz tartozó célszoftverhez kerülnek az adatok. A számítógépes program segítségével a számunkra szükséges adatokat választható fájlformátumban lehet elmenteni, és azokat a későbbiekben felhasználni. A próbatesteket az elméleti rugalmassági határon belül, 1000 N terhelő erővel, 5 mm/min terhelési sebességgel terheljük. Amint már említettem, e mérések célja elsősorban az volt, hogy egy megbízható, már kipróbált módszerrel ellenőrizzük, illetve ennek segítségével ismerjük ki minél jobban az új optika eszköz működését.

4.1.2. DIC-2D alkalmazása

Az alakváltozás mérése a 3.2.2 pontban leírtak szerint történt. A próbatestek postai úton jutottak el a svájci kutatóközpontba, ahol először a mintadarabokat klimatizálták, majd előkészítették (50. ábra) a mérésre. A fűrészelt felület megfelelő felületi minőséget biztosított, így az alakváltozás méréshez szükséges fehér és fekete színeket szórópisztollyal vitték fel közvetlenül, további felületi megmunkálás nélkül. A klimatizálása és a mérések is 20°C –on és 65 % relatív nedvességtartalom mellett folytak. A próbatestek terhelése a rugalmas tartományon belül, 1000 N-ig történt. Ez azért volt lényeges, hogy tönkremenetel ne következzen be, lehetőséget biztosítva így a videoextenzométeres mérésekre is ugyanazon minta felhasználásával. A terhelő erőt egy ZWICK univerzális terhelő-berendezés biztosította. A terhelési sebesség 5 mm/min-t volt. A kamera megfelelő elhelyezése után a számítógép képernyőjén kijelölték a próbatest festett felületén a mérési tartományt és a mérési pontokat. Ezután lehetett a terhelést és az alakváltozás mérést a két, különálló számítógépen keresztül vezérelni. Az 54.-55. ábrákon a kamera által mutatott képet láthatjuk munka közben.



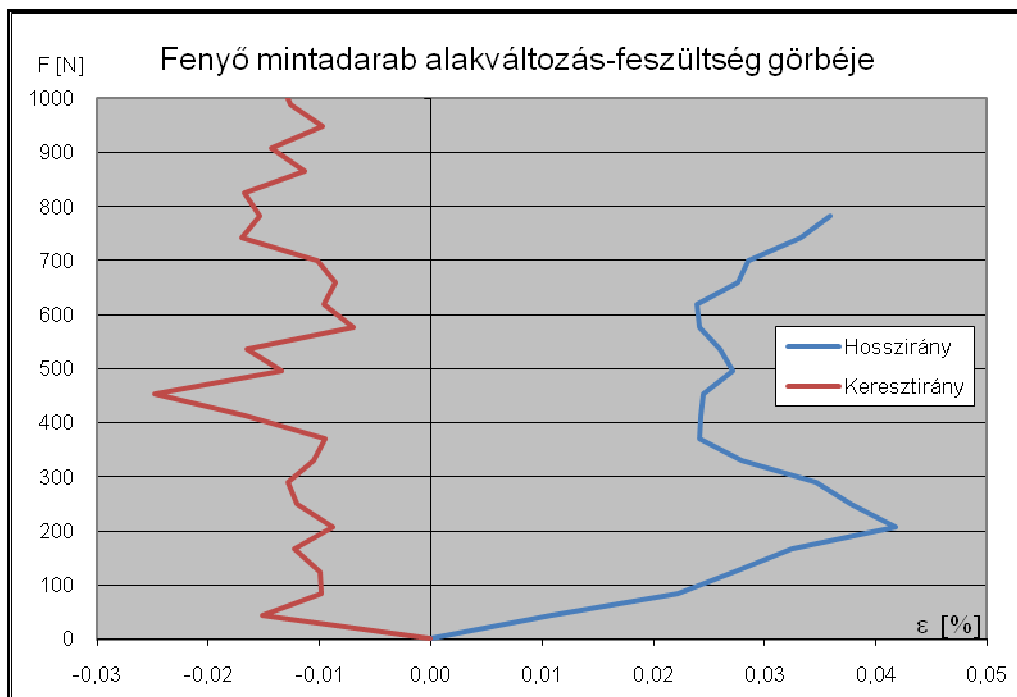
54. ábra: DIC-2D rendszer kamerájának képe



55. ábra: A DIC-2D rendszer kamerájának képe a kijelölt mérési területen

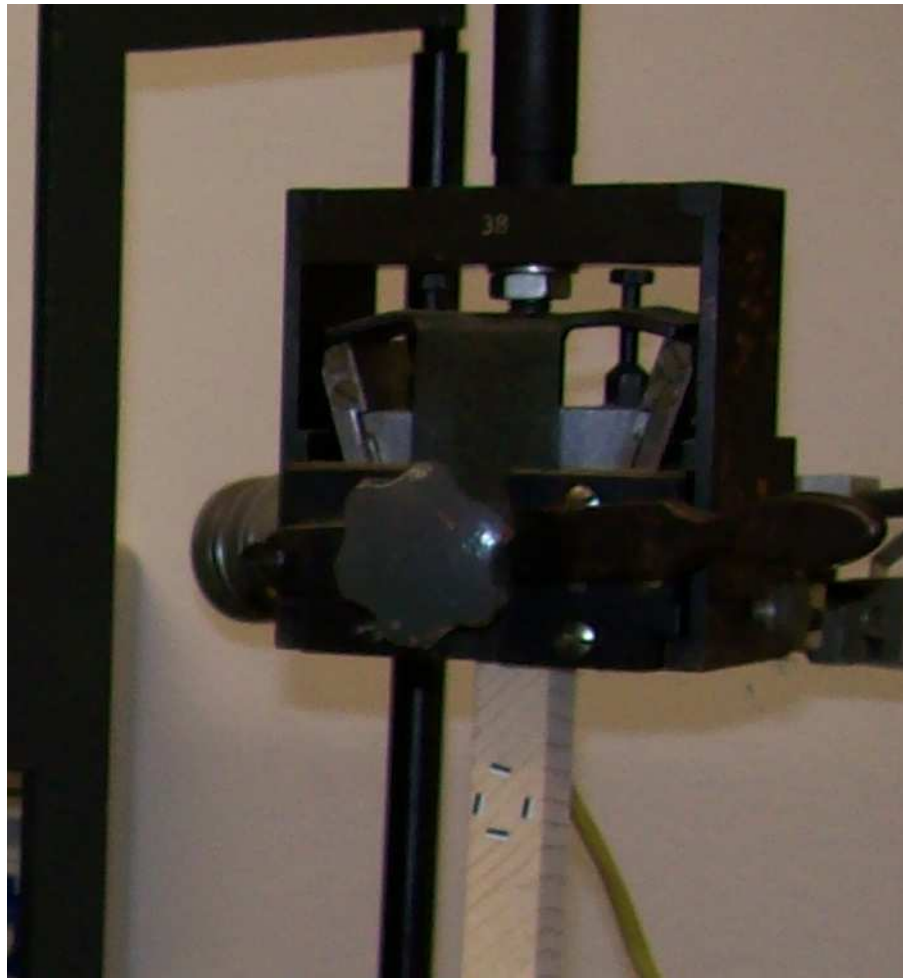
4.1.3. Videoextenzométer alkalmazása

Amit már az optikai eszköz alkalmazásának megkezdése előtt is tudtunk az, hogy a berendezést fémek szabványos vizsgálatához, többek között kontrakció mérésére fejlesztették ki. Ez elsősorban az eszköz szoftveres részére igaz. Így előzetes, bevezető méréseket végeztünk, amelyek párhuzamosan zajlottak a nyúlásmérő bélyeges mérésekkel. Ezek a kísérletek számos problémát vetettek fel a videoextenzométer használatával kapcsolatosan, amelyek rámutattak, hogy ezek kiküszöbölése szükséges ahhoz, hogy a videoextenzométert megbízhatóan lehessen használni. Ezért további előzetes vizsgálatokat végeztünk az alakváltozás meghatározására, immár csak az optikai rendszer alkalmazásával. Ezeknél a méréseknél kidomborodtak azok a nehézségek, amelyek már a nyúlásmérő-bélyeges mérésekkel párhuzamosan is felvetődtek. Ábrázolva a fellépő feszültséget az alakváltozás függvényében, az 1. ábrán bemutatott elméleti jelleggörbéhez hasonló grafikont kellene kapnunk az adatok feldolgozása után. Ez azonban sokszor nem így alakult (56. ábra). A kapott jelleggörbék sok esetben jelentős ugrásokat tartalmaznak. Ez vagy a feszültség hirtelen megváltozásából – ami a terhelő erő hirtelen eséséből és újbóli felvételéből adódik -, vagy az alakváltozás váratlan megváltozásából adódik, vagy a két összetevő együttes változása adja a jelleggörbének az elméletitől jelentősen eltérő viselkedését.



56. ábra: Videoextenzométeres mérés alakváltozás-feszültség görbéje

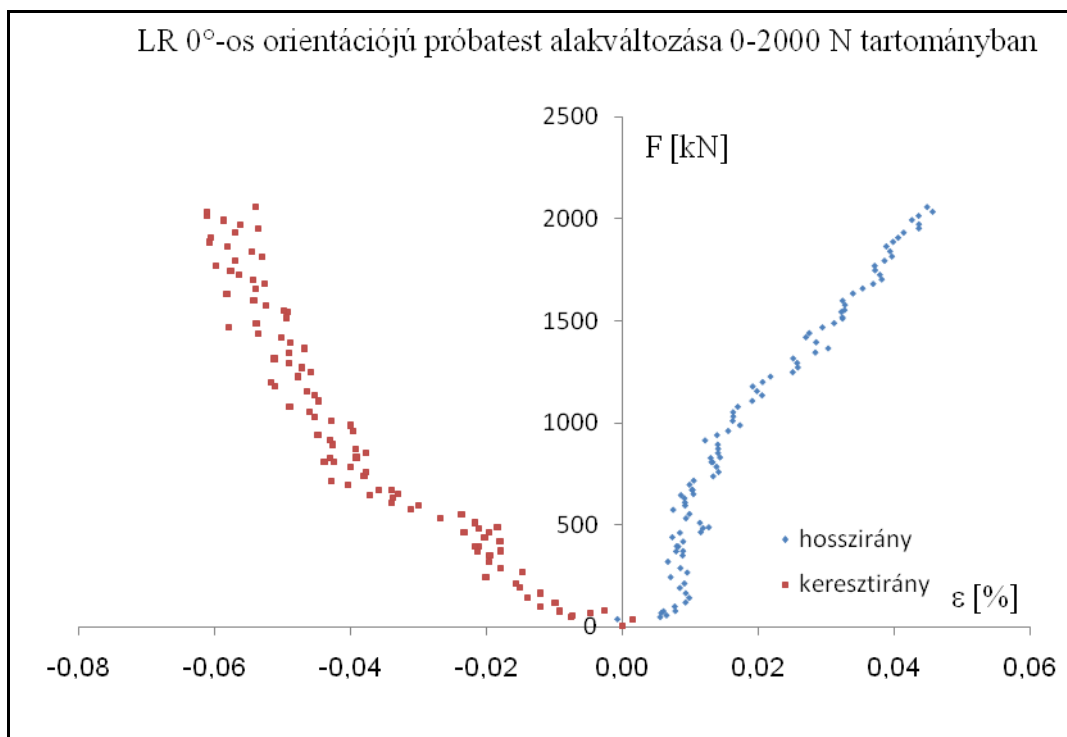
A nagyszámú előzetes mérés során a következő, a kutatás szempontjából lényeges megfigyeléseket tettük, és ezek alapján feltételezésekkel éltünk. A próbatestek 45°-os kialakítása és az alacsony keresztmetszet terület miatt a tönkremenetel már nagyon kicsi terhelő erőnél bekövetkezett. Ugyanakkor a húzóvizsgálatokhoz használt terhelő berendezés (FPZ-100) húzó befogó pofája (57. ábra) ékes, önzáró, ami azt jelenti, hogy a terhelő erő növekedésével szorítja be a próbatestet az eszköz. Amíg ez megtörténik, addig a mintadarab minimális csúszásokat szenved el a befogó szerkezetben. Ezek okozzák az alakváltozás-feszültség görbe tapasztalt „ugrálását”. A mérések során kipróbáltuk, hogy egy adott próbatestet az elméleti rugalmas határon belül terheltünk többször egymás után anélkül, hogy a befogó szerkezetből eltávolítottuk volna.



57. ábra: Ékes, önzáró befogópofa húzó vizsgálatokhoz

A harmadik terhelés után egy nagyon szép, az elméleti jelleggörbére hasonlító alakváltozás-feszültség görbét kaptunk. Ebből azt feltételeztük, hogy a nagy felbontású videoextenzométer jól érzékeli a próbatest megcsúszásaiból adódó hirtelen erő-, illetve

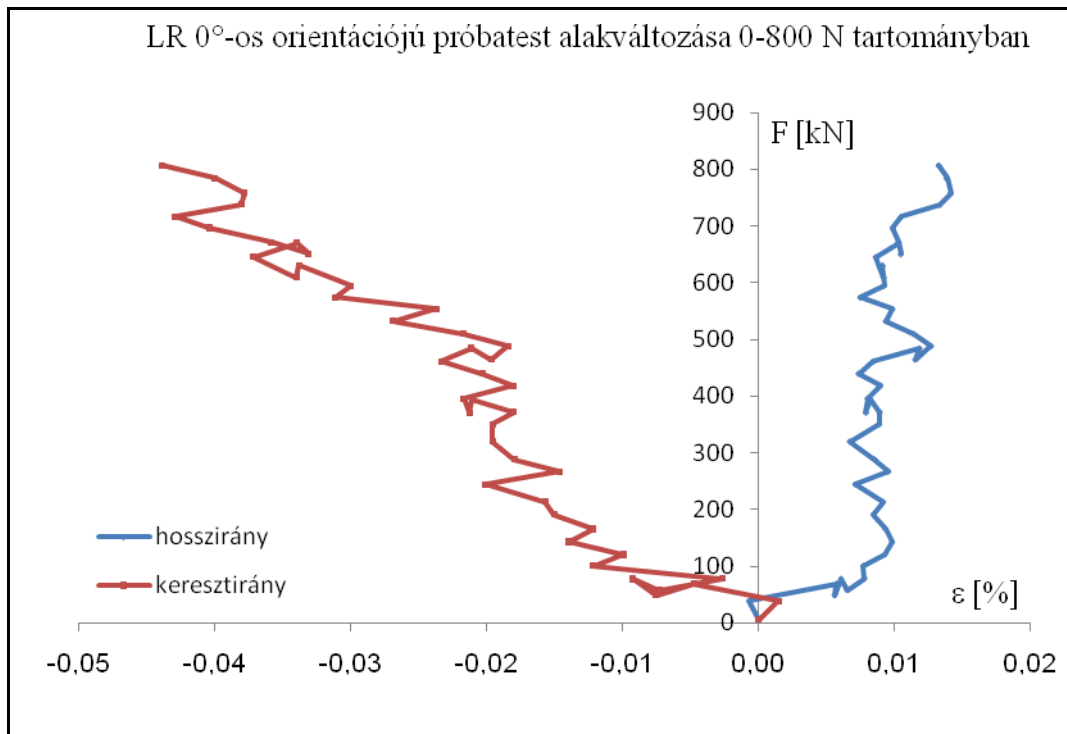
alakváltozásokat. Amikor a mintadarab a terhelés növekedésével stabilan beállna a befogó szerkezetben, akkora már a tönkremenetel határára kerül - a 45° fokos orientáció esetén a próbatest terhelhetősége igen korlátozott. Hipotéziseink igazolására a következő vizsgálatokat végeztük el: LR 0° -os orientációjú fenyő próbatestet terhelünk húzásra, mivel ebben az anatómiai főirányban lényegesen nagyobb terhelést képes felvenni a faanyag. A keresztmetszetet nem állt módunkban növelni a befogópofa korlátozott befogadó képessége miatt. A terhelést nem növeltük tovább, mint az elméleti rugalmassági határ. Az alakváltozás – feszültség görbét két terhelési tartományra külön – külön felvettük (58. - 59. ábrák).



58. ábra: LR 0° -os orientációjú fenyő próbatest alakváltozás-feszültség görbéje a terhelési tartomány 100 %-ában

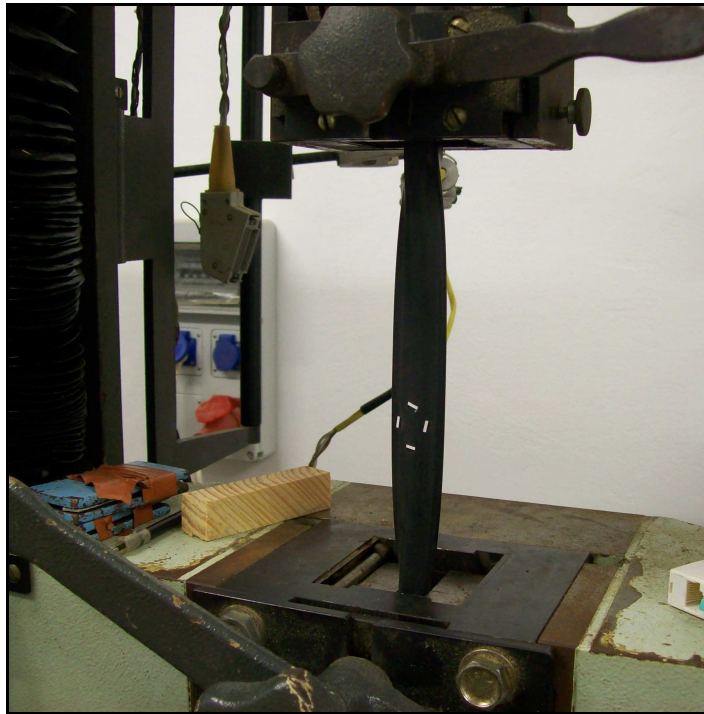
Az 58. ábrán a teljes terhelési tartományhoz tartozó (0-2000 [N]) alakváltozást ábrázoltam hossz- és keresztirányban. Mindkét görbéről elmondható, hogy jó közelítéssel meg lehet találni a rugalmas tartományhoz tartozó lineáris szakaszt, azaz miután a próbatest a befogópofában stabilizálta a helyzetét, a mért értékek egymáshoz viszonyított ugrálása nem annyira jelentős, illetve a teljes terhelési tartományra nézve nincs akkora jelentősége, mintha egy szűkített terhelési tartományt vizsgálnánk. Ugyanakkor, ha egy szűk terhelési tartományon vizsgálom az egymást követő pontok egymáshoz viszonyított

helyzetét, az ugrálások ott is megvannak. Ebből azt a következtetést szűrtem le, hogy a próbatest beállása, stabilizálódása a befogópofában akár a tönkremenetelig is eltarthat 45°-os kialakítású próbatest esetében. Az 59. ábrán ugyanezen mérés alakváltozás-feszültség görbéjét ábrázoltam 800 N terhelő erőig, azaz körülbelül addig, amíg a 45°-os orientációjú próbatestet terheltük. Ezen a grafikonon nagyon jól látszódik, hogy a mért értékek szórása jelentős.



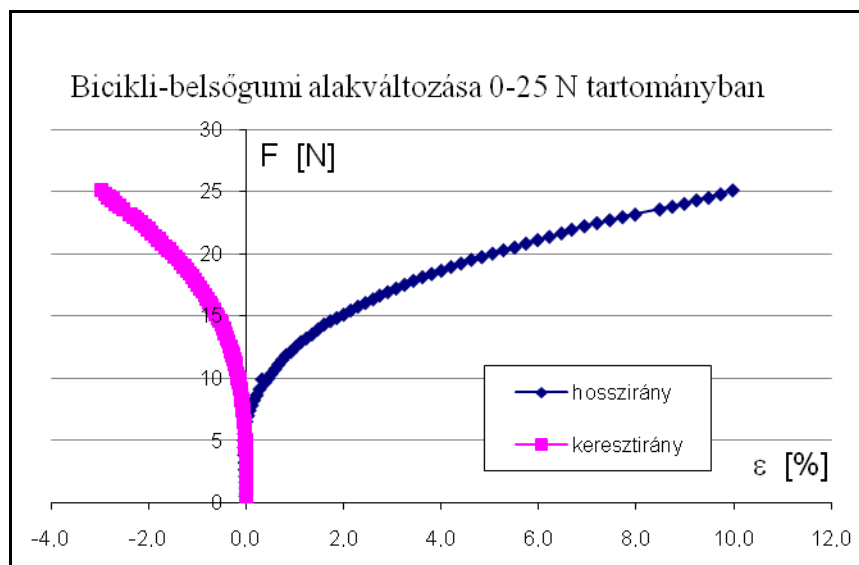
59. ábra: LR 0°-os orientációjú fenyő próbatest alakváltozás-feszültség görbéje a terhelési tartomány első 20 %-ában

Az ábrán az is jól látható, hogy az adatok szórása – különösen keresztirányban – meglehetősen nagy. Mindkét ábrán az is szembetűnő, hogy a keresztirányú alakváltozás nagyságrendileg megegyezik a hosszirányú alakváltozással. Mivel nem kaptunk egyértelmű és megnyugtató választ feltevéseinkre és kérdéseinkre, ezért bicikligumi belsőt daraboltunk fel, fogtunk be és terheltünk húzóerővel, majd vizsgáltuk az alakváltozást (60. ábra). A gumi tökéletesen alkalmas az előbbi feltételezések ellenőrzésére, mivel több nagyságrenddel nagyobb rugalmassággal rendelkezik, mint a faanyag. Böven van ideje a terhelő erő növelése során a befogó pofában beállni és a tönkremenetel sem következik be. Tíz mérést végeztünk el különböző próbadarabokon. Mindegyik esetben ábrázoltuk az alakváltozás-feszültség görbét. Mind a tíz alkalommal teljesen hasonló, a 61. ábrán bemutatott görbéket kaptunk.

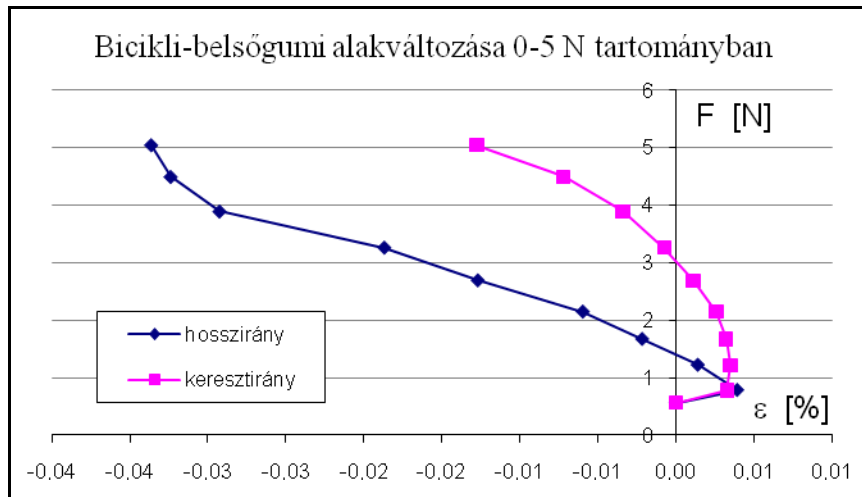


60. ábra: Bicikli belső gumijának húzóvizsgálata

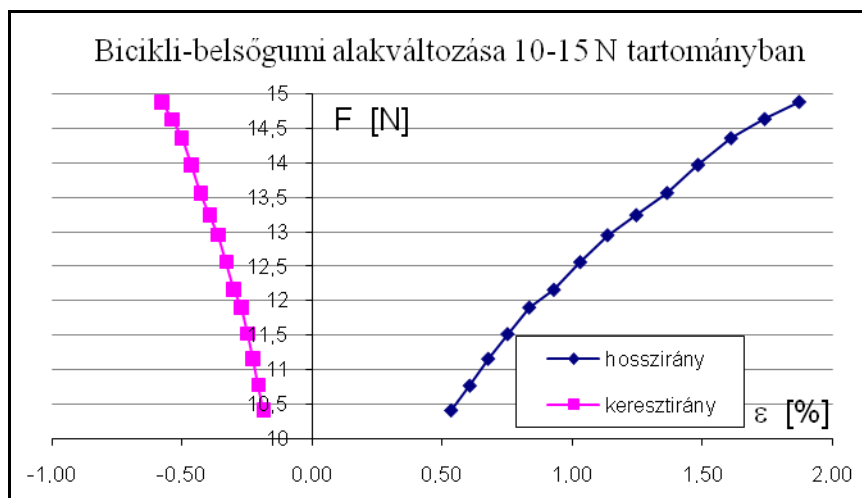
Körülbelül az 5 - 10 N terhelés eléréséig tartott, amíg a gumidarab megfelelően stabilan elhelyezkedett a befogópofában. A 62. ábrán is jól láthatóan, csak kereste a helyét, de végül megtalálta. A terhelés további növelésével már a jó irányban, a vártnak megfelelően változik az alakváltozás-feszültség görbe, ahogy azt az 63. ábra is szemlélteti.



61. ábra: Bicikli belső gumijának alakváltozás-erő görbéje terhelési tartomány 100 %-ában



62. ábra: Bicikli belső gumijának alakváltozás-erő görbéje a terhelési tartomány első 20 %-ában



63. ábra: Bicikli belső gumijának alakváltozás-erő görbéje a terhelési tartomány 40-60 %-ában

A biciklibelsők mérései, a 61. - 63. ábrákon bemutatott eredmények egyértelmű választásokat adtak arra, hogy mik azok a problémák, amelyekre a faanyag esetében figyelni kell, illetve kellene, ugyanis a faanyag befogópofában való elhelyezését nem lehet elég óvatosan elvégezni, azaz nincs olyan szabály, előírás vagy eljárás, amit betartva a fa próbatest nem csúszkálna a befogópofában. Valószínűleg a terhelő erő növekedésével a befogópofa és a bicikligumi között olyan erős kötőerő lép fel, hogy a terhelés növekedésével a mintadarab már nem tud elmozdulni. A másik jelentős megállapítás, hogy a videoextenzométer a nagymértékű alakváltozást nagyon jól érzékeli, azonban a 45°-os orientációjú fenyő próbatesten mire jelentős alakváltozás lépne fel, addigra bekövetkezik a tönkremenetel. E problémák megoldása a kutatás szempontjából jelentős akadályokba ütközött, mivel az univerzális terhelő-berendezéshez tartozó befogópofa cseréje

nem volt megoldható. Ilyen nehézségek közepette került sor 97 db lucfenyő próbatest LR anatómiai fősíkhöz tartozó nyíró-rugalmassági modulusának meghatározására húzó vizsgálattal, illetve a kőris valamennyi anatómiai fősíkjához tartozó G-modulusának meghatározására húzó és nyomó vizsgálattal is. Fontos az is, hogy nem csupán a mérőrendszer hibájában keresendő az oka annak, hogy az alakváltozás – feszültség görbék gyakran jelentős eltérést mutatnak az elméleti grafikontól (1. ábra). Az 1.4. fejezetben szó esett a rugalmas állandók, így a Poisson tényező változásáról is. A Poisson tényező 15-17. ábrákon bemutatott változékonysága is okozhatja a pontatlanságot.

4.1.3.1. Lucfenyő (*Picea Abies*) L-R anatómiai fősíokban meghatározott nyíró-rugalmassági modulusa (G_{LR})

Az előzetes mérések tapasztalatai alapján úgy tűnt, a mérési módszer alkalmazható a faanyag anatómiai fősíkokhoz tartozó nyíró-rugalmassági modulusának meghatározására, nekifogtam a lucfenyő próbatest-sorozat méréséhez. Keresztmetszetük 20x20 mm közepén 14x20 mm-re kigyengítve, hosszuk 200 mm. A próbatestek átlagos sűrűsége $\rho = 370 \text{ kg/m}^3$. A mérések a szabványos előírásoknak megfelelően 20°C – on és 65 % nedvességtartalom mellett kerültek kivitelezésre. A terhelési sebesség 5 mm/min volt. A mérőjelek elhelyezése után elvégeztük a húzó vizsgálatot. Miután ezeket a próbatesteket a DIC módszerrel már roncsolás-mentesen megvizsgáltuk, a próbatestek terhelését most tönkremenetelig növeltük.

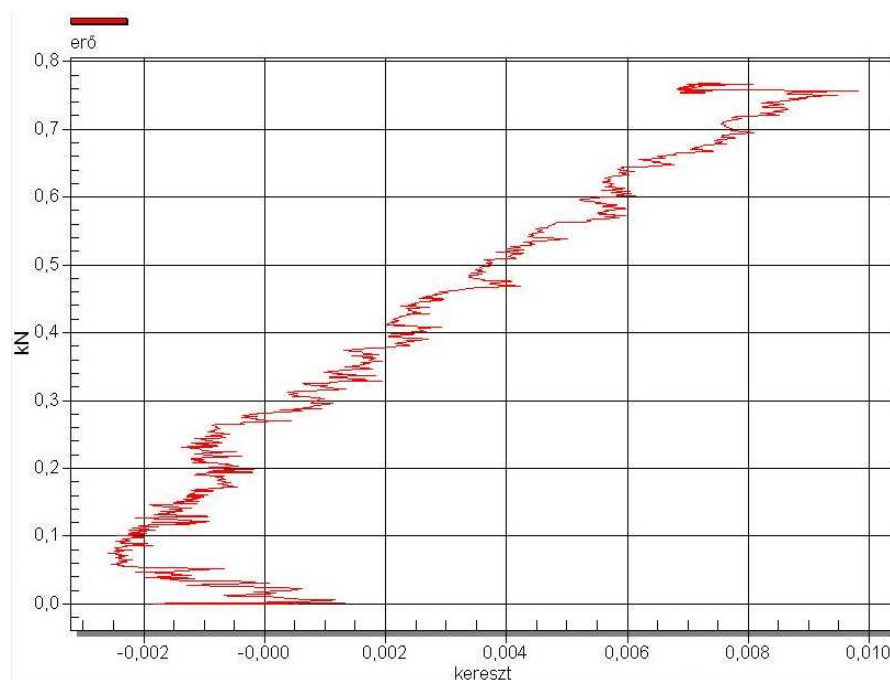
4.1.3.2. Kőris (*Fraxinus excelsior*) L-R, L-T, és R-T anatómiai fősíkokban meghatározott nyíró-rugalmassági modulusa (G_{LR} , G_{LT} , G_{RT})

A továbbiakban szükségesnek tartottam, hogy egy alkalmasan kiválasztott fafaj mind a három anatómiai fősíkjához tartozó nyíró-rugalmassági modulusát meghatározzam. E mérések során kívántam meggyőződni az elméleti háttér helyességéről. A normálfeszültséget nem csak húzó, hanem nyomó igénybevétellel is létrehoztam, hiszen a mérés – az elmélet szerint – mindkét igénybevételre működik. Ugyanazon mintadarabból, egymás mellől került kivágásra húzó és nyomó próbatest. A húzó próbatestek keresztmetszete 20x20 mm közepén 6x20 mm-re kigyengítve, hosszuk 150 mm, a nyomó próbatestek 20x20x50 mm méretűek voltak. A próbatestek átlagos sűrűsége $\rho = 670 \text{ kg/m}^3$. A méréseket szabványos körülmények között, 20°C – on és 65 % nedvességtartalom mellett végeztük.

4.2. Az adatok feldolgozása

4.2.1. Nyúlásmérő bélyeges mérés adatfeldolgozása

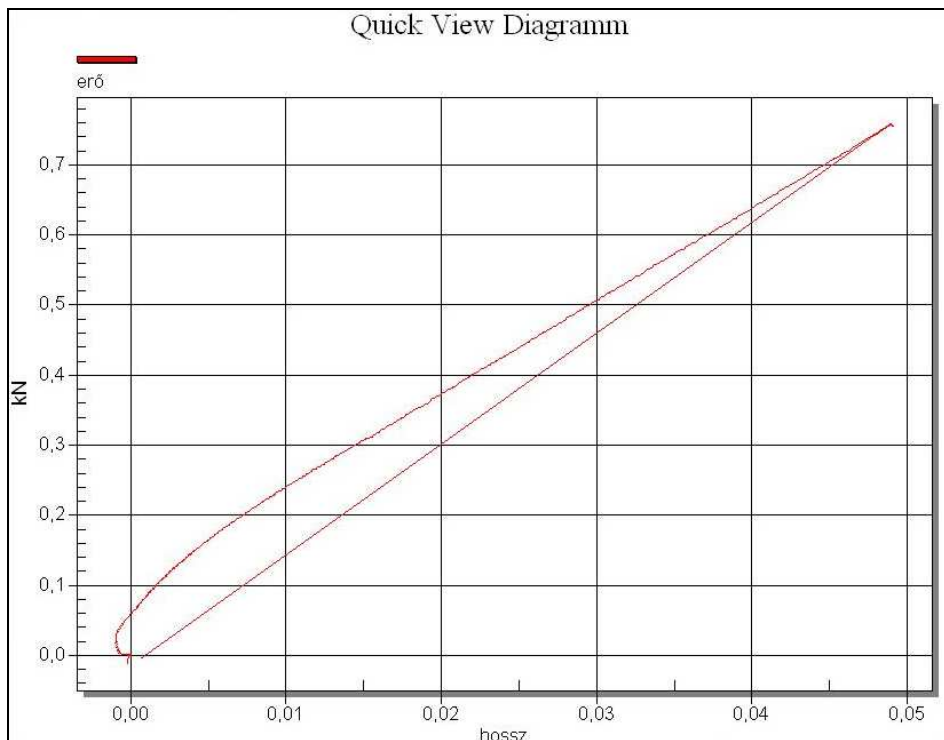
A terhelő berendezés és a nyúlásmérő bélyeg adatait a CATMAN nevű szoftver dolgozta fel. A programmal a szükséges diagramok kiírathatók. A 61-62. ábrákon jól látható a hossz és keresztirányú alakváltozások jellege. A keresztirányú alakváltozás jellege elsőre furcsának hathat. Azonban a 2.38. egyenletnek megfelelően a próbatest kialakítása $\alpha=45^\circ$ -os, ahogy az 52.-53. ábrákon látható, és ebben az esetben előfordulhat, hogy a Poisson – tényező negatív lesz. A 64. és 65. ábrákról jól leolvasható, hogy a hosszirányú alakváltozás mértéke körülbelül 5-ször akkora, mint a keresztirányúé.



64. ábra: Keresztirányú alakváltozás jelleggörbéje nyúlásmérő bélyeg alkalmazásakor

A 64. ábra jellegéből azt is látni, hogy a keresztirányú alakváltozás jelentősen „ugrál”. Ennek elsősorban az lehet az oka, hogy a rostiránnyal 45° -os szöget bezáró vízszintes irányban a húzóerő hatására a rostokkal párhuzamosan nyírási elcsúszások lépnek fel véletlenszerűen. Vízszintes irányban, amely irányban külső terhelés nincs, ezek az elcsúszások megjelennek a nyúlásmérő bélyegeken. Ezért a jelleggörbe ugrálása, „szőrösödése”. Függőleges irányban azért nem vehető észre ez az alakváltozási ugrálás, mert a húzóerő ebben az irányban folyamatosan nő, s ez a jelleggörbe kisimulásához vezet. Sajnos a későbbiekben a videoextenzométeres mérések eredményeiben és az alakváltozási görbék jellegében ez a probléma fokozottan jelentkezett. A mérési eredményeket excel táblázatkezelővel dolgoztam fel, mivel egyik mérőrendszerhez tartozó számítógé-

pes programot sem a 2.37., illetve a 2.38. egyenletek számítására találták ki, így azok programjaiban sincs benne olyan utasítássorozat, ami számomra kiszámolná automatikusan a nyíró-rugalmassági moduluszt a mérési alapadatok felhasználásával.



65. ábra: A hosszirányú alakváltozás jelleggörbéje nyúlásmérő bélyeg alkalmazásakor

Az adatok ilyen módon már könnyen kezelhetővé váltak. A három próbatesten 6 mérést végeztünk. Egyik próbatestet sem terheltek addig, hogy tönkremenjen, a terhelőerőt irodalmi adatok alapján választottuk meg a rugalmas határon belül. Az adatok xls. fájlban való lementése és rövid feldolgozása után kaptam meg a nyíró-rugalmassági moduluszok értékét. A nyúlásmérő-bélyeges mérések eredményeit az 5. táblázatban foglaltam össze.

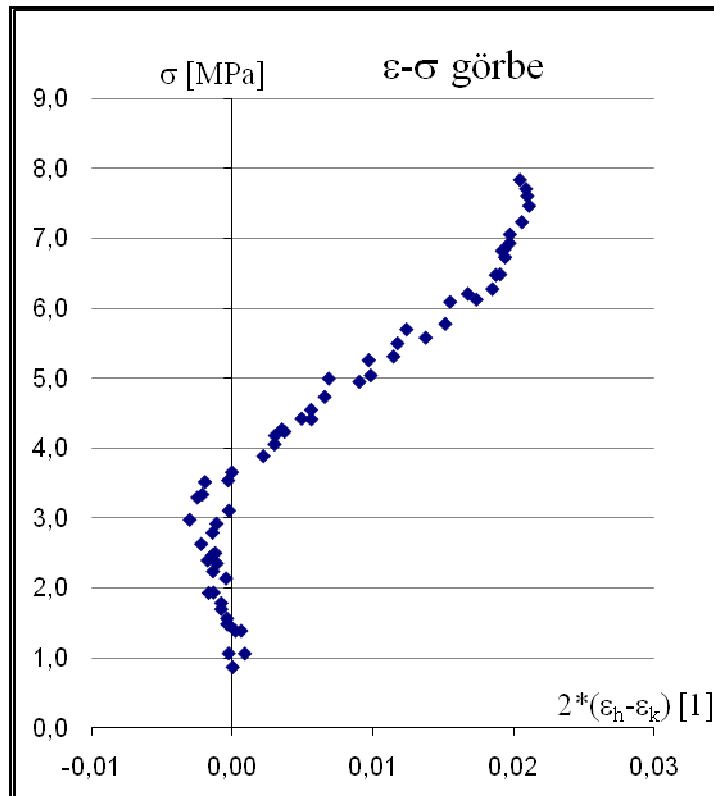
5. táblázat: A közvetett módszer nyúlásmérő-bélyeges kivitelezésének eredményei-bevezető mérések

G_{LR} [MPa]	
Közvetett módszer - húzás ($u=12\%$, $\rho_{\text{átlagos}} = 370 \text{ kg/m}^3$)	
n - próbatestek száma [db]:	3
n - mérések száma [db]:	6
G_{LR} -Középérték [Mpa]:	236,75
ϵ_{hossz} -Középérték [%]:	0,1735
$\epsilon_{\text{kereszt}}$ -Középérték [%]:	0,0155
Szórás [Mpa]:	86,69

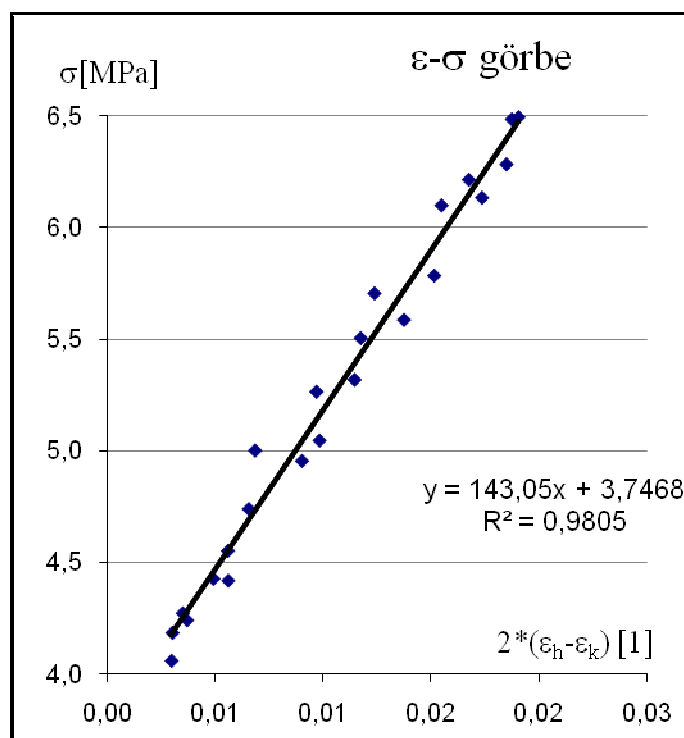
Ismételten hangsúlyozni kell, hogy a mérések a videoextenzométer beállításainak részletes megismerését szolgálták. Azt azonban már ezekből a mérésekből is megállapíthatjuk, hogy a 2.38. képletekben szereplő alakváltozások pontos mérése esetén a nyíró rugalmassági modulusz kiszámítható. Az eredmények nem térnek el jelentősen az szakirodalomban található adatoktól. Az orientációs elmélet alkalmas anizotrop anyagok G moduluszának meghatározására.

4.2.2. Videoextenzométeres mérés adatfeldolgozása

Az alkalmazott videoextenzométert fémek kontrakció-vizsgálatára fejlesztették ki. Ez azt is jelenti, hogy a program kezelőfelületén kiválasztandó paraméterek, rész- és vég-eredmények megjelenítése a programban nem a saját kutatási témánkhoz van igazítva. Például keresztirányú alakváltozás megjelenítésére egyáltalán nem alkalmas a program, mivel fémek esetében nem ez, hanem a kontrakció megjelenítése az elsődleges. Mintegy 30-35 különböző paraméter és mérési eredmény megjelenítésére van lehetőség, azonban a 2.37. képlet gyors és egyszerű alkalmazásához szükséges három mérési adatot nem képes az eszköz megjeleníteni. Így a már említett xls. formájú adatfeldolgozás biztosítja a megfelelő nyíró-rugalmassági modulusz számításának a lehetőségét. A mérési eredmények feldolgozását excel táblázatkezelővel végeztem el. A korábban felmerült problémák, a próbatest csúszkálása és az ebből adódó mérési hibák miatt alakváltozás-feszültség görbéket szerkesztettem. A 66. ábrán látható alakváltozás-feszültség görbe a terhelési tartomány 100 %-ban. A mérési pontok elhelyezkedéséből látható, hogy a problémák továbbra is fennállnak. Ez igaz nem csak erre a próbatestre, hanem a teljes minta nagy részére. Erre a ponthalmazra lineárist illeszteni nem lehet. Mivel számos próbatest esetében sokkal nagyobb aránytalanságok is voltak az adathalmazban, a teljes ponthalmazon egy lineáris szakaszt kerestem. A 67. ábrán ennek a leszűkített tartománynak az alakváltozás – feszültség görbét mutatom be. Erre a leszűkített tartományra már megfelelő egyenest lehetett illeszteni. A számítógép a megfelelő beállítások után az egyenes egyenletét is feltüntette. Ebből az egyenletből leolvasható az egyenes meredeksége (m), ami a 2.38 egyenlet alapján a keresett nyíró-rugalmassági modulusz. A grafikonokon megjelenített meredekség és R^2 értékek összegyűjtésre kerültek valamennyi próbatest esetében, ami biztosította a mérési eredmények statisztikai feldolgozását és kiértékelését.



66. ábra: Alakváltozás - feszültség görbe a terhelési tartomány 100 %-ban

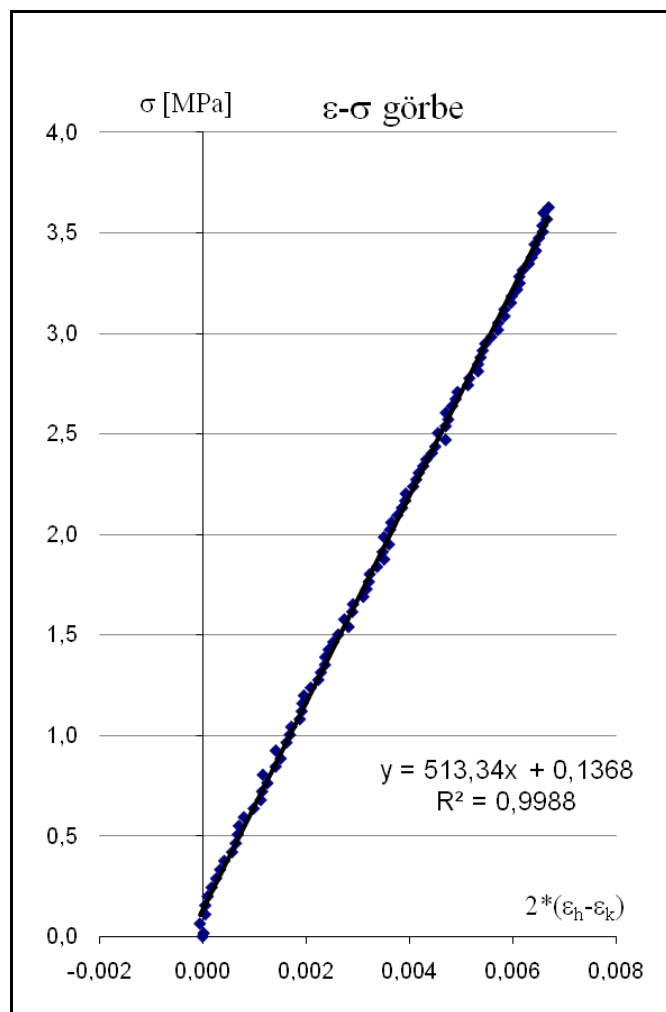


67. ábra: Alakváltozás - feszültség görbe a lineáris szakaszon

A 66. - 67. ábrákon bemutatott lépéseket valamennyi próbatest mérési adatain elvégeztem.

4.2.3. DIC-2D-s mérés adatfeldolgozása

A svájci mérések adatainak feldolgozása két lépésben történt meg, Zürichben és idehaza. A mérőrendszer felépítéséből adódóan az alakváltozás és a terhelő berendezés mérési adatait két külön számítógépen lehet megtekinteni. Az adatok feldolgozását itt is excel táblázatkezelővel végeztem el, hasonló módon, mint az előző pontban leírt esetben. A mérési eredmények alapján az alakváltozás - feszültség görbét ábrázoltam. Az illesztett egyenes meredeksége a keresett G-modulusz (68. ábra).



68. ábra: Alakváltozás - feszültség görbe a terhelési tartomány 100 %-ban

Az adatok eloszlása az R^2 szám szerint is és „ránézésre” is nagyon jó, ezért ezeknél a méréseknél nem volt indokolt az adathalmaz tartományának a leszűkítése és lineáris szakasz keresése. A grafikonokon megjelenített meredekség és R^2 értékek összegyűjtésre kerültek valamennyi próbatest esetében, ami biztosította a mérési eredmények statisztikai feldolgozását és kiértékelését.

4.3. Az adatok értékelése

4.3.1. Fenyő adatainak értékelése

Az adatfeldolgozást követően a nyíró-rugalmassági moduluszok és az R^2 számok táblázatba foglalása után egyértelművé vált, hogy a videoextenzométeres mérések eredményei sok hibát tartalmaznak. Egyes adatok egyértelműen arra utaltak, hogy a mérés valamilyen szisztematikus hibát tartalmazott. A fenyő (*Picea abies*) LR anatómia fősíkjához tartozó nyíró-rugalmassági moduluszának irodalmi értékeit figyelembe véve az eredményorsóból törlésre kerültek az 1000 MPa-t meghaladó, illetve a 100 MPa-t el nem érő adatok. Ez a DIC-2D-s mérések esetében 3 darab, az extenzométeres mérések esetében 21 darab eredmény figyelmen kívül hagyását jelentette. A videoextenzométeres és a DIC-2D-s mérések ugyanazon próbatesten történt mérései adatait táblázatba foglaltam össze, egymás mellett elhelyezve az összetartozó eredmény-párokat. A 6. táblázatban foglaltam össze valamennyi, a statisztikához felhasznált eredményt – a G-modulusz és az R^2 számok feltüntetésével. A 6. táblázatban az eredmények statisztikáját mutatom be. Az első sorban a lemért próbatestek száma szerepel, majd az értékelésben szerepeltetett mérések száma. A harmadik sor a minta átlagos sűrűségét mutatja, aminek a meghatározása tömeg és térfogatmérés alapján történt a próbatestek klimatizálását követően. A további statisztikai adatok az értékelésbe bekerült próbatestek számából adódnak, azaz DIC-2D-ben 94 mérési adatból, extenzométer esetén 76 mérési adatból készült a statisztika. A nyíró-rugalmassági modulusz átlaga 519,7 MPa, illetve 410,7 MPa. Ezek az értékek az irodalmi adatokhoz jól illeszkednek, mégis keresnünk kell annak az okát, hogy az extenzométeres és a DIC-2D mérési eredmények közötti, mintegy 25 %-os eltérés miből adódhat. Kiindulhatunk abból, hogy a két mérőrendszer alakváltozás-mérési pontossága közel azonos. Az alapvető különbség a próbatestek befogásában volt, tehát itt keresendő az eltérés oka. Az itthoni méréseknél, mint már említettük, a befogás ékes szorítópofákkal történt, ami a teherátadás kezdetén, de talán az egész terhelési folyamat alatt, a próbatest igen kismértékű megcsúszását eredményezi. A megcsúszásból adódó, a jelleggörbén mutatkozó „ugrálásoknak”, „szőrösödésnek” ez az oka. A svájci mérések esetében a próbatestek befogása gyakorlatilag elcsúszás-mentesen sikerült (a próbatesteket egy csavarorsóval a mérés előtt alaposan meghúzták, azok kezdettől fogva elmozdulás-mentesen álltak, a terhelő erő nagyságától függetlenül. A pontos alakváltozás mérő-rendszer tehát a tényleges alakváltozást mérte. A jelleggörbék alakja éppen ezt bizonyítja. A méréssorozatok szórása, ill. azok különbsége is a fenti megfontolás helyességére utal.

6. táblázat: Mérési eredmények lucfenyő nyíró-rugalmassági moduluszára

DIC-2D			Videoextenzométer			DIC-2D			Videoextenzométer		
G_{LR} [Mpa]	R^2		G_{LR} [Mpa]	R^2		G_{LR} [Mpa]	R^2		G_{LR} [Mpa]	R^2	
(u=12%, $\rho_{\text{átlagos}} = 370 \text{ kg/m}^3$)											
1	517,9	0,998	1	313,1	0,974	51	540,0	0,997	51	640,8	0,406
2	487,2	0,998	2	458,7	0,991	52	530,4	0,998	52	278,5	0,945
3	513,3	0,998	3	290,3	0,968	53	489,1	0,989	53	387,4	0,955
4	530,9	0,997	4	395,5	0,986	54	764,4	0,993	54	136,3	0,892
5	466,7	0,994	5	529,4	0,992	55	577,4	0,997	55	-----	-----
6	486,7	0,997	6	466,7	0,970	56	510,0	0,998	56	-----	-----
7	487,2	0,997	7	405,1	0,983	57	-----	-----	57	-----	-----
8	479,2	0,998	8	240,7	0,849	58	571,1	0,995	58	-----	-----
9	527,8	0,997	9	143,1	0,981	59	504,0	0,998	59	-----	-----
10	509,8	0,998	10	421,9	0,961	60	510,3	0,997	60	208,2	0,255
11	515,9	0,996	11	151,9	0,904	61	515,3	0,997	61	545,8	0,974
12	529,5	0,996	12	145,3	0,974	62	-----	-----	62	576,7	0,992
13	483,7	0,998	13	151,3	0,974	63	609,5	0,999	63	498,1	0,989
14	473,2	0,997	14	156,4	0,991	64	-----	-----	64	923,6	0,945
15	493,7	0,998	15	-----	-----	65	530,8	0,997	65	-----	-----
16	454,7	0,997	16	123,7	0,872	66	555,2	0,996	66	844,3	0,301
17	463,3	0,998	17	151,2	0,970	67	510,3	0,996	67	384,8	0,944
18	550,7	0,995	18	391,4	0,927	68	528,7	0,998	68	352,8	0,948
19	-----	-----	19	461,5	0,311	69	464,2	0,997	69	-----	-----
20	517,3	0,998	20	101,4	0,962	70	503,7	0,997	70	476,8	0,932
21	521,7	0,999	21	243,3	0,904	71	488,8	0,996	71	170,5	0,146
22	506,2	0,997	22	908,4	0,983	72	530,0	0,998	72	234,3	0,964
23	560,1	0,997	23	237,0	0,989	73	533,1	0,997	73	622,4	0,930
24	503,9	0,997	24	184,4	0,590	74	718,7	0,991	74	444,5	0,985
25	488,4	0,996	25	118,3	0,961	75	520,6	0,997	75	-----	-----
26	509,5	0,998	26	-----	-----	76	543,5	0,997	76	423,4	0,987
27	552,0	0,998	27	553,9	0,957	77	455,4	0,997	77	402,9	0,953
28	498,9	0,997	28	-----	-----	78	514,2	0,998	78	499,6	0,902
29	497,1	0,995	29	415,3	0,961	79	443,7	0,997	79	-----	-----
30	722,0	0,996	30	267,5	0,661	80	514,9	0,998	80	733,5	0,960
31	515,4	0,998	31	167,5	0,542	81	534,1	0,998	81	-----	-----
32	511,1	0,998	32	247,1	0,606	82	574,9	0,998	82	-----	-----
33	490,5	0,998	33	330,6	0,370	83	497,0	0,997	83	517,3	0,980
34	538,0	0,997	34	229,3	0,820	84	472,8	0,998	84	897,3	0,949
35	520,7	0,989	35	-----	-----	85	477,5	0,998	85	654,5	0,963
36	495,5	0,997	36	449,1	0,458	86	474,1	0,997	86	861,9	0,969
37	519,4	0,998	37	-----	-----	87	527,3	0,998	87	-----	-----
38	505,6	0,872	38	-----	-----	88	484,1	0,998	88	779,4	0,967
39	494,5	0,998	39	401,8	0,727	89	-----	-----	89	-----	-----
40	495,5	0,997	40	445,3	0,948	90	475,6	0,998	90	-----	-----
41	500,0	0,997	41	-----	-----	91	451,5	0,997	91	196,4	0,976
42	555,7	0,998	42	276,3	0,932	92	542,6	0,996	92	202,2	0,604
43	556,5	0,997	43	291,5	0,978	93	495,3	0,997	93	944,3	0,071
44	483,5	0,998	44	336,6	0,200	94	676,9	0,990	94	645,1	0,962
45	516,2	0,978	45	518,1	0,951	95	545,4	0,995	95	522,7	0,990
46	483,0	0,998	46	-----	-----	96	-----	-----	96	-----	-----
47	502,5	0,997	47	-----	-----	97	466,8	0,996	97	444,5	0,558
48	484,7	0,998	48	637,6	0,963	98	487,7	0,998	98	238,9	0,989
49	509,9	0,997	49	598,1	0,947	99	659,1	0,997	99	245,5	0,668
50	456,7	0,988	50	393,4	0,588	100	550,7	0,998	100	532,1	0,953

A nagyobb szórás nagyobb véletlenszerű hatásra utal. Valóban, próbatestek megcsúszása a befogópofákban véletlenszerűen megy végbe, hisz azt számos körülmény befolyásolja (a próbatest vastagsága, rugalmas tulajdonsága, felületi érdessége, a szorító-erő pillanatnyi nagysága stb.).

7. táblázat: A lucfenyő L-R síkhoz tartozó nyíró-rugalmassági moduluszának összefoglaló táblázata

	DIC-2D	Videoextenzométer
	(u=12%, $\rho_{\text{átlagos}} = 370 \text{ kg/m}^3$)	
Próbatestszám [db]		97
Értékelések száma [db]	94	76
Átlagos sűrűség [kg/m^3]		370
Átlag [Mpa]	519,7	410,7
Szórás [Mpa]	55,05	216,60
Max. [Mpa]	764,40	944,30
Min. [Mpa]	443,70	101,40
CV [%]	10,59	52,73
Átlagos R^2 [1]	0,995	0,835

Feltüntettem a mérések maximumát és minimumát, valamint a relatív szórást is (CV) Ezek a svájci méréseknél nagyon jónak, a hazai méréseknél az átlagnál rosszabbnak bizonyultak. A DIC-2D mérések szórása negyede az extenzoros mérésekének, a maximum és minimum értékek közötti különbség is többszöröse a hazai mérésekének – ezek alapján is indokolt lenne egy olyan alakváltozás mérő rendszerrel is vizsgálatokat végezni, ami egyszerre három irányban képes az elmozdulásokat mérni. A 8. táblázatban a szakirodalomban megtalálható nyíró-rugalmassági moduluszokkal hasonlítottam össze az eredményekből képzett átlagokat. Jól látható, hogy a mérési eredmények és az irodalmi adatok között nincs nagyságrendbeli eltérés. Az összehasonlítás akkor lenne az igazi, ha valamennyi irodalmi adat esetében információval rendelkeznek az anyagjellemző meghatározásának módjáról. Az adatok alapján azonban kijelenthető, hogy az orientációs elmélet alkalmas a nyíró-rugalmassági modulusz meghatározására.

8. táblázat: Mérési eredmények összehasonlítása irodalmi adatokkal lucfenyő nyíró-rugalmassági moduluszára

Közvetett módszer		Szalai (2001)	Niemz (1993)	Molnár (2000)	Kovács (1984) (lemez csavarása)	Keunecke (2007) (din. eljárás)
DIC	Extenzométer					
u=12%		u=12%	u=-----	u=12%	u = -----	u=12%
$\rho_{\text{átlagos}} = 370 \text{ kg/m}^3$		$\rho=390 \text{ kg/m}^3$	$\rho=470 \text{ kg/m}^3$	$\rho = \text{-----}$	$\rho = \text{-----}$	$\rho=400 \text{ kg/m}^3$
519,7 Mpa	479,7 Mpa	500,0 Mpa	600,0 Mpa	573,0 Mpa	375,36 Mpa	617,0 Mpa

4.3.2. A Kőris faanyag mérési eredményeinek kiértékelése

9. táblázat: Videoextenzométeres mérés eredményei kőris nyíró-rugalmassági modulusza esetén

G_{RT} [MPa]				G_{LR} [MPa]				G_{LT} [MPa]			
húzás		nyomás		húzás		nyomás		húzás		nyomás	
G_{RT}	R^2	G_{RT}	R^2	G_{LR}	R^2	G_{LR}	R^2	G_{LT}	R^2	G_{LT}	R^2
(u=12%, $\rho_{\text{átlagos}} = 670 \text{ kg/m}^3$)											
190,9	0,904	298,8	0,984	1288,0	0,881	1029,0	0,991	964,8	0,991	993,7	0,994
313,6	0,977	313,4	0,986	1031,0	0,983	1144,0	0,989	951,0	0,991	1177,0	0,996
340,9	0,978	551,2	0,969	1139,0	0,990	931,4	0,983	836,0	0,980	1111,0	0,985
347,7	0,961	351,7	0,982	883,0	0,978	1070,0	0,977	634,2	0,993	1444,0	0,983
341,6	0,988	286,3	0,979	709,5	0,393	825,9	0,990	889,4	0,777	849,0	0,991
402,5	0,987	248,0	0,985	2007,0	0,229	910,3	0,967	981,2	0,575	1215,0	0,990
370,3	0,964	298,3	0,982	905,1	0,980	989,3	0,964	604,2	0,990	1289,0	0,993
251,8	0,983	304,0	0,992	1404,0	0,992	948,1	0,969	634,3	0,991	885,0	0,984
224,4	0,966	360,3	0,990	974,7	0,994	788,2	0,983	635,2	0,980	1111,0	0,993
238,8	0,931	348,8	0,970	1189,0	0,991	759,1	0,987	1531,0	0,876	1006,0	0,990
302,3	0,858	339,8	0,991	1528,0	0,997	1141,0	0,991	1120,0	0,051	723,5	0,977
418,5	0,919	255,8	0,976	989,0	0,995	906,5	0,974	841,4	0,090	1105,0	0,993
262,6	0,681	258,0	0,987	979,9	0,986	939,2	0,963	511,7	0,932	911,0	0,993
228,4	0,812	260,6	0,981	1043,0	0,993	952,6	0,992	634,6	0,649	957,7	0,979
330,7	0,964	379,1	0,952	1547,0	0,967	814,8	0,992	849,8	0,994	793,3	0,986
303,8	0,930	350,5	0,996	1248,0	0,983	1007,0	0,985	583,0	0,982	1220,0	0,996
280,5	0,958	347,3	0,990	865,0	0,987	987,0	0,995	767,5	0,998	1069,0	0,994
197,2	0,835	217,9	0,966	772,5	0,997	835,5	0,981	915,4	0,986	1094,0	0,994
224,2	0,769	287,1	0,991	1311,0	0,993	1136,0	0,984	647,5	0,973	1061,0	0,992
370,4	0,959	318,5	0,963	1473,0	0,997	765,8	0,980	524,9	0,997	1003,0	0,991
287,5	0,896	282,3	0,987	1057,0	0,903	810,6	0,942	601,3	0,995	841,3	0,987
165,8	0,545	326,3	0,987	1413,0	0,880	712,6	0,994	835,1	0,992	1456,0	0,918
279,1	0,935	229,1	0,994	1024,0	0,997	903,1	0,983	1198,0	0,990	1406,0	0,993
299,3	0,904	333,4	0,994	461,6	0,136	1097,0	0,978	665,8	0,993	1031,0	0,929
253,9	0,979	350,2	0,995	1220,0	0,987	1046,0	0,990	---	---	780,5	0,993
307,1	0,952	350,6	0,968	1192,0	0,710	746,2	0,978	---	---	986,6	0,992
185,7	0,974	217,7	0,935	494,7	0,727	1181,0	0,972	---	---	982,1	0,990
268,7	0,944	234,6	0,963	---	---	413,3	0,908	---	---	940,8	0,990
223,1	0,899	---	---	---	---	---	---	---	---	888,8	0,990
229,9	0,789	---	---	---	---	---	---	---	---	950,3	0,992
360,0	0,982	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
294,5	0,990	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
275,0	0,941	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

A különböző síkokhoz tartozó húzó és nyomó próbatestekből kisszámú mintát alakítottunk ki. A megfelelő minőségű mérések kivitelezéséhez már kellő tapasztalattal rendelkezünk. A kőris adatainak kiértékelését hasonló módon végeztem el, mint a fenyő esetében. A 9. táblázat tartalmazza valamennyi mérés kiértékelt eredményét. A húzó és nyomó vizsgálatokból származó eredményeket egymás mellé gyűjtöttem össze az egyes anatómiai fősíkok esetében. A G-moduluszok mellett az R számot is feltüntettem. Mérési hibára hivatkozva már sokkal kevesebb az olyan adat, amit nem vettem figyelembe

a kiértékelés során. Ennek több oka lehet. Az egyik, hogy a videoextenzométer megfelelő mérési paramétereit sikerült jól kiismerni és beállítani. Ugyanakkor a fafajok közötti különbség is okozhatja ezt a pozitív előrelépést a mérési eredményekben, miszerint az anyagvizsgáló berendezés kúpos, önzáró befogó pofái egyszerűen jobban „megragadják” a befogott próbadarabot, kiküszöbölve a fenyőnél tapasztalt ugrálást. Ez a fenyő és kőris anyagok keménysége közötti különbség miatt lehetséges. Az RT anatómiai fősíkhoz tartozó nyíró-rugalmassági modulusz meghatározása során 35 húzó próbatestet mérünk, amiből 33 adott értékelhető eredményt. A 28 nyomó próbatest mindegyik kiértékelhető volt. Az LR sík esetén 28 húzó próbatestből 27 volt megfelelő, míg mind a 28 nyomó próbatestet fel lehetett használni a statisztika készítéséhez. LT sík esetén két darab húzó próbatestet kellett kiejteni, míg a nyomó próbatestek itt is mind megfelelő eredményt adtak. A 10. táblázatban mutatom be a mérés adatait és az elkészített statisztikát. Az első két sorban a lemért próbatestek száma, illetve az értékelések száma szerepel. A statisztikai adatok az értékelt próbatestek számából származnak. A próbatestek átlagos sűrűsége tömeg és térfogatmérés alapján történt.

10. táblázat: Mérési eredmények összefoglalása kőris nyíró-rugalmassági moduluszára

	G_{RT} [MPa]		G_{LR} [MPa]		G_{LT} [MPa]	
	húzás	nyomás	húzás	nyomás	húzás	nyomás
	($u=12\%$, $\rho_{\text{átlagos}} = 670 \text{ kg/m}^3$)					
Próbatestszám [db]:	35	28	28	28	26	30
Értékelések száma [db]:	33	28	27	28	24	30
Átlagos sűrűség [kg/m^3]:	670		670		670	
Átlag [MPa]:	284,0	310,7	1116,6	921,1	806,6	1042,7
Átlag (húzás-nyomás)[MPa]:	297,35		1018,85		924,65	
Szórás [MPa]:	63,6	66,7	333,6	166,8	241,4	189,0
Max [MPa]:	418,5	551,2	2007	1181	1531	1456
Min [MPa]:	165,8	217,7	461,6	413,3	511,7	723,5
CV [%]:	22,4	21,5	29,9	18,1	29,9	18,1
Átlagos R^2 [1]:	0,911	0,980	0,876	0,978	0,865	0,986

A következő sorban az átlagos nyíró rugalmassági modulusz értékeit tüntettem fel. A következőkben a szórás szerepel, illetve a mintának a minimum és maximum értékei. A szórás százalékos aránya az átlaghoz viszonyítva, azaz a relatív hiba a következő feltüntetett adat. Végül pedig a mérési pontokra illesztett egyenesek R^2 az átlaga szerepel. A CV számok is jól mutatják, hogy ezek a mérések lényegesen jobban sikerültek, mint a fenyő extenzométeres vizsgálatait. Az eredmények azt igazolják, hogy az orientációs elmélet alkalmas a nyíró-rugalmassági modulusz megbízható, egyéb külső tényezőktől

független meghatározására. Ezt már a fenyő mérési adatainak az eredményeiből is lehetett szűrni, azonban ez, a normál feszültség kétirányú alkalmazása után, még inkább megerősítést nyert. Ami fontos tapasztalat, és a további kutatásoknál fontos szempont lehet, hogy a nyomó próbatesteken végzett mérések mindhárom esetben jobb statisztikai eredményt hoztak. A legelső dolog erre vonatkozóan, hogy mind a három anatómiai fősík esetében fel lehetett a mérési adatokat használni, nem kellett mérési hibára hivatkozva adatsort törölni. A szórás értéke, az RT anatómia fősíkot kivéve, lényegesen kisebb nyomó vizsgálat esetén. Ugyanez adódik a CV számból is, és az átlagos R^2 értékek is azt erősítik meg, hogy a normál feszültség létrehozása nyomó terheléssel lényegesen jobb eredményeket adott. Ennek okát abban látom, hogy az anyagvizsgáló berendezésben elhelyezett próbatestnek nem állt módjában olyan elmozdulásokat tenni a nyomó vizsgálat során, mint a húzó próbatestnek a befogó pofában.

11. táblázat: Mérési eredmények összehasonlítása irodalmi adatokkal köris nyíró-rugalmassági moduluszára

	Közvetett módszer húzás nyomás		Szalai (2001)	Niemz (1993)	Molnár (2000)
	u=12%		u=9%		u=12%
	$\rho_{\text{átlagos}} = 670 \text{ kg/m}^3$		$\rho = 670 \text{ kg/m}^3$		$\rho = \text{-----}$
G_{RT} [MPa]	284,0	310,7	270	-----	254
	Közvetett módszer húzás nyomás		Szalai (2001)	Niemz (1993)	Molnár (2000)
	u=12%		u=9%	u=-----	u=12%
	$\rho_{\text{átlagos}} = 670 \text{ kg/m}^3$		$\rho = 670 \text{ kg/m}^3$	$\rho = 670 \text{ kg/m}^3$	$\rho = \text{-----}$
G_{LR} [MPa]	1116,6	921,1	1340	880	1324
	Közvetett módszer húzás nyomás		Szalai (2001)	Niemz (1993)	Molnár (2000)
	u=12%		u=9%	u=-----	u=12%
	$\rho_{\text{átlagos}} = 670 \text{ kg/m}^3$		$\rho = 670 \text{ kg/m}^3$	$\rho = 670 \text{ kg/m}^3$	$\rho = \text{-----}$
G_{LT} [MPa]	806,6	1042,7	890	620	1082

A nyomó vizsgálatoknál, ha beállt a próbatest a központos nyomóerő hatására, akkor annak ott már semmilyen lehetősége nem volt még minimális elmozdulásokra sem, egészen a tönkremenetelig. Minden bizonnyal ez okból adódóan kaptunk az elméletihez minden tekintetben jobban közelítő alakváltozás-feszültség görbéket a nyomó vizsgálatok eredményeiül. Mindebből arra lehet következtetni, hogy a nyomóerő, mint a próbatest hossz tengelyével párhuzamos terhelés, - megfelelő geometriájú próbatest esetén - megbízhatóbb a nyíró-rugalmassági modulusz közvetett módszerrel történő meghatározására. A húzó és nyomó vizsgálatok közötti különbség azt is mutatja, hogy nem az

extenzométer felbontásával van elsősorban a probléma. Ezt nemcsak a nyomó, hanem a húzó vizsgálatok eredményei is alátámasztják. A módszer alkalmasságát igazolja, hogy az irodalmi adatokkal történt összehasonlítás (11. táblázat) sem mutat olyan eltéréseket, amelyek miatt el kellene vetni a módszer alkalmazását. A 11. táblázatban feltüntetett irodalmi adatokkal ugyanakkor az a probléma, hogy azok meghatározásának módszerére vonatkozóan nincs információ.

Összefoglalás

Doktori munkám kezdetekor témaválasztásommal kapcsolatban kettős célt fogalmaztunk meg. Az egyik az orientációs elmélet alkalmasságának bizonyítása egy ahhoz hasonló eljárással, amit húzó és nyomó vizsgálatoknál a Hooke-törvény megszületése óta alkalmaznak. Még ma is az egyik legkönnyebben kivitelezhető mérések közé tartozik a húzó és nyomó anyagvizsgálat. A technikai fejlődésnek köszönhetően pedig napjainkra a legmegbízhatóbbak közé is sorolhatjuk, mivel nagy pontosságú anyagvizsgáló berendezések állnak rendelkezésre. A másik cél egy új alakváltozás mérő eszköz, a videoextenzométer gyakorlati szintű megismerése és alkalmazása volt. Az optikai rendszerek egyre inkább fejlődnek és terjedőben vannak. Az MMTI-n rendelkezésre álló eszközt alapvetően fémek és műanyagok hosszváltozásának mérésére fejlesztették, egy olyan további kiegészítő funkcióval, amely lehetővé tette fémek szakadási nyúlásának és kontrakciójának meghatározását. Ezért a dolgozatban megfogalmazott célnak megfelelő tényleges mérések előtt több száz mérést végeztünk, hogy az eszközt, annak beállítási paramétereit megismerjük és megbízhatóan, napi szinten alkalmazni tudjuk. A mérés begyakorlására nemcsak doktori munkám során, hanem más alakváltozás méréssel kapcsolatos feladatok esetében is szükség volt. Az eredmények ismeretében kijelenthető, hogy az orientációs elmélet alkalmas anizotrop anyagok anatómiai fősíkjaihoz tartozó nyíró-rugalmassági moduluszainak a meghatározására. Ezt igazolja a mérési adatok statisztikai feldolgozása és irodalmi értékekkel történt összehasonlítása is. Ugyanakkor fontos kiemelni, hogy az alakváltozás mérés technikai háttere csupán a kétparaméteres modell (2.38) alkalmazását tette lehetővé. Úgy vélem, hogy az orientációs elmélet alkalmasságának további bizonyítása abban az esetben lehetne teljes, ha az infrastrukturális háttér lehetővé tenné olyan alakváltozás-mérő berendezés alkalmazását, amely egyszerre három irányban lenne képes mérni a fajlagos hosszváltozást. Ebben az esetben a közvetett módszer három-paraméteres modelljét (2.37) választjuk, azaz a normálfeszültség és az anatómiai főirány közötti szöget 45° -tól eltérően is felvehetnénk. Ennek már a próbatest-gyártás során is nagy előnye lenne. A három fajlagos alakváltozás mérésének pontossága pedig biztosítéka az adott fősíkhöz tartozó nyíró-rugalmassági modulusz pontos meghatározásának. Az ilyen módon nyert modulusz valódi anyagjellemzőnek tekinthető, amely alapvetően független a vizsgálati technológia kivitelezési formájától.

Bár dolgozatomban a természetes faanyag nyíró-rugalmassági modulusának a meghatározásával foglalkoztam, meg kell jegyezni, hogy a közvetett mérési eljárás minden olyan anizotrop anyag esetén alkalmazható, amelynek van legalább egy szimmetriasíkja. Ezzel a mérési módszerrel lehetővé válik, hogy – bár egy szendvicsszerkezet effektív nyíró-rugalmassági modulusát nem tudjuk meghatározni – összetett szerkezetű, keresztmetszetű rudak, esetleg panelek rétegeinek G-modulusát meghatározzuk. A rétegek nyíró-rugalmassági modulusáinak ismeretében pedig az összetett keresztmetszetű elem eredő G-modulusát elméleti megfontolások alapján számolhatjuk. Ily módon lehetővé válik manapság oly gyakran alkalmazott szendvics szerkezetek nyírásból származó alakváltozásának meghatározása, illetve teljes alakváltozásának pontosabb becslése.

Tézisek

1. tézis

Elméleti megfontolások és kísérleti eredmények alapján megállapítottam, hogy a napjainkig alkalmazott közvetlen vizsgálati módszerek nem alkalmasak az izotrop és anizotrop anyagok nyíró-rugalmassági modulusának, mint tiszta anyagjellemzőnek az egyértelmű és széles körben elfogadott meghatározására. A közvetlen módszerekkel meghatározott nyíró-rugalmassági modulus az alkalmazott kísérleti technika függvénye, ilyen módon nem valódi anyagjellemzőt kapunk, hanem a kísérleti technikára jellemző moduluszt. A különböző technikákkal meghatározott nyíró-rugalmassági értékek egymással nem kompatibilisek, egy adott kísérleti technika legfeljebb a különböző kezelések nyíró-rugalmassági moduluszra gyakorolt befolyásoló hatásának vizsgálatára alkalmazhatók.

A közvetlen módszerek hátrányos tulajdonságai:

a/ Tiszta nyírás létrehozása egy előre kijelölt keresztmetszetben ritkán sikerül maradéktalanul. Főleg a régebben alkalmazott módszereknél járulékos igénybevételként kisebb-nagyobb hajlító-nyomaték is ébred, azaz a nyírási síkon a nyírófeszültségek mellett, a nyírási síkra merőlegesen, normálfeszültségek is keletkeznek (azaz a feszültségi állapot összetett és nem tiszta nyírás), ami meghamisítja a mérési eredményeket.

b/ Néhány újabban kidolgozott módszernél a tiszta nyírás elvileg megvalósítható, de még ilyen esetekben sem lehet elérni, hogy a nyírófeszültség, ill. a nyírási deformáció eloszlása a nyírási réteg hossza mentén egyenletes legyen. A pontos eloszlás meghatározása igen körülményes, ezért pontatlan (pl. egyéb anyagjellemzőket kellene ismerni a nyírási réteg környezetében)

c/ A nyírási szögváltozás méréséhez általában bonyolult berendezésekre van szükség. Általában nem is szögváltozást mérnek, hanem alkalmasan választott irányokban a fajlagos hosszváltozásokat. Az átszámítási technika újabb pontatlanságokhoz vezethet.

d/ Anizotrop testek esetén bizonyos orientációkban a nyíró-rugalmassági modulusz mérése a közvetlen módszerekkel el sem végezhető.

2. tézis

Anizotrop testek rugalmassági alapegyenleteinek felhasználásával szakirodalom alapján levezettem egy olyan összefüggést (közvetett módszer, orientációs elmélet),

amelynek kísérleti megvalósításával meghatározhatók az anatómiai, ill. szerkezeti fősíkokhoz tartozó nyíró-rugalmassági modulusok. Az eljárás a közvetlen módszerek hátrányainak jelentős részét kiküszöböli.

A közvetett módszer előnyei:

a/ Nincs szükség különleges alakú próbatestre és bonyolult befogó berendezésre.

b/ Az alakváltozási és feszültségi állapot a befogópofáktól elegendően távol a próbatest nagy részén egyenletes eloszlású.

c/ Nem kell szögváltozást mérni, csupán hosszváltozást három, speciális esetben két irányban.

3. tézis

Az orientációs elmélet alapján húzó vizsgálatokat végeztem lucfenyő próbatesteken. A mérési adatok alapján meghatároztam a lucfenyő LR anatómiai fősíkhöz tartozó nyíró-rugalmassági modulusát a videoextenzométer és a DIC-2D alakváltozás-mérő eszköz alkalmazásával.

4. tézis

Az orientációs elmélet alapján húzó és nyomó vizsgálatokat végeztem kőris próbatesteken. A mérési adatok alapján meghatároztam a kőris valamennyi anatómiai fősíkjához tartozó nyíró-rugalmassági modulusait a videoextenzométeres alakváltozás-mérő eszköz alkalmazásával.

5. tézis

Vizsgálataim alapján megállapítottam, hogy az orientációs elmélet alkalmas anizotrop anyagok nyíró-rugalmassági modulusának a meghatározására.

A vizsgálatok során felmerült problémák arra utalnak, hogy érdemes lenne próbálkozni a közvetett módszer három-paraméteres modelljével, azaz a normálfeszültség és az anatómiai főirány közötti szöget nem 45° -nak választjuk.

Ilyenkor ugyan három irányban kell mérni a fajlagos hosszváltozást, de ezek egyike sem lesz nagyon kicsi érték, így meghatározásuk pontosabb. A három fajlagos alakváltozás pontossága pedig a biztosítéka az adott fősíkhöz tartozó nyíró-rugalmassági modulus minél pontosabb meghatározásának. Az ilyen módon nyert modulus valódi anyagjellemzőnek tekinthető, amely független a vizsgálati technológia kivitelezési formájától. E megoldás hátránya, hogy olyan alakváltozás-mérési technikát kell alkalmazni, amely

képes egyidejűleg három irányban mérni a fajlagos hosszváltozást. Ezek a műszerek napjainkban meglehetősen drágák.

6. tézis

A kétparaméteres nyíró-rugalmassági modulusz meghatározásának elméleti vizsgálatánál bebizonyítottam, hogy a Poisson tényező éppen a 45° -os orientációnál kicsi értékeket vesz fel (sőt, kis negatív értéket is felvehet). Ez a megállapítás a keresztirányú fajlagos hosszváltozás mérését igen pontatlanná teheti, és így a G-modulusz értékében jelentős hiba keletkezhet. Ennek kiküszöbölésére meg kell vizsgálni a 45° -tól eltérő orientációjú próbatestek használatának lehetőségét. Ehhez olyan mérőberendezésre van szükség, amely megengedi az egyszerre háromirányú fajlagos alakváltozás mérését.

7. tézis

A közvetett nyíró-rugalmassági modulusz a tapasztalatok alapján nagyon érzékeny a kísérleti körülményekre. A vizsgált fafajtól függően az alkalmazott erők és deformációk kicsinyek, ami mindkettő mérésének pontosságát befolyásolhatja. Kis erőknél az ékpofás megfogásban a próbatest megcsúszik, ezért az alakváltozási diagram szálkás alakot vesz fel, az összetartozó feszültségi alakváltozási értékpárok kitérése jelentős. Szorítópofás megfogásnál a próbatest megcsúszása nem következik be. A befogó pofa jelentőségére utal az is, hogy kőris vizsgálatainknál a nyomással kapott nyíró-rugalmassági modulusz értékek szórása 18 % volt, míg ugyanez az eredmény húzásnál 30% volt.

Irodalomjegyzék

1. **Barnes, J.A., Kumosa, M., Hull, D. (1987):** Theoretical and experimental evaluation of the Iosipescu shear test. *Composites Science and Technology*, 28, 251-268
2. **Chui, Y.H., Smith, I. (1989):** Influence of Rotary Inertia Shear Deformation and Support Condition on Natural Frequencies of Wooden Beams. *Wood Science of Technology*, 24, 233-245
3. **Dahl, K.B., Malo, K.A. (2009)/a:** Nonlinear shear properties of spruce softwood: experimental results. *Wood Science and Technology*, 43, 539-558
4. **Dahl, K.B., Malo, K.A. (2009)/b:** Linear shear properties of spruce softwood. *Wood Science and Technology*, 43, 499-525
5. **Dívós, F., Horváth, M. (2006):** Faanyag rugalmas állandóinak dinamikus meghatározása, összehasonlítása. *Faipar*, 54, 3-8
6. **Dumail, J-F., Olofsson, K., Salmén, L. (2000):** An Analysis of Rolling Shear of Spruce Wood by the Iosipescu Method. *Holzforschung*, 54, 420-426
7. **Ebrahimi, G., Sliker, A. (1981):** Measurement of shear modulus in wood by a tension test. *Wood Science*, 13, 171-176
8. **Gupta, R., Heck, L., Miller, T. (2002):** Experimental Evaluation of the Torsion Test for Determining Shear Strength of Structural Lumber. *Journal of Testing and Evaluation*, 30, 283-290
9. **Gupta, R., Siller, T. (2005)/a:** Shear Strength of Structural Composite Lumber Using Torsion Tests. *Journal of Testing and Evaluation*, 33, 110-117
10. **Gupta, R., Siller, T. (2005)/b:** A comparison of the shear strength of structural composite lumber using torsion and shear block tests. *Forest Product Journal*, 55, 29-34
11. **Hassel, B.I., Berard, P., Modén, C.S., Berglund, L.A. (2009):** The single cube apparatus for shear testing – Full-field strain data and finite element analysis of wood in transverse shear. *Composites Science and Technology*, 69, 877-882
12. **Hearmon, R.F.S. (1948):** The Elasticity of wood and plywood – *Forest Product Research, Special Report No. 7*; London: His Majesty's Stationery Office, 5-57
13. **Hearmon, R.F.S. (1960):** Applied anisotropic elasticity – Oxford University Press, 1-26

14. **Horváth, M. (2010):** Akác faanyag akkusztikai térképe – Doktori (Phd) értekezés, Sopron, NYME, 16-53
15. **Hung, S.-C., Liechti, K.M (1997):** An Evaluation of the Arcan Specimen for Determining the Shear Moduli of Fiber-reinforced Composites. *Experimental Mechanics*, 37, 460-468
16. **Janowiak, J., Pellerin, R. (1991):** Shear moduli determination using torsional stiffness measurements. *Wood and Fiber Science*, 24, 392-400
17. **Keunecke, D., Sondereeger, W., Pereteanu, K., Lüthi, T., Niemz, P. (2007):** Determination of Young's and shear moduli of common yew and Norway spruce by means of ultrasonic waves. *Wood Sci Technology*, 41, 309-327
18. **Kovács, Zs. (1984):** Faanyagok és forgácslapok nyíró-rugalmassági modulusainak meghatározása csavaró vizsgálattal. *Erdészeti és Faipari Tudományos Közlemények*, 1-2, 155-161
19. **Laghdir, A., Fortin, Y., De la Cruz, C.M., Hernández, R.E. (2008):** Development of a technique to determine the 3D elasticity tensor of wood as applied to drying stress modeling. *Ciencia y tecnologia*, 10, 35-44
20. **Liu, J.Y. (1984):** New shear strength test for solid wood. *Wood and Fiber Science*, 16, 567-574
21. **Liu, J.Y. (2002):** Analysis of off-axis tension test of wood specimens. *Wood and Fiber Science*, 34, 205-211
22. **Liu, J.Y., Ross, R.J. (2005):** Relationship between radial compressive modulus of elasticity and shear modulus of wood. *Wood and Fiber Science*, 37, 201-206
23. **Molnár, S. Varga, F., Fehér, S., Németh, R. (2000):** A faanyag műszaki tulajdonságai. *In: Faipari Kézikönyv I. (szerk.: Molnár, S.) – Faipari Tudományos Alapítvány, Sopron, 59-83*
24. **Murata, K., Kanazawa, T. (2007):** Determination of Young's modulus and shear modulus by means of deflection curves for wood beams obtained in static bending tests. *Holzforschung*, 61, 589-594
25. **Naruse, K. (2003):** Estimation of shear moduli of wood by quasi-simple shear tests. *J Wood Sci*, 49, 479-484
26. **Niemz, P. (1993):** Physik des Holzes und der Holzwerkstoffe – DRW-Verlag Weinbrenner, Leinfelden-Echterdingen, 146-227

27. **Pierron, F., Vautrin, A. (1997):** Measurement of the in-plane shear strengths of unidirectional composites with the Iosipescu test. *Composites Science and technology*, 57, 1653-1660
28. **Pierron, F., Vautrin, A. (1994):** Accurate comparative determination of the in-plane shear modulus of T300/914 by the Iosipescu and 45° off axis tests. *Composites Science and technology*, 52, 61-72
29. **Pindera, M.J., Herakovich, C.T. (1986):** Shear characterization of unidirectional composites with the off-axis tension test. *Experimental Mechanics*, 26, 103-112
30. **Schubert, S. I., Gsell, D., Dual, J., Motavalli, M., Niemz, P. (2006):** Rolling shear modulus and damping factor of spruce and decayed spruce estimated by modal analysis. *Holzforschung*, 60, 78-84
31. **Sliker, A., Yu, Y. (1993):** Elastic constants for hardwoods measured from plate and tension tests. *Wood and Fiber Science*, 25, 8-22
32. **Sretenovic, A., Müller, U., Gindl, W., Teischinger, A. (2004):** New shear assay for the simultaneous determination of shear strength and shear modulus in solid wood: finite element modelling and experimental results. *Wood and Fiber Science*, 36, 302-310
33. **Steck, G. (2005):** 100 Holzbau-beispiele nach din 1052:2004 , München
34. **Szalai, J. (2001):** A faanyag és faalapú anyagok anizotrop rugalmasság- és szilárdságtana – Hillebrand Nyomda, Sopron, 80-203
35. **Vafai, A. (1978):** Shear Moduli in Three Planes of Chenar and Red Jangali Wood. *Wood Science*, 11, 73-75
36. **Walrath, D.E., Adams, D.F. (1983):** The Iosipescu Shear Test as Applied to Composite Materials. *Experimental Mechanics*, 23, 105-110
37. **Xavier, J.C., Garrido, N.M., Oliveira, M., Morais, J.L, Camanho, P.P., Pierron, F. (2004):** A comparison between The Iosipescu and off-axis shear test methods for characterization of Pinus Pinaster Ait. *Composites*, 35, 827-840
38. **Xavier, J., Oliveira, M., Morais, J.L, Pinto, T. (2009):** Measurement of the shear properties of clear wood by the Arcan Test. *Holzforschung*, 63, 217-225
39. **Ylinen, A. (1963):** A comparative study of different types of shear test of wood. Fifth conference on wood technology, U.S. Forest Products Laboratory, Madison, Wisconsin, September 16-27

40. **Yoshihara, H. (2009):** Shear properties of wood measured by the asymmetric four-point bending test of notched specimen. *Holzforschung*, 63, 211-216
41. **Yoshihara, H., Sawamura, Y. (2006):** Measurement of the shear modulus of wood by the square-plate twist method. *Holzforschung*, 60, 543-548
42. **Yoshihara, H., Kubojima, Y. (2002):** Measurement of the shear modulus of wood by asymmetric four-bending tests. *J Wood Sci*, 48, 14-19
43. **Yoshihara, H., Kubojima, Y., Nagaoka, K., Ohta, M. (1998):** Measurement of the shear modulus of wood by static bending tests. *J Wood Sci*, 44, 15-20
44. **Yoshihara, H., Ohta, M. (2000):** Estimation of the shear strength of wood by uniaxial-tension test of off-axis specimens. *J Wood Sci*, 46, 159-163
45. **Yoshihara, H., Ohsaki, H., Kubojima, Y., Ohta, M. (1999):** Applicability of the Iosipescu shear test on the measurement of the shear properties of wood. *J Wood Sci*, 45, 24-29
46. **Zhang, W., Sliker, A. (1991):** Measuring shear moduli in wood with small tension and compression samples. *Wood and Fiber Science*, 23, 58-68
47. **Weaver, W., Timoshenko, S.P., Young, D.H. (1990):** *Vibration problems in engineering*, Canada, 363-506
48. **www.hit.bme.hu/~papay/edu/KommTech/Kompenzalas.pdf**: BME- Híradás-technikai Tanszék

Köszönetnyilvánítás

Ezúton is köszönetem fejezem ki mindazoknak, akik segítettek munkám a dolgozat elkészültében!

Hálás köszönettel tartozom Dr. Szalai József Tanár Úrnak, témavezetőmnek, hogy doktoranduszának fogadott, hogy segítette munkám az elmúlt években, hogy írásaimat, cikkeimet, dolgozatomat a legnagyobb alaposággal nézte át és adott instrukciókat az elkövetett hibák javításához.

Csikós Szabolcsnak, az MMTI intézeti mérnökének köszönöm sok türelmét és segítségét a mérések kivitelezésénél.

Garab Józsefnek az MMTI doktoranduszának a svájci mérések elvégzéséért, publikációs tevékenységéért és szakmai tanácsaiért tartozom köszönettel.

Dr. Hantos Zoltánnak, az Építéstani Intézet adjunktusának valamennyi, a dolgozatomhoz közvetlenül és közvetve adott segítségét és tanácsait köszönöm.

Dr. Tolvaj László egyetemi tanárának, az MMTI intézetigazgatójának a dolgozat megírásához nyújtott segítségért.

Végül köszönöm családom támogatását!