

Nyugat-Magyarországi Egyetem  
Kitaibel Pál Környezettudományi Doktori Iskola  
Geokörnyezettudományi Program

**Doktori értekezés tézisei**

**A NEHÉZSÉGI ERŐTÉR SZINTETIKUS  
MODELLEZÉSE**

**BENEDEK JUDIT**

Témavezető  
**Dr. PAPP GÁBOR**

Sopron, 2009

## A kutatás előzményei és célkitűzései

A dolgozatban bemutatott eredmények szerves folytatását képezik az 1997-ben lezárt F014284<sup>1</sup>, illetve a 2001-ben lezárt T025318<sup>2</sup> OTKA programoknak. Az F014284 OTKA program keretében létrejött a Pannon–medence litoszféra szerkezete háromdimenziós modelljének első verziója (Papp 1996), amelyben a derékszögű hasáb volt a térfogatelem. A modell segítségével a geoid magyarországi felületdarabjának különböző variánsai kerültek kiszámításra (Papp 1996). Az előállított 3D sűrűségmodell, amely geológiai és geofizikai adatokon alapul, egyrészt bizonyos feltételek mellett lehetőséget ad a nehézségi erőter paramétereinek (nehézségi gyorsulás, geoidunduláció, nehézségi potenciál, nehézségi rendellenesség) analitikus meghatározására. Másrészt a sűrűségmodellből direkt (forward) modellezéssel előállított erőter paraméterei között fennálló funkcionál kapcsolatok miatt tesztelhetők az olyan numerikus módszerek (pl. a Stokes integrál valamely megoldása), amelyek az egyik paraméter-rendszerből egy másik paraméter-rendszert állítanak elő. A T025318 programban a litoszféra modell kibővült a Kárpát–Pannon térség szerkezetének leírására. A program egyik célkitűzése a topográfiai tömegeken áthaladó függővonal numerikus meghatározása volt ezen modellre támaszkodva. A modellszámítások alapján vizsgálható volt GPS mérésekből a Helmert-féle vetítési eljárással levezethető horizontális koordináták és a szintezéssel meghatározható magassági koordinátákhoz tartozó, a Pizzetti-féle vetítésnek megfelelő vetületi pontok között az alapfelületen tapasztalható eltérések nagyságrendje (Papp and Benedek 2000). Továbbá lehetővé vált a szabadlevegő gradiens (t.i. a nehézségi potenciál második, függőleges irányú parciális deriváltja) analitikus számítása és ennek alapján a normálértéktől való eltérések területi eloszlásának meghatározása a Pannon–medence belsejében (Csapó és Papp 2000). Teszteltük a nehézségi adatok térbeli sűrűségének hatását a Stokes-FFT módszerrel meghatározott geoidundulációkra (Benedek 2000, 2001), melynek során mind a szükséges geodéziai peremértékeket (nehézségi rendellenesség), mind a meghatározandó peremfelületet is (geoidunduláció) a modellből állítottuk elő. Az OTKA program részét képezte a szimulált függővonal elhajlások pontonkénti összehasonlítása a Magyarországon hozzáférhető 138 db csillagászati függővonal elhajlási adattal.

Mindezen vizsgálatok és eredmények után felmerült az igény arra, hogy a modell jelenlegi szerkezetének finomítása mellett bevezessünk egy a valósághoz job-

---

<sup>1</sup> F014284 sz. OTKA, „Nagypontosságú gravitációs erőter modellezés és geoid számítások a Kárpát–Pannon régióban”, 1994-1997, Témavezető: Papp Gábor

<sup>2</sup> T025318 sz. OTKA, „A nehézségi erőter helyi jellegzetességeinek hatása a geodéziai koordinátákra. Modellszámítások a Pannon-medencében”, 1998 – 2001, Témavezető: Papp Gábor.

ban igazodó térfogatelemet, melynek segítségével a szerkezeti határfelületek geometriai leírása pontosabbá tehető. Ilyen elemi test a poliéder, ugyanis ez lehetővé teszi a koordináta síkokhoz viszonyítva ferde síkokkal határolt testek képzését is. A ferde síkokkal határolt testek derékszögű hasábokkal történő modellezés óhatatlanul, mesterséges hatást okoz, amely a valósághoz viszonyítva torzítja az erőtér szerkezetét. Poliéder alkalmazásával csökkenthetők ezek nem kívánt hatások, amelyek leginkább a potenciál másodrendű deriváltjainak értékét befolyásolják elsősorban a terepfelszín közeli pontokban. Továbbá figyelembe vehető a Föld görbületének hatása a számítások során, mivel a poliéder geometriája megengedi a modell leírását egy globális geocentrikus koordináta rendszerben (pl. WGS84). A derékszögű hasábhoz viszonyítva a poliéder térfogatelem tömegvonzási potenciáljának és a potenciál magasabbrendű deriváltjainak analitikus képletei bonyolultabbak, számításuk időigényesebb. Számítástechnikai szempontból jelenleg az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézetben rendelkezésre álló HP A500 típusú 64 bit architektúrájú duál processzoros szerver számítógép biztosítja a szükséges számítási kapacitást.

A dolgozatban céлом volt a Kárpát–Pannon térség litoszféráját leíró derékszögű hasáb illetve poliéder modellek alkalmazásával nyert geoidunduláció és gravitációs anomália hozzájárulások összehasonlítása. Továbbá direkt modellezéssel kívántam a kétféle modellelemmel előállított másodrendű vertikális deriváltakat összevetni a terepfelszínhez közeli pontokban. Ebbe az összehasonlításba in situ méréseket (Csapó és Papp 2000) is be akartam vonni, így a modellszámítások célterületéül a BME által létesített sósókúti teszterületet választottam. A harmadik alkalmazás célja a regionálissá (Alpok–Pannon-medence–Kárpátok régió) bővített litoszféra modell felhasználásával becslést adni az egyes szerkezeti egységek, úgymint a topográfia, a felső köpeny és a neogén-negyedkori üledékösszlet hozzájárulására a potenciálzavar második deriváltjaihoz, azaz az Eötvös-tenzor elemeihez. Meg kívántam vizsgálni azt is, hogy a GOCE (Gravity and Steady-State Ocean Circulation Experiment) mérési adatok felhasználhatók lesznek-e a kéreg regionális léptékű sűrűség változásainak pontosítására. Ehhez célként tűztem ki a lokális (amelyben a térfogatelemek derékszögű hasábok) és a globális koordináta-rendszerben (amelyben a térfogatelemek poliéderek) számított deriváltak transzformációjára szolgáló képletek levezetését. Ennek alapján a földgörbületnek a számított erőtér paraméterekre gyakorolt hatását is szerettem volna meghatározni.

Tanulmányozni akartam a poliéder térfogatelem tömegvonzási potenciálját és a potenciál magasabbrendű deriváltjait leíró analitikus képletek numerikus tulajdonságait a hatótól távoli illetve közeli számítási pontokban, a modellszámítás pontosságát és az analitikus képletek időigényességét.

## A kutatás módszere és eredményei

A poliéder térfogatelem által generált tömegvonzási potenciált és a potenciál első és másodrendű deriváltjai leíró képletek értelmezési tartományainak megállapítására a potenciálelmélet tételeit alkalmaztam.

A vektoranalízis eszközét használva vezettem le a poliéderre vonatkozóan a tömegvonzási potenciál és a potenciál első és másodrendű deriváltjainak analitikus képleteit.

A poliéder tömegvonzási potenciáljának és a potenciál első és másodrendű deriváltjainak számítására kidolgozott eljáráshoz HP Fortran nyelven írt programrendszert fejlesztettem ki.

A nehézségi erőter különböző paramétereinek direkt modellezéséhez az Alpok–Pannon-medence–Kárpátok (ALPACA) térség topográfiájának háromdimenziós derékszögű hasáb illetve poliéder térfogatelem modelljét használtam.

A számítási/modellezési eredményeket egyes esetekben mérési eredménnyel hasonlítottam össze, melyek alapján a poliéder alkalmazásának előnyeit tudtam igazolni.

Különböző, egymásba transzformálható koordináta rendszereket használtam, melyekben különböző, szintén egymásba transzformálható derékszögű hasáb és poliéder modellelemek alkalmazásával a számított erőter paraméterek esetében a Föld görbületi hatására tudtam becslést adni.

A dolgozatomban összefoglaltam és kiegészítettem a poliéder térfogatelem tömegvonzási potenciáljának és a potenciál első és másodrendű deriváltjainak analitikus képleteit. A vektoranalízis eszközével a képletekre egységes levezetést adtam. Igazoltam, hogy felületi integrálról vonalintegrálra való áttérés esetén mind a Gauss-Osztrogradskij, mind a Stokes tétel alkalmazása ugyanannak a vektorfüggvénynek a keresésére vezethető vissza, és amelynek meghatározása egy kvázilineáris differenciálegyenlet megoldását jelenti. Igazoltam, hogy az analitikus képletek értelmezési tartományai kiterjeszthetők a potenciálelméletből levezethető értelmezési tartományokra, így a képletek szingularitásai feloldhatók.

Megvizsgáltam a poliéder térfogatelem esetén a képletek numerikus stabilitását mind a hatóhoz közeli, mind a hatótól távoli pontokban, megadva a számítási pont helyzetére (hatótól való távolság) vonatkozóan azokat a határokat, melyre az analitikus képletek értelmetlenné válnak vagy a számított értékekben már a numerikus hiba dominál. A potenciál elsőrendű deriváltjára vonatkozóan a numerikus hiba nagyságára és a ható távolságára a Holstein and Ketteridge (1996) és Holstein et al. (1999) által megadott összefüggést kiegészítettem a potenciál és a potenciál másodrendű deriváltjaira

vonatkozó összefüggésekkel. Duplapontosságú számítás mellett igazoltam, hogy az ALPACA régió poliéder térfogatelemekből álló szintetikus modelljével a potenciál másodrendű deriváltjaira végzett direkt számítások numerikus hibája jóval 1% alatt van az általam vizsgált tértartományban.

A poliéder tömegvonzási potenciálját és a potenciál első és másodrendű deriváltjait számító eljárás futási idejét összehasonlítva a direkt modellezésben leginkább használt derékszögű hasáb (Nagy, 1988) futási idejével körülbelül másfélszeres szorzót állapítottam meg, de további csökkentésnek is látom lehetőségét a számítási idő szempontjából optimális poliéder képletek alkalmazásával.

A Kárpát–medencei térség topográfiájának 5 km × 5 km-es és a Magyarország területét lefedő 500 m × 500 m-es horizontális felbontású digitális terepmodelljei (DTM) alapján mindkét területre elkészítettem a poliéder és két különböző módon előállított derékszögű hasáb modelleket. Az elemi derékszögű hasábokból és a poliéder térfogatelemekből álló modellekben az elemek horizontális kiterjedése megegyezik az eredeti DTM-ek rácstávolságával, vertikális kiterjedéseik pedig a DTM-ek rácspontjaiban megadott értékekkel azonosak. A másik derékszögű hasáb modell a minimális térfogatelem szám elve alapján készült (Kalmár et al 1995). Az 5 km × 5 km felbontású poliéder és derékszögű hasáb modellekkel a geoid szintjén számolt tömegvonzási zavar közötti eltérések átlagának és szórásának nagyságrendje a Magyarországot lefedő, 800 km × 600 km horizontális kiterjedésű számítási területen – 0.1 mGal és ± 0.5 mGal. Az 500 m × 500 m felbontású poliéder és derékszögű hasáb modellekkel az Északi Középhegység 165 km × 150 km kiterjedésű területén a geoid magasságában ( $H = 0$ ) végzett számítások alapján megállapítható, hogy a geoid szintjéhez közeli magasságú, vagyis az alföldi területeken (amely területeket általában kis magasságváltozás is jellemez) a minimális számú derékszögű hasáb generálásával és a poliéderek alkalmazásával készült modellekből számított eredmények közötti különbségek erőteljesebben jelentkeznek, mint a magasabb, középhegységi területeken.

A poliéder térfogatelem előnye a derékszögű hasábokkal szemben, hogy segítségével a topográfiai felszín leírható magasságu grások nélkül, ezzel például a  $z$  szerinti másodrendű parciális derivált egy sokkal simább, a valódi erőteret jobban jellemző függvény lesz a terepfelszín közeli tartományban. A BME sóskúti teszterületén végzett vizsgálat alapján megállapítható, hogy a poliéder modellből a terepfelszín felett 1 m magasságban számított másodrendű derivált értékek megfelelően korrelálnak a topográfiával, ami összhangban van az elmélettel. A terepfelszín közeli pontokban a potenciál másodrendű deriváltjának modellezéséhez szükséges a poliéder térfogatelem alkalmazása. A topográfia 10 m × 10 m-es felbontása esetén sem elégséges a topográfiát lépcsős szerkezettel (derékszögű hasáb modell) leírni, mivel a deriváltak értékei-

ben még a közeli pontok (pl. egy 25 m × 25 m-es rács pontjai) között is a változások indokolatlanul nagyok lehetnek és maguk az értékek gyenge korrelációt mutatnak a terepfelzínrel. A sós-kúti geodéziai mozgásvizsgálati teszhálózat hat pontjában a terület poliéder modelljéből előállított vertikális gradiens (VG) értékek egy átlagos értéktől eltekintve jól illeszkednek a mérési értékekhez (Csapó és Papp 2000), míg a derékszögű hasábmoddal számított értékek ellentmondanak a méréseknek.

GOCE műhold tervezett pályamagasságában (~250 km) végzett szintetikus gravitációs modellezés eredménye alapján megállapítható, hogy a topográfia és a felső köpeny hozzájárulása a potenciálzavar második deriváltjaihoz eléri az 1 Eötvös értéket. A neogén-negyedkori üledékösszlet esetén ezen hozzájárulás nagysága csak néhány század Eötvös, mely azonban nagyságrendileg még mindig meghaladja a tervezett mérési érzékenységet. Mivel a topográfia és az üledékösszlet sűrűségeloszlása jóval részletesebben ismert, mint az alsó kérget és a felső köpenyt elválasztó Moho felületet jellemző sűrűségkontraszt, ebből adódóan az előbbi két szerkezeti elem hatása korrekcióként vehető figyelembe a pályamagasságban mért adatok vonatkozásában. Az így előállított maradékok inverzió segítségével sűrűségkontraszt értékekké alakíthatók és ezáltal a Moho felületet jellemző, csak közvetett úton becsülhető sűrűségkontraszt pontosítható lesz. A direkt számításoknál a topográfia esetében mindenképpen a poliéder modellezés javasolt (azaz globális koordináta rendszer használata), mivel a földgömbület hatásának mértéke erre az összetevőre jelentősen meghaladja a műhold gradiométerének érzékenységét. Az üledékek hozzájárulásának modellezésekor elégséges a lokális koordináta-rendszer, azaz a derékszögű hasábok alkalmazása, hiszen a gömbület hatása a várható mérési zaj tartományába esik. Az inverzióhoz 10 %-os pontosság esetén elégséges a lokális rendszer használata.

## A doktori értekezés tézisei

1. Megadtam annak a  $\nabla_{\mathbf{r}_p} \mathbf{f}_i(\mathbf{r}_p) = \frac{1}{r_{MP}}$  kvázi lineáris parciális differenciálegyenletnek

az  $\mathbf{f}_i(\mathbf{r}_p) = \frac{\phi^* \left( \frac{y'}{x'} \right) + r_{MP}}{R_{MP}^2} \mathbf{R}_{MP}$  általános megoldását, amelyre a poliéder tömegvonzási

potenciál analitikus képletének számítása redukálódik és ezáltal az általános megoldásban a  $\phi^*$  függvény megfelelő megválasztásával az egyes szerzők sajátos megoldásait kapjuk vissza. A potenciál elsőrendű deriváltjaira közölt analitikus képleteket kiegészítettem a potenciál és a potenciál másodrendű deriváltak képleteivel amennyiben ezek az egyes szerzők által nem kerültek meghatározásra.

A poliéder tömegvonzási potenciál és a potenciál első és másodrendű deriváltak analitikus képleteinek felírására bevezetett konstansok különböző alakjaira vonatkozólag megadtam a numerikus stabilitási tartományokat, határértékeiket a kritikus pontokban és rangsoroltam a konstansokra adott képleteket a számítási idő alapján.

2. Becslést adtam a képletek numerikus hibáira (százalékban kifejezve) a számítási pontnak a poliéder lineáris dimenziójával normalizált távolsága függvényében. Az összefüggésben szereplő hatványkitevőt paraméternek tekintettem, becslésére 2.2 illetve 3.0 értékeket kaptam a potenciál illetve a potenciál másodrendű deriváltja esetén duplapontos számítás és 100% hiba feltétele mellett.  
Igazoltam, hogy az ALPACA (Alpok–Pannon-medence–Kárpátok) térség kéreg-szerkezetének poliéder modelljét használva a direkt számításoknál a távoli számítási pontra (pl. GOCE pályamagasság) illetve közeli pontokban ( $< 1$  m) a poliéderrel végzett számítások numerikus hibája kisebb, mint 1%.
3. Összefüggést állapítottam meg a poliéder illetve derékszögű hasáb modellel végzett számítás paraméterei (térfogat elemszám és számítási pontok száma) és a számítási idő között. A poliéder tömegvonzási potenciáljának és a potenciál elsőrendű deriváltjainak számításához megadott algoritmus számítási idő igénye duplapontos számábrázolás mellett kb. másfélszerese a derékszögű térfogatelemmel történő számítási időhöz képest.
4. A vertikális gradiens modellezésére a terepfelszín közeli pontokban nem elégséges a topográfiát lépcsős szerkezettel (derékszögű hasáb modell) leírni még a  $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ -es felbontás mellett sem, ugyanis a topográfia derékszögű hasáb modelljét használva a potenciálzavar  $z$  szerinti másodrendű deriváltjainak értékeiben a szomszédos pontok esetében (25 m) is az eltérések igen nagyok lehetnek. A terepfelszín közeli pontokban a  $z$  szerinti másodrendű derivált érzékenyen viselkedik a derékszögű hasábmodell lépcsős szerkezetére. A sóskúti mintaterületen nagyfelbontású  $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ -es DTM alapján készített részletes poliéder modellből a terepfelszín közeli pontokban számított potenciálzavar  $z$  szerinti másodrendű deriváltjai alapján készített térkép korrelál a topográfiával, ami összhangban van az elmélettel. Továbbá kimutattam, hogy poliéder modell felhasználásával számított VG értékek egymáshoz viszonyított változása a hat mérési pontban jól illeszkedik a mérésekkel kapott VG értékek változásához.
5. Direkt (forward) modellezéssel igazoltam, hogy a topográfia és a felső köpeny hozzájárulása a  $T$  potenciálzavar második deriváltjaihoz bizonyosan eléri az egy Eötvös értéket a GOCE (Gravity and Steady-State Ocean Circulation Experiment)

műhold tervezett pálya magasságában (250 km). A neogén-negyedkori üledékösszlet esetén ezen hozzájárulás nagysága csak néhány század Eötvös. Továbbá megállapítottam, hogy az ALPACA régióban a földgörbület hatása a vizsgált magassági tartományban átlagosan 10%-a a helyi hozzájárulások abszolút értékének, azaz néhány század E egység. A topográfia esetében a görbület hatásának mértéke a potenciál másodrendű deriváltjaira jelentősen meghaladja a műhold gradiométerének érzékenységét, az üledékek esetén ez a hatás a várható mérési zaj tartományába esik.

Megállapítottam, hogy a GOCE mérésekből elkülönítve a topográfia és az üledékösszlet hatását, az ún. maradékhataás inverzió segítségével sűrűségkontraszt értékekké alakítható, így reális esély van a Moho felületen jelenleg feltételezett sűrűség kontraszt értékek pontosítására.

## **A tudományos eredmények hasznosítása**

A vizsgálatok eredményei megcáfolják a szakirodalomban elterjedt álláspontot, amely alapján a poliéder térfogatelem alkalmazása a direkt modellezésben az általánosan használt derékszögű hasáb térfogatelemhez képest kevésbé alkalmas. Indokként általában a képletek bonyolultságát és a számítás időigényességét említik. A vizsgálatok alapján azt állíthatjuk, hogy a két térfogatelem, a derékszögű hasáb és poliéder alkalmazása a modellszámításokban mintegy kiegészítik egymást, ugyanis a feladattól függően egyik vagy másik térfogatelem használata vagy a kettő együttes használata előnyös. A poliéder tömegvonzási potenciáljának és a potenciál magasabbrendű deriváltjainak számítási idő igényessége az általam kifejlesztett algoritmussal számolva másfélszerese a derékszögű hasábéhoz viszonyítva, amit még csökkenteni lehet a futási idő szempontjából előnyösebb analitikus képletek megválasztásával. Így a feladattól függően mérlegelni kell, hogy az egymást gyengítő kritériumok, a pontosság és időigényesség közül melyiket részesítsük előnyben. Mint azt az alkalmazásokban is kimutattam, ha a potenciál elsőrendű, ill.- másodrendű deriváltjainak számítását a ható közelében végezzük, akkor a két térfogatelemmel történő számítás között a különbség szignifikáns lehet. A poliéder analitikus képleteinek numerikus vizsgálata alapján igazoltam, hogy a képletek numerikus szempontból stabilak a hatóhoz közeli pontokban illetve távoli pontokban (pl. GOCE műhold magassága) is, a numerikus hiba mind a lokális mind a regionális alkalmazások során nem haladja meg az 1%-ot. A poliéder potenciálja és a potenciál első és másodrendű deriváltja esetén a numerikus hiba és a számítási pont távolsága között felírt összefüggés alapján lehetőség van a numerikus hiba becslésére.



Általában megállapítható, hogy a domináns ható, vagy sűrűségugrás felszínéhez közeli pontban a nehézségi erőter paraméterek (geoidunduláció, a tömegvonzási rendellenesség, potenciál másodrendű deriváltja) leírása pontosabbá tehető, ha a pont környezetében a határfelületet minél részletesebben tudjuk leírni. Ennek egyik hatékony eszköze lehet a poliéder alkalmazása.

A poliéder tömegvonzási potenciálját és a potenciáljának magasabbrendű deriváltjait számító algoritmus az oktatásban is hasznosítható a földtani alakzatok tömegvonzási erőterének szemléltetésére.

A földbeli sűrűség inhomogenitások (pl. a litoszféra szerkezeti inhomogenitásai, nyersanyag lelőhelyek), az exogén (nagyreszt eróziós) folyamatok felszín alatti térre és felszínre vonatkozó következményeinek modellezése a poliéder közelítést indokolják jobban. Ilyen esetekben megfontolandó a geofizikában általánosan használt derékszögű hasáb mellett/helyett a modellszámítások során a poliéder alkalmazása.

## **A doktori értekezés témaköréből megjelent publikációk jegyzéke**

*Cikk referált folyóiratban: 15, Cikk referált SCI-s folyóiratban: 3, Kummulált IF: 1.81  
SCI-s idézetek: 20, Idézetek más forrásból: 29.*

Papp G., Benedek J. (1998): A függővonal modellezése a tömegvonzási erőterben. Geomatikai Közlemények I. 55 – 70.

G. Papp, J. Benedek 2000: Numerical modeling of gravitational field lines - the effect of mass attraction on horizontal coordinates. Journal of Geodesy, 73/12, 648 - 659.

D. Nagy, G. Papp, J. Benedek: (2000): The potential and its derivatives for the prism. Journal of Geodesy, 74/7-8, 552 – 560.

Benedek J. (2000): A gravimetriai adatok sűrűségének hatása a Stokes-FFT módszerrel számított geoidundulációk pontosságára. Geomatikai Közlemények III. 157–164.

J. Benedek (2001a): The effect of the Point Density of Gravity Data on the Accuracy of Geoid Undulations Investigated by 3D Forward Modeling. Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik, Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Meeting on Alpine Gravimetry, Leoben 2000, edited by Bruno Meurers, Department of Meteorology and Geophysics, University of Vienna, 159 – 166.

J. Benedek (2001b): The effect of the Point Density of Gravity Data on the Accuracy of Geoid Undulations Investigated by 3D Forward Modeling. In CD Proceedings of the 2001 Scientific Assembly of IAG, Budapest.

Papp G., Benedek J., Nagy D. (2002): Függővonal-elhajlások és nehézségi rendellenességek összehasonlítása Kanadában. Geomatikai Közlemények V. 175 – 190.

- Benedek J. (2002): Polihedron térfogatelem alkalmazása a nehézségi erőter paramétereinek kiszámításában. Geomatikai Közlemények V. 175 – 190.
- J. Benedek (2004): The application of polyhedron volume element in the calculation of gravity related quantities. In Meurers B. and Pail R. (eds): Proc. 1<sup>st</sup> Workshop on Int. Gravity Field Research, Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik, Heft 28, 99 – 106.
- G. Papp, J. Benedek, D. Nagy (2004): On the information equivalence of gravity field related parameters – a comparison of gravity anomalies and deflection of vertical data. In: Meurers, B. (ed.), Proceedings of the 1<sup>st</sup> Workshop on International Gravity Field Research, Graz 2003, Special Issue of Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik, Heft 31., pp. 71–78.
- G. Papp, J. Kalmár, J. Benedek (2004): Gravity investigation on Dunaföldvár test area. Landslide monitoring of loess structures in Dunaföldvár, Hungary, GGRI of Hung. Acad. Sci, Sopron 2004, 39 – 46.
- Papp G., Benedek J. (2005): Gravitációs inverzió alkalmazása a geoid vizsgálatában. Geomatikai Közlemények VIII. 231 – 238.
- Benedek J., Papp G. (2005): Graviméteres mérések kiértékelése műszervizsgálat céljából. Geomatikai Közlemények VIII. 201 – 208.
- Benedek J., Papp G. (2006): Az Eötvös tenzor elemeinek szimulációja a GOCE műhold pályamagasságában Geomatikai Közlemények X. 187 – 200.
- G. Papp, E. Szeghy, J. Benedek (2008): The determination of potential difference by the joint application of measured and synthetical gravity data: a case study in Hungary. Journal of Geodesy, DOI: 10.1007/s00190-008-0257-2.
- J. Benedek, G. Papp (2009): Geophysical inversion of on board satellite gradiometer data: A feasibility study in the ALPACA Region, Central Europe. Acta. Geod. Geoph. Hung. (megjelenés alatt).

## **A doktori értekezés témaköréből megtartott előadások jegyzéke**

1997. szeptember 3 – 9, IAG Scientific Assembly, Rio de Janeiro, G. Papp, J. Benedek: Plumbines, normal and horizontal coordinates. A case study in the Pannonian Basin, Hungary, poszter.
1998. december 11. Winter Seminar on Engineering Geodesy, Sopron, J. Benedek, G. Papp: Numerical determination of gravitational field lines - the effect of mass attraction on horizontal coordinates, előadás.
1998. április 23 – 24, Ifjú Szakemberek Ankétja, Kecskemét, Benedek J., Papp G., Kalmár J.: Az erővonal numerikus modellezése a tömegvonzási erőterben, előadás.

1998. május, Román Geológiai Intézet, Bukarest, J. Benedek, G. Papp: Numerical determination of field lines in gravitational space, előadás.
2000. május 4 – 5, 8<sup>th</sup> International Meeting on “Alpine Gravimetry”, Leoben, J. Benedek: The Effect of the Point Density of Gravity Data on the Accuracy of Geoid Undulations investigated by 3D Forward Modeling, előadás.
2000. July 31 – August 4, Gravity, Geoid and Geodynamics, Calgary, Canada, J. Benedek: The Effect of the Point Density of Gravity Data on the Accuracy of Geoid Undulations investigated by 3D Forward Modeling, poszter.
2000. október 11 – 12, Geomatika Szeminárium, Sopron, Benedek J.: A gravimetriai adatok sűrűségének hatása a Stokes FFT módszerrel számított geoidundulációk pontosságára, előadás.
2001. szeptember 2 – 7, IAG Scientific Assembly, Budapest, J. Benedek: The Effect of the Point Density of Gravity Data on the Accuracy of Geoid Undulations investigated by 3D Forward Modeling, poszter.
2001. október 23 – 27, AROPA Workshop, Luxemburg, J. Benedek: The gravitational potential and its derivatives for the prism: Theory and application, előadás.
2003. május 8 – 9, 1<sup>st</sup> Workshop on International Gravity Field Research, Graz, G. Papp, J. Benedek, D. Nagy: On the information equivalence of gravity field related quantities – a comparison of gravity anomalies and deflection of vertical data, előadás.
2003. május 8 – 9, 1<sup>st</sup> Workshop on International Gravity Field Research, Graz, J. Benedek: The application of polyhedron volume element in the calculation of gravity related quantities, előadás.
2004. október 28 – 29, Geomatika Szeminárium, Sopron, Benedek J., Papp G.: Graviméteres mérések kiértékelése műszervizsgálat céljából, előadás.
2004. október 28 – 29, Geomatika Szeminárium, Sopron, Benedek J., Papp G.: Gravitációs inverzió alkalmazása a geoid vizsgálatában, előadás.
2005. április 24 – 29, European Geosciences Union (EGU), Wien, Austria, G. Papp, J. Benedek: Application of gravity inversion for the investigation of geoid definitions, poszter.
2006. Aug 28<sup>th</sup> – Sept 1<sup>st</sup>, The first Symposium of IGFS in Istanbul, J. Benedek, G. Papp: Geophysical inversion of on board satellite gradiometer data: A feasibility study in the ALPACA Region, Central Europe, poszter.
2006. 28<sup>th</sup> – Sept 1<sup>st</sup>, The first Symposium of IGFS in Istanbul, G. Papp, J. Benedek: Inverse and forward gravitational modeling for the investigation of the primary indirect/quasi-indirect effect of Helmert’s second method of condensation, előadás.

2006. október 26 – 27, Geomatika Szeminárium, Sopron, Benedek J., Papp G.: Az Eötvös tenzor elemeinek szimulációja a GOCE műhold pályamagasságában, előadás.
2007. december 20, MTA Geodéziai Tudományos Bizottság ülése, Budapest, Papp G., Benedek J.: Gravimetriai kutatások az MTA GGKI-ban, előadás.
2008. október 31, Széchenyi István Emléknap, Sopron, Papp G., Benedek J.: Az Eötvös-tenzor és a gravitációs műholdak, előadás.
2008. november 6 – 7, Geomatika Szeminárium, Sopron, Papp G, Benedek J.: Direkt erőter modellezés a fertőrákosi kőfejtő belseje és topográfiai környezetének 3D modelljének segítségével, poszter.
2008. november 6 – 7, Geomatika Szeminárium, Sopron, Papp G., Benedek J.: Mért és szintetikus nehézségi adatok együttes alkalmazása a geopotenciális mérőszám nagy pontosságú meghatározására, előadás.

## Hivatkozások

- Benedek J (2000): A gravimetriai adatok sűrűségének hatása a Stokes-FFT módszerrel számított geoidundulációk pontosságára. Geomatikai Közlemények III. 157 – 164.
- Benedek J (2001): The effect of the Point Density of Gravity Data on the Accuracy of Geoid Undulations Investigated by 3D Forward Modeling. Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik, Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Meeting on Alpine Gravimetry, Leoben 2000, edited by Bruno Meurers, Department of Meteorology and Geophysics, University of Vienna, 159 – 166.
- Csapó G, Papp G (2000): A nehézségi erő vertikális gradiensének mérése és modellezése - hazai példák alapján. Geomatikai Közlemények III., 109 – 123.
- Holstein H, Ketteridge B (1996): Gravimetric analysis of uniform polyhedra. Geophysics, Vol 61, No 2, pp 357 – 364.
- Holstein H, Schürholz P, Starr A J, Chakraborty M (1999): Comparison of gravimetric formulas for uniform polyhedra. Geophysics, Vol 64, No 5, pp 1434 – 1446.
- Kalmár J, Papp G, Szabó T (1995): DTM-based surface and volume approximation. Geophysical applications. Comp. and Geosci., 21, 245 – 257.
- Nagy D (1988): A schort program for three-dimensional gravity modeling. Acta Geod. Geoph. Mont. Hung. Vol. 23, (2-4), pp: 449 – 459.
- Papp G (1996): A Pannon-medence nehézségi erőterének modellezése, Kandidátusi értekezés, MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézet Sopron.
- Papp G, Benedek J (2000): Numerical modeling of gravitational field lines - the effect of mass attraction on horizontal coordinates. Journal of Geodesy, 73/12, 648 – 659.