

# **Elemes felületszerkezet kifejlesztése és információs modellezése**

Nyugat-Magyarországi Egyetem  
Simonyi Károly Műszaki, Faanyagtudományi és Művészeti Kar  
Cziráki József Faanyagtudomány és technológiák Doktori Iskola

Doktori értekezés  
dr. Fekete Zoltán  
2014.

Témavezető:  
Dr. Szabó Péter PhD Intézetvezető, egy. docens, okl. építészmérnök

# Elemes felületszerkezet kifejlesztése és információs modellezése

Értekezés doktori (PhD) fokozat elnyerése érdekében

Készült a

Nyugat-Magyarországi Egyetem Nyugat-Magyarországi Egyetem  
 Simonyi Károly Műszaki, Faanyagtudományi és Művészeti Kar  
 Cziráki József Faanyagtudomány és technológiák Doktori Iskola  
 F3 Faszerkezetek programja keretében

Írta: dr. Fekete Zoltán

Témavezető: Dr. Szabó Péter Ph.D

Elfogadásra javaslom (igen / nem)

.....  
 (aláírás)

A jelölt a doktori szigorlaton % -ot ért el,  
 Sopron

.....  
 a Szigorlati Bizottság elnöke

Az értekezést bírálóként elfogadásra javaslom (igen /nem)

Első bíráló (Dr. ....) igen /nem .....  
 (aláírás)

Második bíráló (Dr. ....) igen /nem .....  
 (aláírás)

Harmadik bíráló (Dr. ....) igen /nem .....  
 (aláírás)

A jelölt az értekezés nyilvános vitáján % - ot ért el  
 Sopron

.....  
 a Bírálóbizottság elnöke

A doktori (PhD) oklevél minősítése:

## Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék .....	3
1 A dolgozat felépítése, a kutatás előzménye .....	6
1.1 A dolgozat felépítése .....	6
1.2 A kutatás előzménye .....	6
2 Elemes felületszerkezetek .....	7
2.0 A felületszerkezetek osztályozása .....	7
2.1 Nem rombusz kialakítású hálók .....	8
2.1.1 Geometriailag nem szabályos rácsozatú hálószerkezetek .....	8
2.1.1.1 Feszültségi trajektória hálózatú természeti analógiák .....	8
2.1.1.2 Feszültségi trajektória hálózatú történelmi kupolák .....	8
2.1.1.3 Feszültségi trajektória hálózatú mérnöki kupolák .....	9
2.1.1.4 Tensegrity kupolák .....	9
2.1.2 Geometriailag szabályos hálózatú felületszerkezetek .....	10
2.1.2.1 Ívtartós kupolák .....	10
2.1.2.2 Keretes- és Schwedler kupolák, hálóművek .....	11
2.1.2.3 Geodetikus kupolák, szabályos élű vagy lapú kupolák .....	13
2.2 A rombuszhálók .....	17
2.2.1 A rombuszhálók kinematikai osztályozása .....	17
2.2.2 A rombuszhálók előképei és ezek mérnöki továbbfejlesztése .....	19
2.2.2.1 Jurták .....	19
2.2.2.2 Bambusz kupolák .....	19
2.2.3 Textil szerkezetek – szövés, fonás, kötözés .....	20
2.2.3.1 Szőtt szerkezetek .....	20
2.2.3.2 Nem szőtt szerkezetek – kötött- és kompozit hálók .....	21
2.2.3.3 Fonott és szőtt szerkezetek korszerű épületszerkezeti alkalmazása .....	22
2.2.4 Gerendarács szerkezetek .....	25
2.2.5 Rácshéj szerkezetek .....	25
2.2.5.1 Fogalom .....	25
2.2.5.2 Szerkezeti kialakítás .....	26
2.2.5.3 Történelmi áttekintés, megépült szerkezetek .....	26
2.2.6 Reciprok (nexorade) szerkezetek .....	32
2.2.7 Lamellatartó szerkezetek .....	33
2.2.7.1 Zollinger lamellatartó .....	34
2.2.7.2 Kísérletek a lamellatartó továbbfejlesztésére .....	34
2.2.8 Szalaghéj szerkezetek .....	35
3 A szalaghálók és a szalaghéj szerkezet .....	36
3.1 Alapfogalmak .....	36
3.2 A szalaghálók kinematikai osztályozása .....	36
3.2.1 Rendezett mozgásra képes hálók .....	37
3.2.2 Rendezetlen mozgásra képes hálók .....	38
3.2.3 Korlátozott mozgásra képes szalaghálók .....	38
3.2.4 Mozgásra nem képes szalaghálók .....	40
3.3 Szalaghálók formájának meghatározása .....	41
3.3.1 A forma meghatározása zárt függvényalakban .....	41
3.3.1.1 Forgásfelületek .....	41
3.3.1.2 Transzlációs felületek .....	42
3.3.1.3 Konoid felületek .....	43
3.3.2 A forma meghatározása kontrollpontokkal .....	43
3.3.3 A forma meghatározása statikai szempontok alapján .....	44
3.3.4 A forma meghatározása mért ponthalmaz alapján .....	46
3.3.5 A felület kiterjedésének korlátozása .....	46
3.3.5 Összetett szalaghéj felületek .....	46
3.3.7 A forma meghatározása a gyakorlatban .....	47

3.4 Hálópontok generálása.....	47
3.4.1 Hálópontok generálásának módszere.....	47
3.4.1.1 Geometriai alapfogalmak jelölések.....	47
3.4.1.2 A rácspontok számítása.....	47
3.4.1.3 A rácstávolság.....	48
3.4.1.4 Az elméleti rácstávolság és a tényleges elemhosszúság eltérése.....	48
3.4.2 Zárt függvényalakban megadott felületekre történő illesztés.....	48
3.4.3 Hálóillesztés zárt függvényalakban definiált felületre hibafelület minimumhelyének keresésével... ..	49
3.4.4 Hálóillesztés diszkrét pontjaival megadott felületre.....	49
3.4.4.1 Vp vezérpont számítása.....	49
3.4.4.2 Vezérgörbe pontjainak számítása.....	50
3.4.4.3 Általános helyzetű rácspont számítása.....	50
3.4.5 Perempontok és peremelemek számítása.....	51
3.4.6 Számítási eredmények, következtetések.....	51
3.5 Szalaghálók alkotóelemeinek görbületi viszonyai.....	52
3.5.1 A számítás célja.....	52
3.5.2 A számítás módszere.....	52
3.5.2.1 A felület síkjában történő görbület.....	52
3.5.2.2 A felület síkjára merőleges görbület.....	53
3.5.2.3 A tengely irányú csavarodás.....	53
3.5.3 Számítási eredmények, következtetések.....	54
3.6 Szalaghéjak sajátfeszültségei.....	54
3.6.1 A sajátfeszültségek értékének számítása.....	54
3.6.2 A hálótartó és a rácshéj sajátfeszültségi értékeinek összehasonlítása.....	54
3.7 Szalaghéjak igénybevételei és mozgásai.....	55
3.7.1 Terhelés következtében fellépő alakváltozás.....	57
3.7.1.1 Merev csomópontú szerkezetek alakváltozása.....	58
3.7.1.2 Kötetekkel rögzített szerkezetek alakváltozása.....	59
3.7.1.3 Merev csomópontú és kötelekkel rögzített szerkezetek alakváltozása.....	59
3.7.1.4 A terhelés következtében fellépő alakváltozásból levonható eredmények.....	61
3.7.2 Terhelés következtében fellépő igénybevételek.....	61
3.7.1.4 A terhelés következtében fellépő igénybevételekből levonható eredmények.....	65
3.8 Épületszerkezeti kialakítás, építési technológia.....	66
3.8.1 Alkotóelemek.....	66
3.8.1.1 Szalaghéj alkotóelemei.....	66
3.8.1.2 Szalaghéj és a rácshéj alkotóelemeinek összehasonlítása.....	66
3.8.2 Csomóponti kialakítás.....	67
3.8.2.1 Szalaghéj csomóponti kialakítása.....	67
3.8.2.1 Szalaghéj és a rácshéj csomóponti kialakításának összehasonlítása.....	67
3.8.3 Merevítés.....	68
3.8.3.1 Merevítés a csomópontok nyomatékbró kialakításával.....	68
3.8.3.2 Merevítés az alkotóelemek közötti felületek merev anyaggal történő kitöltésével.....	69
3.8.3.3 Merevítés a harmadik irányú alkotók beépítésével.....	69
3.8.3.4 A merevség alakítása a rácstávolság változtatásával és kiegészítő elemek beiktatásával.....	70
3.8.4 Térelhatárolás.....	71
3.8.5 Emelési technológia.....	71
3.9 Modellkészítés.....	72
4 Összefoglalás.....	74
5 Tézisek.....	75
1.Tézis.....	75
2.Tézis.....	75
3.Tézis.....	76
4.Tézis.....	76
6 Irodalomjegyzék.....	77
7 Publikációs- és tevékenységjegyzék.....	81
8 Melléklet.....	84

M 3.3.1 Zárt függvényalakban definiált szalaghéjak.....	84
M 3.3.1.1 Forgásfelületek.....	84
M 3.3.1.1.1 Másodfokú parabola vezérgörbájű forgásfelület .....	84
M 3.3.1.1.2 Negyedfokú parabola vezérgörbájű forgásfelület.....	84
M 3.3.1.1.3 Másodfokú reciprok parabola vezérgörbájű forgásfelület .....	84
M 3.3.1.1.4 Ellipszis vezérgörbájű forgásfelület.....	84
M 3.3.1.1.5 Szinusz vezérgörbájű forgásfelület .....	84
M 3.3.1.1.6 Függőleges tengelyű kúp forgásfelület .....	85
M 3.3.1.2 Transzlációs felületek .....	85
M 3.3.1.2.1 Másodfokú parabola vezérgörbájű dongafelület, fekvő .....	85
M 3.3.1.2.2 Ellipszis vezérgörbájű dongafelület, fekvő .....	85
M 3.3.1.2.3 Harmadrendű hiperbolikus paraboloid felület.....	85
M 3.3.1.3 Konoid felületek .....	85
M 3.3.1.3.1 Parabola vezérgörbájű konoid felület, fekvő .....	85
M 3.3.1.3.2 Parabola vezérgörbájű konoid felület, álló .....	85
M 3.4.1.1 Geometriai alapfogalmak és jelölések.....	86
M 3.4.1.1.1 Kétdimenziós alapelemek .....	86
M 3.4.1.1.2 Háromdimenziós alapelemek.....	86
M 3.4.2 Hálóillesztés zárt függvényalakban definiált felületre.....	86
M 3.4.2.1 Hálóillesztés zárt függvényalakban definiált felületre nemlineáris egyenletrendszerrel.....	86
M 3.4.2.1.1 Vezérpont számítása.....	86
M 3.4.2.1.2 „I” irányú vezérgörbén elhelyezkedő rácspontok számítása .....	87
M 3.4.2.1.3 „J” irányú vezérgörbén elhelyezkedő rácspontok számítása .....	87
M 3.4.2.1.4 Általános helyzetű rácspontok számítása .....	88
M 3.4.2.1.5 Nemlineáris egyenlet (egyenletrendszer) megoldása .....	88
M 3.4.3 Hálóillesztés zárt függvényalakban definiált felületre hibafelület minimumhelyének keresésével...	89
M 3.4.3.1 Vezérgörbe pontjainak számítása .....	89
M 3.4.3.2 Általános helyzetű rácspont számítása.....	89
M 3.4.3.3 Hibafelület minimumhelyének keresése.....	89
M 3.6.6 Különböző felületű hálótartók görbületi viszonyai .....	90
M 3.6.2 Mintafeladat adatai .....	91
M 3.6.2.1 Felület alaphálózatának koordinátaértékei.....	91
M 3.6.2.2 A háló rácspontjainak koordinátaértékei .....	92
M 3.6.2.3 A háló elemeinek görbületi értékei .....	93
M 3.6.2.4 Szalaghéjak és rácshéjak sajátfeszültségi értékei .....	94
M 3.7.0 SOFiSTiK végeelem programkód részlet .....	95
Köszönetnyilvánítás .....	96

# 1 A dolgozat felépítése, a kutatás előzménye

## 1.1 A dolgozat felépítése

A dolgozat alapvető fejezetei:

**A „2 Elemes felületszerkezetek”** tartalmazza a felületszerkezetek osztályozását, az egyes osztályok elemzését, az osztályba tartozó konkrét példák ismertetését.

Az osztályozás és elemzés kizárólagos célja a későbbiekben ismertetésre kerülő elemes szalaghéj szerkezettel történő összehasonlítás, az ettől a szerkezettől való különbözőségek és hasonlóságok bemutatása.

**A „3 A szalaghéj szerkezet”** egy alapvetően új elemes felületszerkezetet mutat be. A szalaghéjak kinematikájának, geometriájának ismertetése mellett a felületi rácspontok generálásával, a felületszerkezet görbületi viszonyaival, statikájával, épületszerkezetével foglalkozik.

A felületszerkezetek ismertetése előtt elengedhetetlen a szalaghéj szerkezet vázlatos ismertetése.

A **szalaghéj szerkezet** egy rendkívül egyszerű konstrukció.

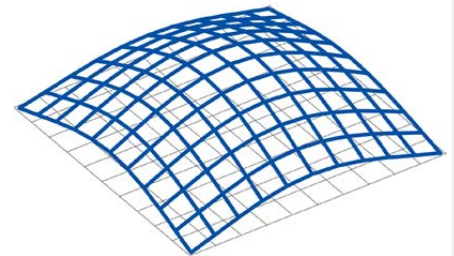
Egy szigorúan két főiránnyal rendelkező rombuszháló, ahol az alkotók vékony (a felület síkjára merőleges irányban kis kiterjedésű) szalag elemekből állnak.

Ezek egymáshoz síkbeli csuklókkal kapcsolódnak, ezáltal saját síkjukban szabadon elfordulhatnak. A vékony lapok síkjukra merőlegesen könnyen meghajolnak és tengelyük körül könnyen csavarodhatnak.

A fent leírt alakváltozások következtében a szerkezet kis el-lenállással adott formára illeszthető.

A szerkezet több féle módon merevíthető, ezt követően a formáját megőrzi, további nagymértékű alakváltozásra már nem képes.

#1: Szalaghéj az alapsíkon és kiemelt állapotban.



#1

## 1.2 A kutatás előzménye

A dolgozatom nem előzmény nélküli, gerincét az 1990-ben beadott „A fa szalaghéj szerkezet” egyetemi doktori értekezésem jelenti [FekZ1990A]. Ebben egy alapvetően új szerkezetre, a szalaghéj felületszerkezetre tettem javaslatot. Ez szabadalomként is bejelentésre került [FekZ1986B], aminek nemzetközi elsőbbséget az Országos Szabadalmi Hivatal szakértői véleményében elfogadta [DaIM1987].

A nemzetközi szakirodalom tanulmányozása során megállapítható, hogy bár több hasonló szerkezet készült a szabadalom beadása óta eltelt időszakban, számos publikáció jelent meg hasonló témában, de a szalaghéjjal egyező szerkezet nem ismert.

A szalaghéjban rejlő mindmáig kiaknázatlan lehetőségek indokolják a szerkezet alaposabb elemzését, továbbfejlesztését.

## 2 Elemes felületszerkezetek

### 2.0 A felületszerkezetek osztályozása

A felületszerkezet fogalmát a dolgozatban a geometriai jellemzők alapján definiálom. Felületszerkezet alatt értem mindazon szerkezeteket, amelyek egyes pontjaiban a felületre merőleges kiterjedtség nagyságrenddel kisebb, mint a felület irányában.

A felületszerkezetek osztályozásának, és az egyes kategóriák ismertetésének alapvető célja a szalaghéjjal való hasonlóság és különbség bemutatása.

Az osztályozásnál nem tettem különbséget méret és használat szerint - a dolgozat tárgyát képezi egy kisméretű konyhai szűrő és egy nagyfeszítávolságú sportcsarnok lefedés is.

Az osztályozásnál az anyag sem döntő, bár a felhasznált anyagok tulajdonságai hatással lehetnek az egyes kategóriákra.

Az osztályozás az alkotó elemek száma, iránya, geometriai jellemzői, a csomóponti kapcsolatok mozgási lehetőségei alapján történik. Ezek a geometriai és lokális mechanikai jellemzők a teljes szerkezet erőjátékát önmagában nem határozzák meg, hiszen azt más tényezők – megtámasztás, terhelés – is alapvetően befolyásolják.

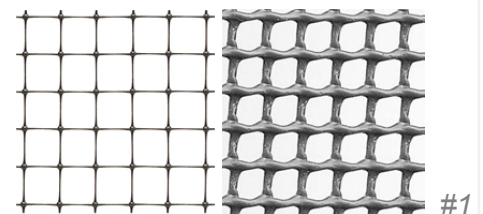
- A felületszerkezetek **felületük folytonossága** szempontjából az alábbiak szerint két alapvető csoportba sorolhatóak:
  - Folytonos felülettel rendelkező felületszerkezetek.

Ezen szerkezetek kétszeresen görbült felületté nem alakíthatóak. A szalaghéj szerkezet az elemek közötti mezők részbeni vagy teljes mértékben történő kitöltésével, így a felület folytonossá tételével merevíthető.

A dolgozat a diszkrét elemekből álló felületekkel foglalkozik, de a diszkrét elemekből álló és a folytonos felületek között egyértelmű határvonal nem vonható.

#1: A fotón ábrázolt mezőgazdasági hegesztett műanyag háló szálainak vastagításával a szerkezet folyamatos átmenettel vált hálóból perforált folyamatos lemezzé.

#2: Átmenet a kontinuum-, a perforált- és a rúdelemes felületek között. [OxmR2010]



- Diszkrét alkotóelemekből felépülő felületszerkezetek, ide tartozik a szalagháló is.
- A felületszerkezetek **geometriájuk** szempontjából három csoportba sorolhatóak:
  - Sík felületszerkezetek (példa: gerendarács).
  - Egyszer görbült felületszerkezetek (példa: donga).
  - Kétszer görbült felületszerkezetek (példa: rácshéj).

A felületszerkezetek geometriája szoros összefüggésben van az erőjátékkal, ami a szerkezetben egyáltalán létrejöhét. Általános esetben hajlításmentes szerkezet kétszer görbült felülettel érhető el. (Speciális felület, megtámasztás és terhelés esetében ez a kijelentés cáfolható – függesztett kötélháló, tárcsa, stb.).
- A dolgozat témája szempontjából lényeges a diszkrét alkotóelemekből álló felületszerkezetek **alkotóelemek tengelye szerinti** osztályozása:
  - Nem rombusz kialakítású hálók .
  - Rombuszhálók, ahol a szerkezet elemei a felület saját – akár görbült - koordinátarendszerében vizsgálva 2 iránnyal párhuzamosan helyezkednek el.

## 2.1 Nem rombusz kialakítású hálók

Az elemek kettőnél több alkotóirányúak

Megállapítható, hogy a szerkezet kétszeresen görbült formára nem alakítható.

A szalaghéj szerkezet formára alakításkor rombusz hálózattal, mégis indokolt ennek a kategóriának a vizsgálata, mert a szalaghéj egyik merevítési lehetősége a további alkotóirányok beépítése, így a kezdeti rombusz hálózat nem rombusz hálózattá alakítása.

Ez a csoport az alábbi két alkategóriára bontható:

- Geometriailag nem szabályos hálózattal felületszerkezetek.
- Geometriailag szabályos hálózattal felületszerkezetek.

### 2.1.1 Geometriailag nem szabályos rácsozatú hálószerkezetek

A kategóriába sorolható szerkezetek hálózattal jellemzően nem a geometriai szabályosság, hanem a statikai erőjáték logikája, a főfeszültségi irányok határozzák meg.

#### 2.1.1.1 Feszültségi trajektória hálózattal természeti analógiák

Az élővilágban számos példa található a feszültségi irányoknak megfelelő térbeli struktúrára.

Sokat vizsgált és bőséges irodalommal rendelkező területet jelent a fák ágrendszer, a levelek felépítése, csontok vázszerkezete, kagylók, csigák házának felépítése.

A sokszor egyértelműen leírható struktúrájuk lehetővé teszi a szerkezeti vázuk számítógépes szimulálását, ezt a számítógépes grafikában, CAD programokban ki is használják.

#1: [PruP1990]



#1

#### 2.1.1.2 Feszültségi trajektória hálózattal történelmi kupolák

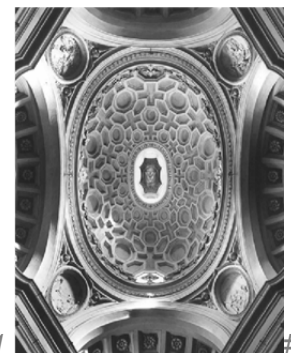
A felhasznált anyagok - példaként a gótikus boltozatok esetében a faragott kő, barokk kupolák esetében gyakran a téglák - döntően nyomás felvételére alkalmasak, így a főfeszültségi irányok követése a szerkezet állékonysága miatt elengedhetetlen.

#1: Gótikus példa a toledói San Juan de los Reyes kolostor - Juan Guas XV. sz. vége - kőboltozata. [HueS2007]

#2: Barokk példa a római San Carlo alle Quattro Fontane, Francesco Borromini, 1640. [HueS2007]



#1



#2

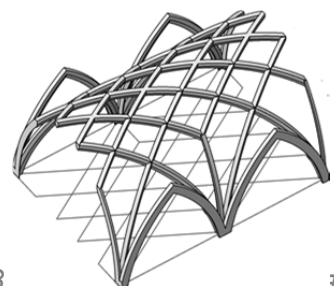
A boltozati formák kimerítően részletes számítógépes geometriai elemzése Strommer László disszertációjában megtalálható.

#3: Prága, St. Vit székesegyház hálóboltozata. [StrL2008]

#4: Hálóboltozat axonometrikus rajza. [StrL2008]



#3



#4



**Közösségi ház, Németország,**  
Auerstedt, 2004., Ollertz Architekten  
BDA

Az előregyártott fa boltozat kortárs  
építészeti példája.

#5: Az épület belső, külső és építés  
közbeni fotója. {Forrás:XX}

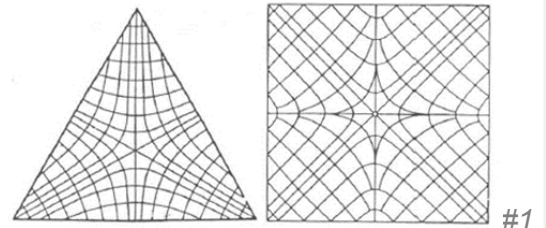


### 2.1.1.3 Feszültségi trajektória hálózatú mérnöki kupolák

Felületszerkezetek esetében gyakran használt szerkesztési elv a főfeszültségi trajektóriákat követő hálózat.

A feszültségi irányok nem csak a geometria függvényei, azt nyilvánvaló módon a megtámasztás, a terhelés, sőt, a szerkezet kialakítása is meghatározza.

#1: Egyszerű 3 és 4 oldalú csillaghéjak feszültségi trajektóriái teljes perem menti megtámasztás és egyenletesen megoszló vetületi teher esetében.



Uzoda, Bad Dürreim, 1987  
R. és U. Geier, F. Wenzel, H.P.Preuss

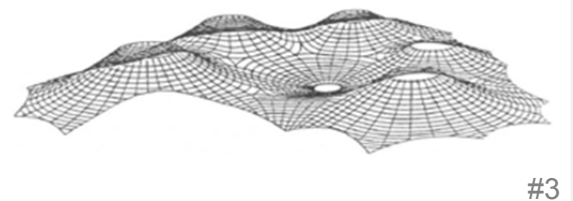
Szerkesztési elve a hálóépítés szempontjából fontos épület. A felület alakja minimál felületként lett meghatározva. Az organikus forma a kötélnálók, a rácshéjak és a gerendarácsok ötvözete. Az épület esztétikai hatása a Mannheimi rácshéj csarnokhoz hasonlóan egyedülálló. A hat fatörzset utánozó oszlopra erősített tartógyűrűre függesztett és a peremgerendázatra támaszkodó héj 20 cm / 20 cm keresztmetszetű, két irányban görbült rétegelt-ragasztott fa tartói a héj membrán fő trajektória irányainak megfelelő vonalvezetésűek.

#2: Belső képek. [GeiV2013]



Az erre merőleges irányú, 80 cm-enként elhelyezett, 8 cm / 8 cm és 12 cm / 14 cm közötti keresztmetszetű alkotók a héj szintvonalait követik, közel fő trajektória irányúak, bennük általában húzás, a felület hiperbolikus részein nyomás van. A héjat kétirányú, diagonálisan elhelyezett deszkázat merevíti.

#3: A szerkezet axonometrikus rajza. [GutG1996]



### 2.1.1.4 Tensegrity kupolák

A tisztán nyomott és húzott rudakból álló, folytatólagos húzott hálózatú elemekből álló rácsszerkezet a Tensegrity. A szerkezet fogalmát Buckminster Fuller vezette be, aki a későbbiekben a szerkezetet szabadalmaztatta kupolák építése céljából.

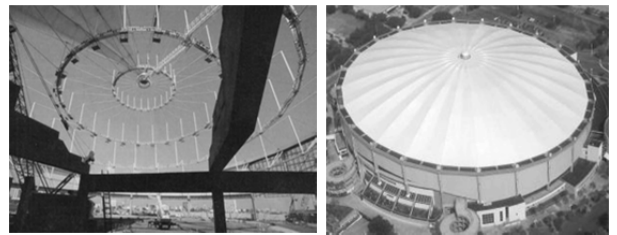
A tensegrity szerkezetek geometriai és szerkezeti összefüggéseiről számos elemzés elérhető, melyek közül Burkhardt (Cambridge) [BurR2008] {Forrás: 1} és Tibert (Stockholm) [TibG2002] dolgozatát emelném ki.

A szellemes konstrukciók közül egyetlen típus, ami nagyfeszítávolságú kupolák készítésére használható, a körgyűrűs kábelkupola. Ez külső formája ellenére, erőjátéka alapján semmiképpen sem sorolható felületszerkezetekhez.

Florida Suncoast Dome, Saint Petersburg, USA, 1989., HOK Sports Facilities Group, Geiger Engineers

Körgyűrűs tensegrity szerkezet. 24 darab 1.83 m átmérőjű oszlop tartja a 210 m átmérőjű, 6 fokban megdőntött vasbeton peremgyűrűt.

#1: A kupola építés közbeni állapota és távlati fényképe. {Forrás: 2 }

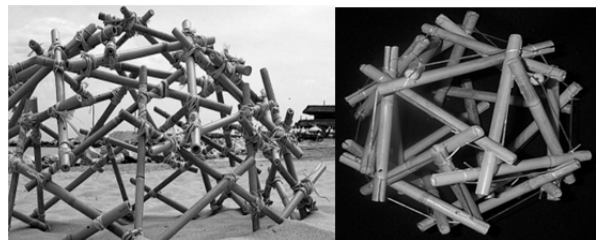


#1

#2: Bambuszból és kötélből készült tensegrity kupolák.

Az Icosahedron kupola reciprok csomóponti kiképzése az elvileg tisztán nyomott rudak kis-mértékű hajlítását is feltételezi. [BiaC2008]

A szerkezetekre általában jellemző a vegyes viselkedés, nem sorolhatóak be egyetlen kategóriába sem.



#2

## 2.1.2 Geometriailag szabályos hálózatú felületszerkezetek

A nagy feszítávolságú lefedések jellegzetes képviselői, ahol az elemek előregyártása, tipizálása az egyik meghatározó szempont. Főbb csoportjai:

- Ívtartós kupolák.
- Keretes kupolák.
- Schwedler kupolák és hálóművek.
- Geodetikus kupolák, szabályos élű vagy lapú kupolák.
- Reciprok kupolák.

### 2.1.2.1 Ívtartós kupolák

Körszimmetrikusan elhelyezett ívtartók rendszere.

Térbeli vizuális hatása ellenére statikailag nem sorolhatók a felületszerkezetekhez, mert a főtartók között elhelyezett melléktartók az elsődleges teherhordásban nem vesznek részt.

1 <http://bobwb.tripod.com/tenseg/book/revisions.html>

2 Dr. Vinicius F. Arcaro <http://www.arcaro.org/tension/album/suncoast.htm>

Elemes felületszerkezet kifejlesztése és információs modellezése, a szalaghéj szerkezet  
2 Elemes felületszerkezetek / 2.1 Nem rombusz kialakítású hálók

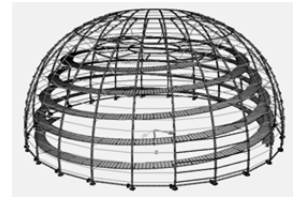
Reichstag kupolája, Berlin, 1999. , Sir Norman Foster and Partners, Leonhardt, Andrä und Partner, Waagner-Biró AG, Götz GmbH  
40 m átmérőjű acél ívtartós kupola

#1: Építés közbeni állapot.

#2: A szerkezet végeelem modellje.



#1



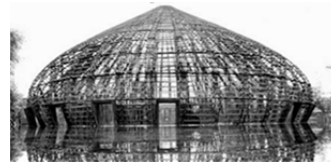
#2

{Forrás: SOFiSTiK AG}

Wind and water bar, Vietnam, Vo Trong Nghia Architects

10 méter magas vendéglátási épület 15 méteres bambusz rudakból összeállítva.

#3: Az épület külső és belső fotója. {Forrás: 3}



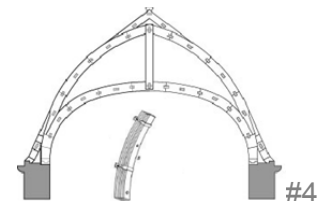
#3

Az ívtartós kupolák főtartóinak jellegzetes mérnöki megoldásai a fa tartógerendákhoz hasonlóak:

- De l'Orme tartók.
- Emy tartók.
- Rétegelt ragasztott főtartók.
- Rácsos kialakítású főtartók.

#4: A **De l'Orme** (Bohlendächer, Bohlenbinder) szerkezet Philibert de l'Orme (1515-1577) nevéhez fűződik, aki korábbi szerkezetek továbbfejlesztéseként találmányát 1561-ben hozta nyilvánosságra "Nouvelles Inventions" című művében.

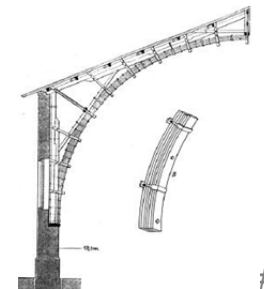
Az anyagtakarékos szerkezet legalább két rétegben elhelyezett rövid íves deszka- vagy pallóelemekből áll, melyek szegezéssel vagy csapokkal kerültek összeerősítésre, így létrehozva a sorolható íves tartót.



#4

#5: Az **Emy** fedélszerkezet hajlított pallókkal készült, amelyeket vaspántokkal és csavarozással fogtak össze, a 19. század egyik jellegzetes nagyfesz-távolságú szerkezete. [MülC1998]

A rétegelt-ragasztott főtartós szerkezetek ma általánosan használtak. Az Emy szerkezet továbbfejlesztett változatának tekinthetőek, a lamellák együttműködésében az acél összeerősítés szerepét a ragasztó váltotta fel. Az irodalom az első rétegelt-ragasztott tartóként a Southampton-ban 1860-ban épített King Edward College termét tartja számon. A szerkezet tömeges felhasználásának kezdete az 1900-as évek eleje.



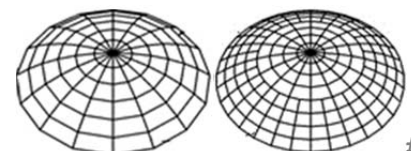
#5

### 2.1.2.2 Keretes- és Schwedler kupolák, hálóművek

Az ívtartók, és közöttük, a meridián görbékre – általában nyomatékábíró kapcsolattal - illesztett melléktartók rendszere a **keretes kupola** (Ribbed Dome, Radial rib dome).

#1: [UniS2013]

Kupolaépítésben általánosan használt szerkezet.



#1

3 <http://votrongnghia.com/projects/wnw-bar/> 2014.01.02.

**Schwedler kupola** (Schwedler Dome) esetében a fenti hálózatot átlós merevítő rudazat egészíti ki, ez esetben a csuklós kapcsolat általában elegendő.

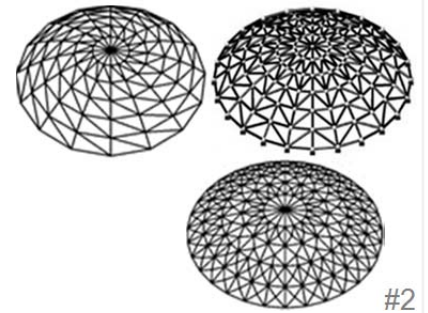
Kupolaépítésben gyakran használt szerkezet.

Speciális alátámasztás és rúdhálózat mellett statikailag határozott szerkezet nyerhető, ami a számítást megkönnyíti, de a szerkezet erőjátékát kedvezőtlenül befolyásolhatja.

Pelikán József megállapítása szerint a páros oldalszámú hálóművek nem stabil alakzatok [PelJ1972], valamint a forgásfelületek paralellkörei között szimmetrikusan elhelyezett rudazat esetén aszimmetrikus és koncentrált erők viselésére csak korlátozottan alkalmas. [PelJ1968].

#2: [UniS2013]

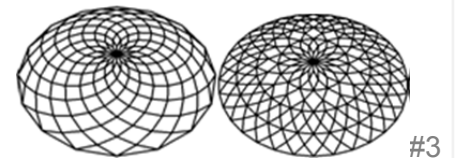
Egyirányú (Monoelineal), kétirányú (Bidirectional) és átlós szerkesztés.



A Schwedler kupolák bordázati hálójának további jellegzetes fajtája a **pikkelyes kupola** (Lamella dome), a **napraforgó** (Sunflower).

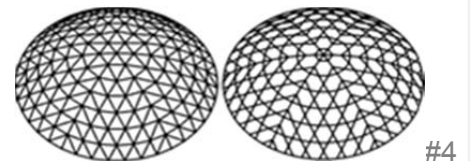
Szerkesztési analógiája a természetből eredeztethető.

#3: [UniS2013]



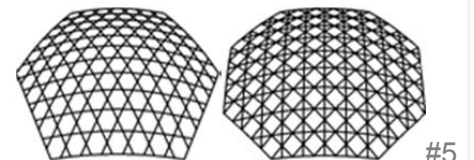
Az **átlós kupolák** esetében csak a fő alkotók folyamatos vonalvezetésűek, a mellékalkotók ezekhez csatlakoznak.

#4: [UniS2013]



A **három-, négy- alkotóirányú kupolák** (Three-way grid dome, Four-way grid dome) folyamatos alkotóhálózattal rendelkező rácsok.

#5: [UniS2013]



Sportcentrum, Ausztria, Telfs, 2002., Armin Walch, Indermühle Bauingenieure, Holzbau Saurer

Ellipszis alaprajzú **Schwedler kupola**, 3250 m<sup>2</sup> alapterületű, 75 m – 55 m fesztávolsággal, 10 m magassággal. Benapozási okok miatt a kupola a főtengely mentén döntött.

180 m<sup>3</sup> faanyag felhasználásával a szerkezet önsúlya 35 kg / m<sup>2</sup>. Az alkotóelemek keresztmetszete: 22 cm – 32 cm szélesség, és 40 cm magasság. A húzás felvételére acél peremgerenda került beépítésre.

#6: {Forrás: 4 }



4 Indermühle D. (2002): Membranen und Holz in Dachkonstruktionen [www.i-b.ch/publikationen](http://www.i-b.ch/publikationen)

Expo 2015, Milánó, Olasz pavilon terve

EMBT - Benedetta Tagliabue, Miralles Tagliabue, Julio Martínez Calzón – MC2, Alberto Dal Lago, Franco Cislaghi – Dlc

Nem csak megjelenésében, de statikai viselkedésében is innovatív szerkezet.

Szerkesztésében ugyan **Schwedler kupola**, ugyanakkor amennyiben a széles szalagokból kialakított alkotók saját síkjukban nyomatékálló kapcsolatokat valósulnak meg, akkor nem rúdszerkezetként, hanem valódi héjként viselkedik.

#7: Belső látványterv. {Forrás: 5}

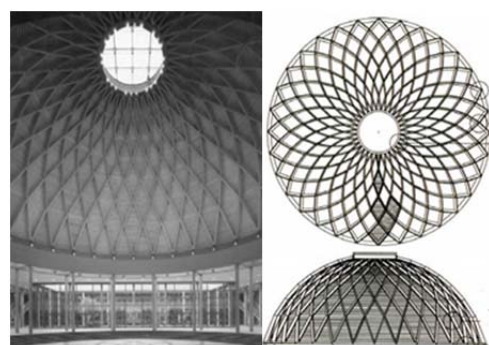


#7

Neue Messe, Olaszország, Rimini, 2001,  
Gerkan, Marg und Partner, Favero & Milan  
Ingegneria S.r.l., Schlaich, Bergemann und  
Partner

Pikkelyes szerkesztésű, Zollinger rendszerű  
kupola.

#8: [LauA2002]



#8

Állat-egészségügyi központ, Svájc, Uzwil, 2005., Böhler-  
Immo AG, Julius Natterer, Armin Steiger Holzbauten

Szabályos félgömb alakú kupola **pikkelyes** szerkesztéssel  
Fesztávolságú 26.8 m, magasság: 13.4 m  
Elemi CNC megmunkálással előállítottak.  
Az 5000 m<sup>3</sup> beépített térfogathoz 60 m<sup>3</sup> szerkezeti anyag  
került felhasználásra.

#9: [BogW2005]



#9

### 2.1.2.3 Geodetikus kupolák, szabályos élű vagy lapú kupolák

Szabályos vagy félszabályos poliéderek gömbre vetített képe és ezek bizonyos szabályszerűségek figyelembevételével tovább felosztott hálózata által definiált kupolaszerkezetek gyűjtőfogalma a geodetikus kupola.

A fenti meghatározásokban a szabályos poliéderek fogalma alatt az 5 db ún. Platóni testet, a tetraédert, az oktaédert, a hexaédert – kockát - , a dodekaédert valamint a kupolaszerkezetek szempontjából különös jelentőségű ikozaédert értjük, melyeknek élei, élszögei és lapszögei egyenlők, tehát egybevágó sokszöglapokból állnak.

#1: Szabályos poliéderek. {Forrás: 6}



#1

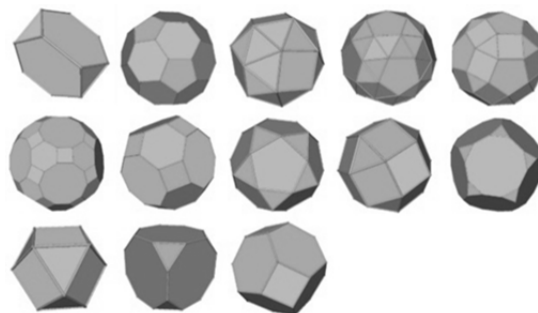
5 <http://www.aasarchitecture.com/2013/04/Italian-Pavilion-Expo-2015-Miralles-Tagliabue-EMBT.html>

6 International weekly journal of science [http://www.nature.com/nature/journal/v460/n7257/fig\\_tab/nature08239\\_F1.html](http://www.nature.com/nature/journal/v460/n7257/fig_tab/nature08239_F1.html)

#2: Félszabályos testnek - Archimedesi testnek - tekintjük azon konvex testeket, amelyeknek lapjai szabályos sokszögek és szögletei egybevágóak, vagy pedig szögletei szabályosak és lapjai egybevágóak.

A szabályos testek kupolaépítési jelentősége az azonos rúd hosszúságban, a félszabályos testek jelentősége pedig az azonos felületelemekből való szerelhetőségben rejlik.

#2: Félszabályos testek.

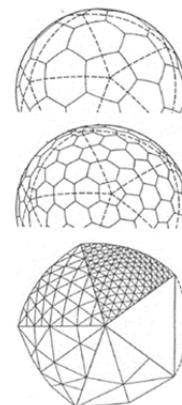


#2

R. B. Fuller 1954-ben benyújtott szabadalma jelenti a modern geodetikus kupolaépítés kezdetét, melyben a geodetikus kupolát Fuller a következőként definiálja: "Egy általában gömb alakú építési váz, melyben a fő szerkezeti elemek háromirányú rácsozatban egymást metsző nagy körívek általános rendszerét alkotják".

A Fuller kupolák szerkesztésénél leggyakrabban használt kiinduló forma az ikozaéder, a legnagyobb élszámú szabályos poligon. A poligon köré írt gömbre vetített képe jelenti az alaphálót. A rúdelemek méretének csökkentésére a szférikus háromszögek további felbontása szükséges, melyre különböző eljárások ismeretesek. A továbbosztási eljárással kapott háromszögek oldalhosszúsága különböző. A szférikus alaphálók háromszögekre való felosztásán kívül négyszögekre, ötszögekre, hatszögekre való felbontása is gyakori. A térlefedés fesztávolságának növelésével a rúd hosszúság csökkentése szükséges, így a poligon felületének továbbosztási foka (frekvenciája) nő, ezzel együtt a különböző élhosszúságok és élszögek megjelenése is növekszik.

#3: Geodetikus kupola felületének háromszög osztási elve, és hatszögű továbbosztását szemlélteti. [BütO1977] [BütO1970]



#3

EXPO'67 világkiállítás, Egyesült Államok pavilonépülete,  
Fuller & Sadao

A nagyszámú Fuller-kupolák egyik kiemelkedő példája az EXPO'67 világkiállításra tervezett, mely bár nagy frekvenciájával (16), így kis rúd hosszúságúval jellegzetesen acélszerkezetű kupola, de a nagyfesztávolságú fa geodetikus kupolák egyik előképét is jelenti. [BütO1977]

#4: A pavilon fotója. {Forrás: 7}



#4

7 <http://www.wired.com/geekdad/2010/09/happy-25th-birthday-to-the-buckyball/>

Elemes felületszerkezet kifejlesztése és információs modellezése, a szalaghéj szerkezet  
2 Elemes felületszerkezetek / 2.1 Nem rombusz kialakítású hálók

A geodetikus kupolák jellegzetes anyaga kezdetben a fém, de a fa alkalmazása is egyre inkább előtérbe kerül.

Jellegzetesen nagy fesztávolságú szerkezetek, a megvalósult fa geodetikus kupolák az építéstörténet mindmáig legnagyobb térfelületeit jelentik. A ragasztott fa alkalmazásával lehetővé vált az alacsony frekvencia és nagy (20 méter hosszúságot is meghaladó) rúdmeretek alkalmazása, így a csomópontok kis száma, a szerkezet kis súlya az építést gazdaságossá és a vasbeton és acél anyagú kupolákkal szemben versenyképessé teszi.

1969-ben épült az akkor legnagyobb fakupola Utah Államban, Salt Lake City-ben. A Fowler and Associates és a Timber Structures által tervezett 105 m átmérőjű, 37 m magasságú sportcsarnok 9 m hosszúságú rétegelt ragasztott fa gerendákból - acél csomóponti elemekkel - lett összeszerelve. [BmH1969a]

1980-ban Washington Államban, Tacoma-ban épült sportcsarnok tervezője a Western Wood Structures. A geodetikus kupola 162 méter átmérőjű, 48 méter magasságú, 414 alkotóeleme 15 m hosszúságú rétegelt ragasztott fagerenda, 17-22 cm / 76 cm keresztmetszettel. [Krel1983]

Sóraktár, „Saldome 2”, Svájc, Reinfelden, 2005.,  
Häring & Co. AG, Pratteln BL, Pratteln. Roth  
Holzleimbau + Stahlbau AG

A „Saldome 2” 120 m fesztávolságú geodetikus kupola,  
32 m magassággal. Építésekor Európa legnagyobb  
fakupolája.

A szerkezet 894 darab ragasztott fa tartóelemből áll,  
melyek klasszikus hexagonális kiosztásban helyezked-  
nek el.

A 534 háromszög főtartó elem 20 cm x 94 cm, a 200  
melléktartó elem 14 cm x 28 cm keresztmetszetű.

#5:, #6: Építés közbeni állapot.

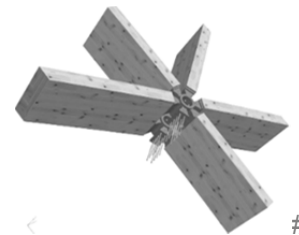
#7: A csomópont izometrikus képe. (Fotók: Häring Pro-  
jekt AG)



#5



#6



#7

Szent József kupola , Sopron, NYME, 2000., Divós F., Szabó  
P., Bátki K., Gyenizse P.

Nem nagysága, inkább innovatív anyagtakarékos megvalósí-  
tása miatt jelentős a Nyugat-Magyarországi Egyetemen terve-  
zett és megépített Szent kupola.

Hatszög alakú, 11.4 m átmérőjű, 2.2 m magasságú geodetikus  
kupola. A gömbsüveg héj 5.7 m sugarú gömbre szerkesztett,  
a 156 db alkotó hossza 1.3 m – 1.5 m, keresztmetszetük min-  
dössze 4 cm / 9 cm. [DivF2000]

#8: A kupola fotója.



#8

A szerkezet statikai számításai a NyME-en, az ellenőrző számítások a Prágai Műszaki Egyetemen Dr. Petr Kuklik vezetésével történtek.

A fajlagos faanyag felhasználás  $0.011\text{m}^3/\text{m}^2$ , összesen  $0.7\text{m}^3$  szerkezeti faanyag fedi a  $65\text{m}^2$  alapterületet. Ebben a jó minőségű szibériai vörösfenyő felhasználása mellett kiemelt szerepe volt a faanyag szilárdsági vizsgálatának és osztályozásának. [DivF2002]

Az épület a szerkezettervezők mellett az építészek figyelmét is felkeltette. {Forrás: 8: Fakupola a Nyugat-Magyarországi Egyetemen}

#9: A kupola szerkezeti részlete.



#9

A gömbi elhelyezkedések területén magyar kutatók jelentős eredményeket értek el (Tarnai Tibor, Gáspár Zsolt, Hegedűs István, Hortobágyi Zsolt, Kovács Flórián, Lengyel András, Makai Endre, Szabó János, stb.).

A elhelyezkedésnek számos példája ismert a természetben, a kémiában, fizikában, de sok technikai feladat megoldásában (példaként a pneumatikus sátrak) is szükséges vizsgálatuk.

Közismert példa a gömböt közelítő labda alakok keresése.

#10: Futball-labda szokásos és korszerűsített kialakítása. [TarT2008]

#11: Golflabda 220 hatszögből és 12 ötszögből konstruálva. [RicD2008]



#10



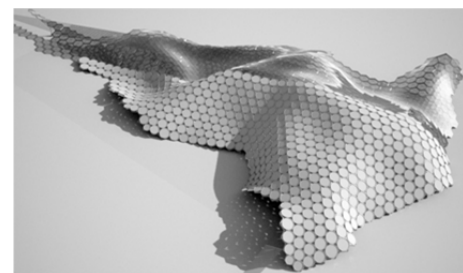
#11

A gömbi elhelyezkedés mellett az általános felületen történő elhelyezkedés is több helyen kutatási téma, példaként megemlítve a Budapesti Műszaki -, a Bécsi Műszaki -, a Grazi-, a Lausanne-i Egyetemet.

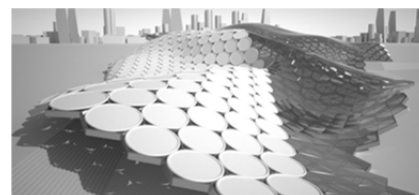
A szabad formájú építészet (freeform architecture) térnyerésével egyre gyakrabban felmerülő kérdés, melyet körök esetében a hexagonális elrendezéssel igyekeznek megoldani.

Belátható, hogy egybevágó síkidomokkal tetszőleges szabadforma nem fedhető le. A kutatások egyik célja azon peremfeltételek meghatározása, amelyek mellett a görbült felület lefedése megoldható – különböző alakzatokkal, megegyező, de különböző méretű formákkal, stb.

#12:, #13: Számítógépes látványtervek. [SchA2009]



#12



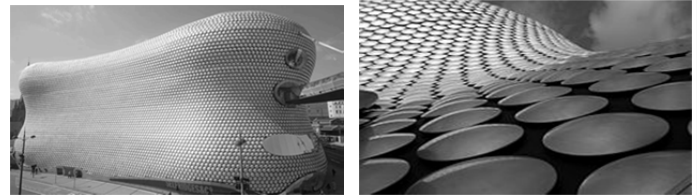
#13

8 <http://archivum.epiteszforum.hu/mitholmikor/mitholmikor2845.php>



Bevásárlóközpont, Birmingham, UK, 2003.,  
Selfridges, Jan Kaplicky of Future Systems

A számos építészeti díjat nyert épület a szabad formájú építészet egyik jelképe lett, burkolata 15.000 alumínium anyagú koronggal készült.



#14

#14: Külső kép és részlet. {Forrás: 9}

## 2.2 A rombuszhálók

Ugyanazon alkotóirányba eső rudak tengelyvonalai - a héj középfelületének görbe síkú koordináta-rendszerében - oszloponként és soronként párhuzamosak.

### 2.2.1 A rombuszhálók kinematikai osztályozása

A feladat egy egyszerű kód megalkotása, ami alapján egy rombusz hálózatú felületszerkezet osztályozható.

Az osztályozás az alakváltozási és mozgási lehetőségek alapján célszerű.

Ez a kinematikai kódszám az alkotó elemek és a csomóponti kapcsolatok merevségét, mozgási lehetőségét veszi figyelembe, egyéb jellemzők - anyag, geometriai forma, stb.- tudatos figyelmen kívül hagyásával.

#### A kinematikai kód felépítése

**A:** Alkotóelemek csomóponti folytonossága

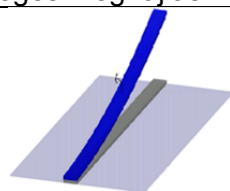
**A** -  $B^1B^2B^3$  -  $C^1C^2C^3$  -  $D^1D^2D^3$

- 0: a szemközti alkotóelemek külön mozgásra képesek
- 1: a szemközti alkotóelemek folytonosak

**B:** Alkotóelemek jellemző alakváltoztatási képessége

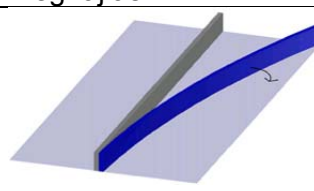
A -  $B^1B^2B^3$  -  $C^1C^2C^3$  -  $D^1D^2D^3$

**B<sup>1</sup>:** felületre síkjára merőleges meghajlás



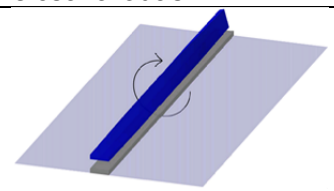
X -  $B^1$ XXX - XXX - XXX

**B<sup>2</sup>:** felület síkjában történő meghajlás



X -  $B^2$ X - XXX - XXX

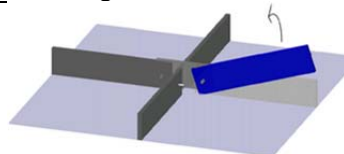
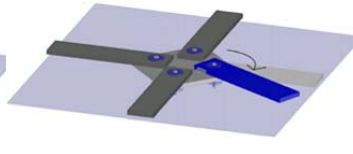
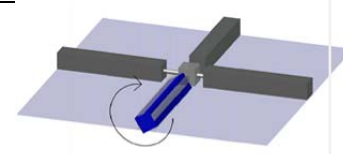
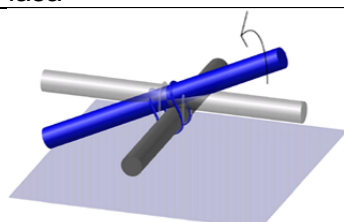
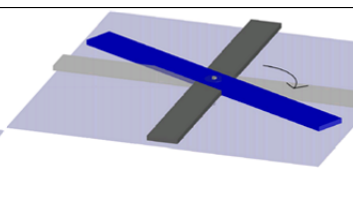
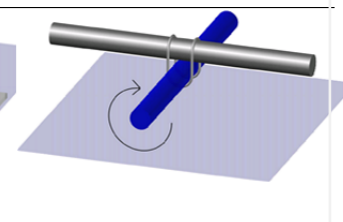
**B<sup>3</sup>:** tengely körüli elcsavarodás



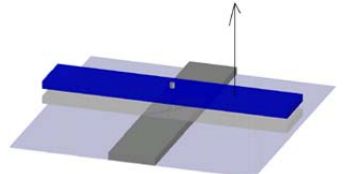
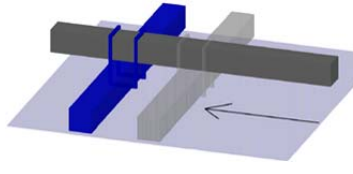
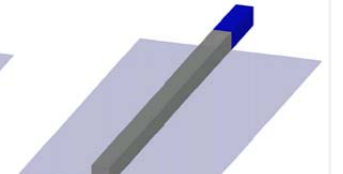
X -  $B^3$  - XXX - XXX

- 0: elhanyagolható méretű alakváltozás
- 1: közepes méretű alakváltozás
- 2: nagymértékű alakváltozás

9 [http://en.wikipedia.org/wiki/Jan\\_Kaplick%C3%BD](http://en.wikipedia.org/wiki/Jan_Kaplick%C3%BD)

**C: Alkotóelemek csomóponti elfordulási lehetősége**A - B<sup>1</sup>B<sup>2</sup>B<sup>3</sup> - C<sup>1</sup>C<sup>2</sup>C<sup>3</sup> - D<sup>1</sup>D<sup>2</sup>D<sup>3</sup>**C<sup>1</sup>**: felületre síkjára merőleges elfordulás0 - XXX - C<sup>1</sup>XX - XXX**C<sup>2</sup>**: felület síkjában történő elfordulás0 - XXX - XC<sup>2</sup>X - XXX**C<sup>3</sup>**: tengely körüli elfordulás0 - XXX - XXC<sup>3</sup> - XXX**C<sup>1</sup>**: szemközti elem felületre síkjára merőleges együttes elfordulása1 - XXX - C<sup>1</sup>XX - XXX**C<sup>2</sup>**: szemközti elemek felületre síkjában történő együttes elfordulása1 - XXX - XC<sup>2</sup>X - XXX**C<sup>3</sup>**: szemközti elemek tengely körüli együttes elfordulása1 - XXX - XXC<sup>3</sup> - XXX

- 0: elhanyagolható méretű alakváltozás
- 1: közepes mértékű alakváltozás
- 2: nagymértékű alakváltozás

**D: Alkotóelemek csomóponti elmozdulási lehetősége**A - B<sup>1</sup>B<sup>2</sup>B<sup>3</sup> - C<sup>1</sup>C<sup>2</sup>C<sup>3</sup> - D<sup>1</sup>D<sup>2</sup>D<sup>3</sup>**D<sup>1</sup>**: felületre síkjára merőleges elmozdulás1 - XXX - XXX - D<sup>1</sup>XX**D<sup>2</sup>**: felület síkjában történő elmozdulás1 - XXX - XXX - XD<sup>2</sup>X**D<sup>3</sup>**: tengelyirányú elmozdulás1 - XXX - XXX - XXD<sup>3</sup>

- 0: elhanyagolható méretű alakváltozás
- 1: közepes méretű alakváltozás
- 2: nagymértékű alakváltozás

Példaként tipikus kinematikai kódok:

- Szabad mozgású szalaghéj (emeléskor): 0-202-020-000
- Csomópontjaiban merevített szalaghéj: 1-202-000-000
- Szabad mozgású rácshéj (emeléskor): 1-111-020-000
- Csomópontjaiban merevített rácshéj: 1-111-000-000
- Szabad mozgású lamellatartó (építéskor): 0-022-200-000
- Csomópontjaiban merevített lamellatartó: 0-022-000-000

A rombuszhálók olyan alapvető csoportjai, mint a gerendarácsok, a rácshéjak, a mobil kötélhálók, a lamella hálók, a szalaghálók között a határvonal szorosan nem jelölhető ki, a szerkezetek többsége kisebb vagy nagyobb mértékben átmenetinek tekinthető.

A kód bizonyos szubjektivitást tartalmaz. A jelenlegi skála - „2-nagy mértékű” / „1-közepes” / „0-elhanyagolható” - helyett részletesebb skála bevezetése is indokolt lehet, ennek gyakorlati haszna megvizsgálandó.

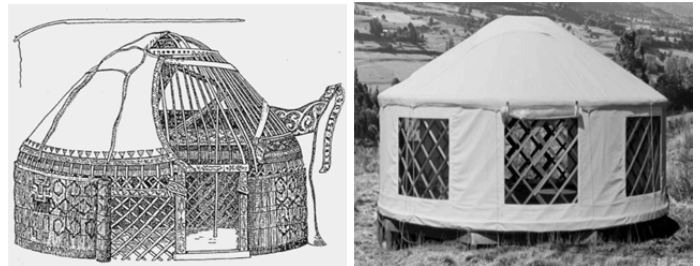
## 2.2.2 A rombuszhálók előképei és ezek mérnöki továbbfejlesztése

### 2.2.2.1.1 Jurták

A 4 - 8 m átmérőjű jurták a könnyűszerkezetes rácshéj építés egyik előzményének tekinthetők. Az oldalfalai 1.5 m magasságú összecukható és szétnyitható fa rács szerkezetek, melyekre sugárirányú tetőszerkezet került. A szerkezetet kötélzettel stabilizálták, feszítették.

#1: Hagyományos baskír jurta, László Gyula rajza. [LasG1988]

#2: A jurták korszerű változatai világszerte kereskedelmi forgalomba kerültek és katalógusból rendelhetők. {Forrás: 10}



#1

#2

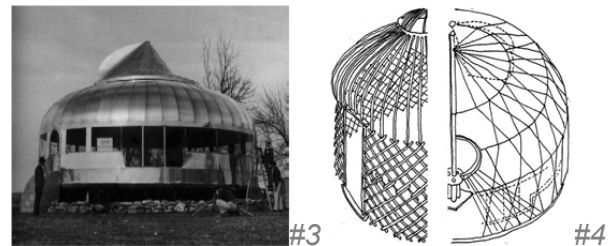
A jurták szerkezeti elve nem veszítette el időszerűségét, korszerű technológiákkal és anyagokkal bizonyos feladatokra gazdaságos és esztétikus építményeket lehet megvalósítani.

A jurták alkalmazásáról, geometriai összefüggéseiről, szerkezeti megoldásairól több dolgozat is ismert.

R. Buckminster Fuller 1946-ben tervezett, Chicagóban megépített Dymaxion House kísérleti épülete az építészettörténet részévé vált. A repülőgépgyártás tapasztalatai ötvöződnek a jurták szerkesztési logikájával. Az előregyártott alumínium, acél és akril anyagú épület prototípus maradt.

#3: Dymaxion House. [MrkK2007]

#4: A mongol jurta és a Dymaxion House szerkezeti analógiája. [MrkK2006]



#3

#4

#### 2.2.2.2.1 Bambusz kupolák

Azokon a területeken, ahol a különleges méretű és rugalmasságú bambusz nagy mennyiségben előfordul, általános a bambusz építészeti felhasználása.

A bambusz rúdszerkezetként való alkalmazása is általános, de a dolgozat tárgyához kapcsolódó felületszerkezetként történő felhasználására is számos példa ismert.

A dél-brazíliai Amazonas-indiánok 20 méter átmérőjű, kör alakú, 6 méter magasságú, közepén oszlopra támaszkodó kupolacsarnokokat építettek, melynek meridián tartói ívesen meghajlított bambusz rudak, melyekkel a vízszintesen körbefutó hajlított bambuszívek együttműködő hálót alkotnak.

#1: Ugandai bambusz kupola. {Forrás: 11}



#1

10 <http://www.theepochtimes.com/n2/life/yurts-stylish-earthly-abodes-4310.html>

11 <http://www.panoramio.com/photo/15363482>

A bambusznak 500 fajtája ismert, ezek nagy része az építésben felhasználható. A bambusz anyaga, a bambusz épületszerkezete és statikája világszerte kutatott téma.

Szerkezeti csomópontjainak sok fajtája ismert, a hagyományos (kötözött, faragott) mellett a mérnöki (szegezett, bilincses, csomólemezes). Elsősorban épületváz, tetőszerkezet és hídszerkezet esetében - a hagyományos fa ácsszerkezeti csomópontok analógiájára hasonlító „ácsszerkezeti” csomóponti rendszere is használt.

Használatát sok ország nemzeti szabványai is tartalmazzák.

#2: Közép-afrikai bambusz kupola. {Forrás: Frei Otto archivum}



#2

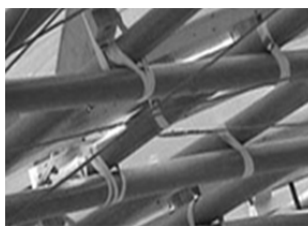
Japán pavilon, EXPO2000, Hannover, 2000., Shigeru Ban

Papírcsőből készült rácshéj szerkezet

#3: Kötözött csomóponti kialakítás. [XiaY2007]

[XiaY2007]

#4: A csarnok belső tere. [XiaY2007]



#3



#4

## 2.2.3 Textil szerkezetek – szövés, fonás, kötözés

### 2.2.3.1 Szótt szerkezetek

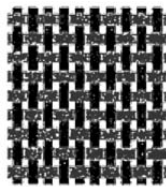
A kultúra történetével egyidős szerkezet, a legrégebbi idők, és a mai kor szerkezete.

A dolgozatban „szótt szerkezeteknek” tekintjük a két vagy több irányú szálakból álló hálót, ahol a szálak változó irányból keresztezik egymást.

#1: Szövés elvi rajza.

#2: Szótt acél teaszűrő.

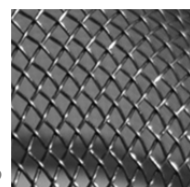
#3: A teaszűrő részlete.



#1



#2



#3

A szálak lehetnek egyenrangúak, de főleg textil esetében gyakran van főirány (feszítőszál, láncfonal), és egy rá merőleges mellékirány (töltelékfonal, vetülékfonal, keresztirányú befűzés).

A szövés anyaga természetes eredetű növényi (faág, fűszál, len, kender, pamut, stb.), vagy állati (selyem, szőr, gyapjú, stb.) szálak, mesterséges szerves anyag (poliészter, nylon, polietilén, stb.), az újabb időkben főleg ipari célra szervesetlen anyag (üveg, szén, fém).

Szövésnél a szálak egymást keresztezve fedik egymást, ami egy nagyfokú görbületet és sajátfeszültséget eredményez. A szálak együttdolgozását a geometriai kialakítás önmagában biztosítja.

Húzás hatására a szálak megpróbálnak kiegyenesedni, ami viszonylag nagyfokú nyúlást eredményezhet.

A szótt szerkezetek nagy teherbíró képessége több okra is visszavezethető.

A terheléshez igazodó nagyfokú alakváltozási képességük mellett az alkotóelemek együttdolgozása fontos tényező. Rugalmas szálak szövése esetén az alkotók görbítéséből eredő előfeszítés is jelentős hatású.

**Szövésrészletek**

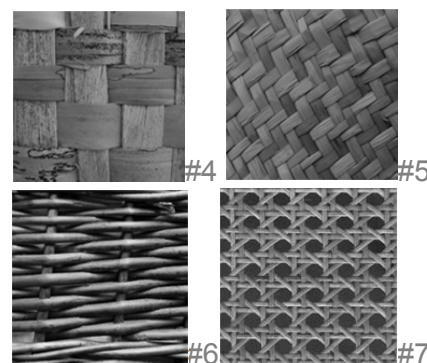
#4: Homogén szövés.

Kinematikai kód: 1-222-222-011

#5: Homogén szövés, 2 szálanként átfűzve.

#6: Egyik irányban merev szálak.

#7: 3 irányú szövés (Thonet).

**2.2.3.2 Nem szőtt szerkezetek – kötött- és kompozit hálók**

A szalaghálók merevítése történhet a háló kompozit szerkezetté történő alakításával is, ezért indokolt e szerkezetek vizsgálata is.

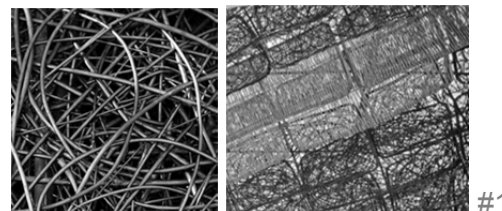
Az osztályba az alábbi típusok kerültek besorolásra:

- nemez szerkezetek
- kötött szerkezetek
- „nem szőtt” hálók
- kompozit hálók

**Nemez szerkezetek**

A textilipari szakirodalom a „nem szőtt kelme” fogalma alatt a nemezt, a rendezetlen szálakból álló halmazokat érti, ez nem tárgya a dolgozatnak.

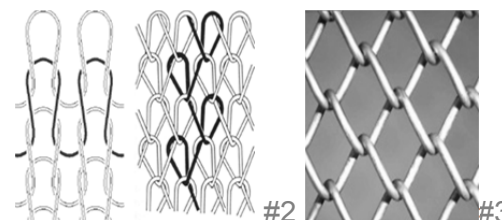
#1: Faágakból képzett nemez struktúra a sanghaji EXPO spanyol pavilonjának burkolatán (EMBT-Miralles Tagliabue) {Forrás: 12}

**Kötött szerkezetek**

Rendkívüli rugalmassága és térbeli alakíthatósága miatt figyelemre méltó konstrukciók, de kívül esnek a dolgozat tárgyán.

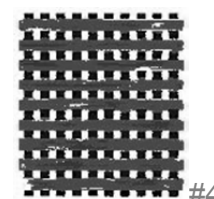
#3: Kötött kelmék alaptípusai [LázK2009A]

#2: Fonott acél kerítésfonat

**„Nem szőtt” hálók**

E fogalom alatt azon két vagy több irányú szálakból álló hálót értjük, ahol a szálak a másik irányú szálak ugyanazon oldalán fedik egymást.

#5: A „nem szőtt” háló elvi rajza



Amíg a szőtt szerkezetek esetében a szálak egymáshoz rögzítését maga a geometriai kialakítás biztosítja, addig a „nem szőtt” hálók esetében a szálak egymáshoz rögzítése más módon történik:

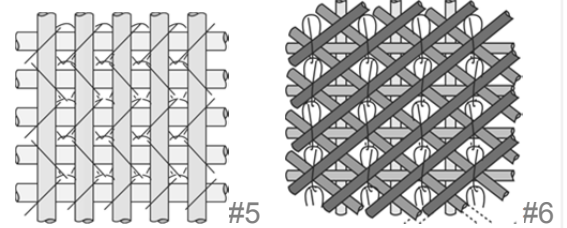
- Kötéssel (pl.: ipari üvegszövetek, betonacél hálók, bambusz hálók).
- Csavarozással (pl.: fa rácshéj).
- Hegesztéssel (pl.: ponthegeesztett betonacél háló, hegesztett műanyag mezőgazdasági háló).

A rácshéj és szalagháló is a „Nem szőtt” háló speciális változatának tekinthető.

12 <http://europaconcorsi.com/projects/134159-Miralles-Tagliabue-EMBT-Spanish-Pavilion-for-Shanghai-World-Expo-2010/images/1967712>

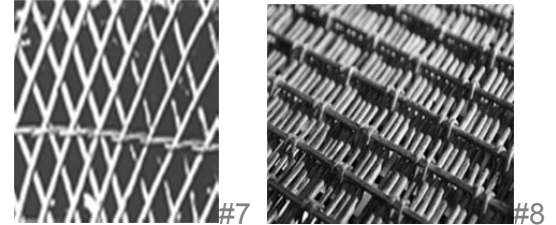
#5: Biaxiális háló erősítése kötéssel. [LázK2009B]

#6: Multiaxiális háló erősítése kötéssel.  
[LázK2009B]



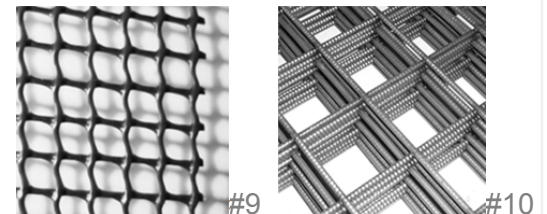
#7: Fűz vesszőből készített szék támlája: a szálak nincsenek szöve, viszont helyenként fonással vannak rögzítve.

#8: Vesszőből készített tároló részlete: a szálak rögzítése a keresztirányú vesszőhöz kötözéssel.



#9: Műanyag mezőgazdasági háló hegesztett csomópontokkal.

#10: Acélháló ponthegeesztett kötésekkel.

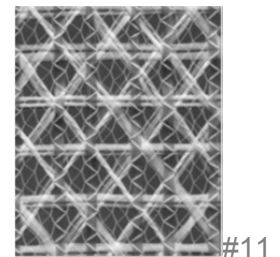


### Kompozit hálók

Ezek egy (vagy több) beágyazó anyagból (fogadó fóliából) és hálóból álló szerkezetek, az előbbi biztosítja a különböző irányú szálak összekapcsolását. A kompozit anyagok tulajdonságai előnyösen egészítik ki egymást.

Az üveg-, karbon- és polimer anyagú szövésrel erősített fóliák a héj- és sáterszerkezetek, vitorlák fontos anyagai, olyan követelményeket elégítenek ki, mint a nagy alakváltozási képesség és a nyúlásmentesség.

#11: Kompozit háló - kötéssel erősített multiaxiális háló műanyag fóliában.  
{Forrás: 13}



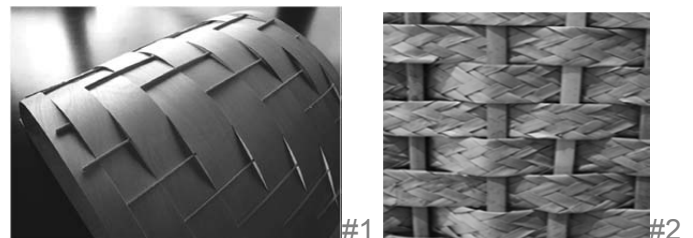
### 2.2.3.3 Fonott és szőtt szerkezetek korszerű épületszerkezeti alkalmazása

A rétegelt falemezek korszerű felhasználásával kapcsolatos kutatások egyik központja a Lausanne-i IBOIS Laboratory for Timber Construction intézet.

Yves Weinand professzor vezetésével a vékony falemezek merevségét hajtogatással és fonással növelve értek el biztató eredményeket.

#1: Az IBOIS intézet fa rudakból és falemezből szövésrel készített modellje.  
[SisM2013:557–568]

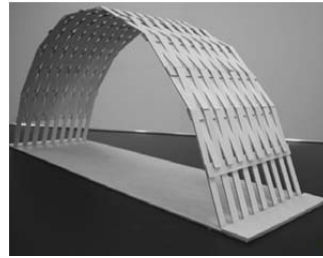
#2: Szőtt kosár részlete.



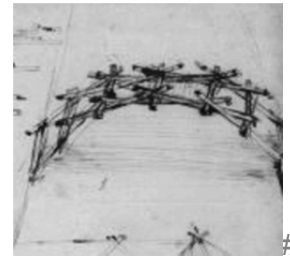
13 [www.karlmayer.de](http://www.karlmayer.de)

Elemes felületszerkezet kifejlesztése és információs modellezése, a szalaghéj szerkezet  
2 Elemes felületszerkezetek / 2.2 A rombuszhálók

#3: Az IBOIS intézet falemezből készített dongahéja, amely a szőtt és a reciprok szerkezetek ismertetőjegyeit magán hordozza. [SisM2013]



#3



#4

#4: Leonardo korabeli rajza egy az előzőhöz hasonló konstrukcióról. [TriJ2011]

#5: Az IBOIS intézet faszalagokból készített három irányú szőtt héja. [SisM2013]



#5



#6

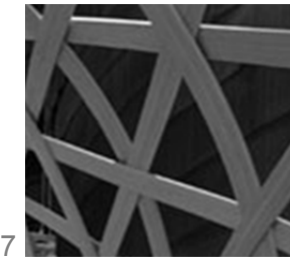
#6: Az előzőhöz hasonló logikájú, faháncsból szőtt táskák részlete.

Étterem, Tang Palace, Hangzhou, Kína, 2010., Atelier Feichang Jianzhu, Chang Yung Ho

A három irányú fonás megvalósult belsőépítészeti projektben, 2460 m<sup>2</sup> alapterületen. Alapanyag: bambuszból készült szalag.



#7

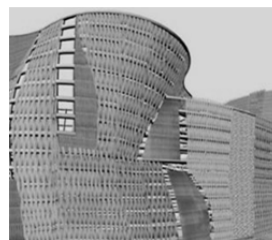


#8

#7: Az étterem belső képe.

#8: Csomóponti részlet. {Forrás: 14}

A sanghaji EXPO 2010 spanyol pavilonjának terveiben valósították meg a tervezők (EMBT - Enric Miralles - Benedetta Tagliabue) a szőtt faszervezetek nagy méretű épületeken történő homlokzatburkolati rendszerét.



#9



#10



#11

#9: Az épület látványterve. [EkeZ2010]

#10: Az épület részlete.

#11: Egy kosár részlete.

Lausanne-ban, az IBOIS intézetben a szalagok szövését fonással kombinálják. Ennek jelentősége egyrészt az alkotók helyzetének stabilizálásában van – az oldalirányú mozgás korlátozott-, másrészt az alkotó szalagok nagyfokú görbületében, amely előfeszítésként működve ad a szerkezetnek egy kezdeti merevséget.

Ilyen szerkezet – a szerző ismeretei szerint – jelenleg még csak kísérletként készült.

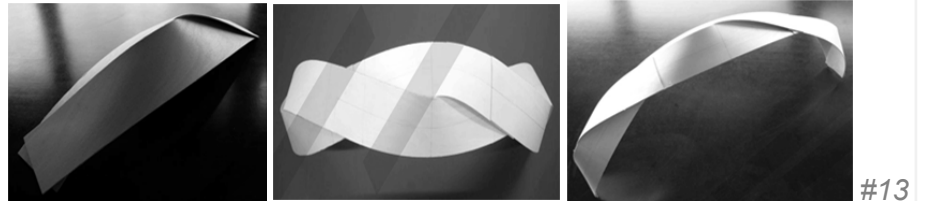
14 <http://www.dezeen.com/2011/04/28/tang-palace-by-fcjz/>

#12: Lausanne, IBOIS fonott rétegelt lemezek. [SisM2013]



#12

#13: Tanulmányok a szalagelemek fonásának módjaira. [WeiY2010]



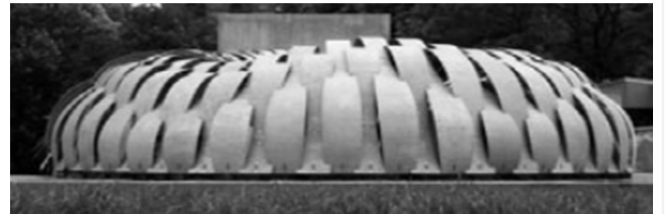
#13

A Stuttgarti Egyetemen a Computational Design intézetben (Prof. Achim Menges vezetésével) és a Building Structures and Structural Design (Prof. Jan Knippers vezetésével) is figyelemre méltó kutatások folynak a fonott rétegelt lemezek korszerű felhasználásának területén.

Pavilon, Stuttgarti Egyetem

A 10 méter feletti fesztávolságú 6,5 mm vékony nyír rétegelt lemez lapokból összeállított pavilon teljes építési súlya mindössze 400 kg.

80 féle szalagból lett konstruálva, teljes mértékben számítógépes modellezéssel és robotizált gyártással.



#14: A pavilon külső és belső képe, az elemek szabása CNC technológiával. [FleM2011]



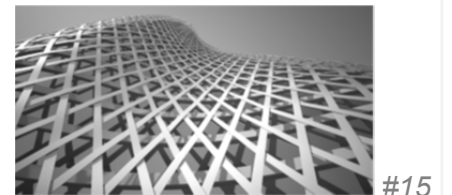
#14

A szövött szerkezetek szerkesztési logikájának tanulmányozása és alkalmazása további ígéretes kutatási feladatot jelent.

A statikai számítások mellett – különösen szabadformák esetében - a szövés geometriai leírása, a szövött szerkezetek generálásának számítógépes algoritmusai is komoly kihívást jelentenek.

Bailin Deng a Bécsi Műszaki Egyetemen 2011-ben beadott dolgozatában foglalkozik a szabadformák geometriájával.

#15: Szőtt térbeli szerkezet látványterve. [DenB2011]

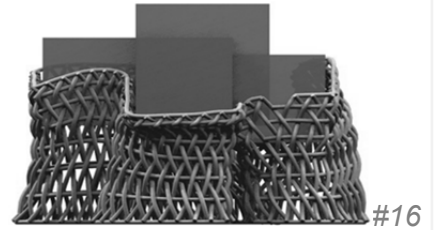


#15



Przemyslaw L. Jaworski a University College London–ban benyújtott dolgozatában organikus úton, a növények növekedését szimulálva jutott el a szőtt szerkezetek számítógépes algoritmusáig.

#16: Hasábokat körülölelő szőtt szerkezet látványterve.  
[JawP2006]



## 2.2.4 Gerendarács szerkezetek

Kinematikai kód:

1-000-000-000

A szerkezeti kategóriák közötti átmenet folytonos. Példaként a rácshéj keresztmetszeti méretének növelésével a háló fokozatosan elveszíti nagyfokú alakváltozási képességét, és a szerkezet egyre inkább kétirányú gerendarácsként viselkedik, és rombusz hálózata ellenére tetszőleges alakra nem formálható.

A gerendarácsok görbült felületszerkezetként való alkalmazásuk, különösen az egyenes alkotójú, hiperbolikus paraboloid gerendarácsok gyakoriak (ez esetben általában elveszítve az alkotóirányok párhuzamosságát).

Gyakori szerkezetek a görbe vonalú alkotókból álló gerendarácsok is, ezek is a rácshéj szerkezetek és a nem szabályos rácsozatú általános hálószerkezetek osztályai felé mutató átmeneti szerkezetek.

## 2.2.5 Rácshéj szerkezetek

A szalaghéjakkhoz legközelebb álló szerkezetek a rácshéjak, ezért a részletes elemzésük indokolt.

Kinematikai kód merevítés előtt:

1-111-020-000

Kinematikai kód csomópontok merevítése után:

1-111-000-000

### 2.2.5.1 Fogalom

A rácshéj fogalmának meghatározása elengedhetetlen, mert a kifejezés gyűjtőfogalomként, a formailag vagy szerkezetileg hasonló, de a rácshéj kritériumait nem kielégítő szerkezetekre is használatos.

Rácshéjról akkor beszélhetünk, ha a szerkezet az alábbi geometriai, kinematikai és erőtani feltételeket kielégíti:

- Geometriai feltétel:
  - Kétirányú, folyamatos alkotóseregből álló felület.
  - További irányú alkotók beépítése csak a végleges formára alakítás után megengedett.
  - Az egyirányú alkotók a felületen síkjában vizsgálva párhuzamosak.
  - A szerkezet globális erőjátéka héjszerű, ez pedig feltételezi a kétszer görbült felületet. (Ezért a sík rácscok, vagy az egyszer görbült dongafelületre illesztett hálók statikai viselkedésük alapján nem tekinthetők valódi rácshéj szerkezetnek.)
- Kinematikai feltétel:
  - A szerkezet sík helyzetben, merevítetlen állapotban csupán az alkotók szögelfordulása révén mozgásra képes.
  - A nem merevített szerkezet az alkotóelemeinek csavarodása, kétirányú meghajlása és egymással bezárt szögének megváltozása révén nagymértékű alakváltozásra képes, kétszer görbült felületre illeszthető.
  - A merevítés az alkotóelemek szögelfordulásának korlátozása egyben a szerkezet merevítését jelenti.

### 2.2.5.2 Szerkezeti kialakítás

A rácshéj szerkezetek fa anyagból (léc, bambusz), fémből (alumínium vagy acél) és műanyagból egyaránt készültek, általában kísérleti jelleggel. A gyakorlati céllal megépített néhány rácshéj szerkezetű épület falécekből (hevederekből) készült, melyek fő hátránya a csavarozással készített és így gyengített csomóponti kapcsolatban, a szükséges különleges minőségű faalapanyagban és az emelési technológia nehézségeiben van.

### 2.2.5.3 Történelmi áttekintés, megépült szerkezetek

A rácshéj szerkezetek közvetlen előképeinek a fonott szerkezetek és a jurták tekinthetők.

Az első ismert és jelentős mérnöki szerkezetnek tekinthető rácshéj orosz-szovjet mérnök és feltaláló Vladimir Grigorevic Suchov (1853-1939) munkája.

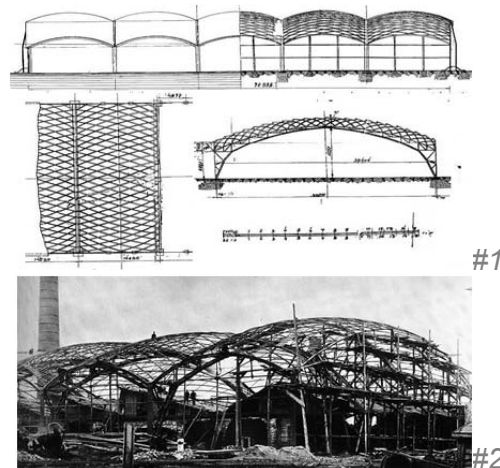
A Suchov által tervezett és megépített, elsősorban acélból és fából készült szerkezetek mai szemmel nézve is a szerkezettervezés kimagasló teljesítményei. Hídszerkeze-  
teit, hiperbolikus tornyai, függőtetői számos későbbi építész és szerkezettervező (Frei Otto, Norman Foster) alkotásainak közvetlen előképe.

**Vyksa - Nizhny Novgorod, 1897., Grigorevic Suchov,**

A szerkezet 38.4 m / 73.0 m méretű. Az acél rácsos tartó íves főtartókra támaszkodó kétszer görbült héjszegmensek is acél anyagúak.

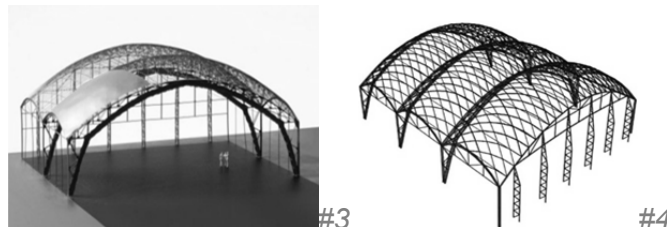
#1: A Vyksai csarnok terve. [KovG1952]

#2: A Vyksai csarnok építés közbeni fényképe. [KovG1952]



#3: A Vyksai csarnok látványterve. [BecM2009]

#4: A Vyksai csarnok számítógépes térbeli rajza. [BecM2009]



Suchov munkásságát követően a rácshéj szerkezetekkel kapcsolatos kutatások a 60-as években kaptak lendületre, és jelentős részben Frei Otto és munkatársai nevéhez fűződik. A kutatások a Berkeley Egyetemen kezdődtek, majd a stuttgarti Institut für Leichte Flächentragwerke (IL) intézetben, a „Sonderforschungsbereich 64 - SFB 64: Weitgespannte Flächentragwerke” keretében teljesedtek ki.

**Kísérleti csarnok, Berkeley, Frei Otto, 1962.**

Suchov munkásságát követően az első kísérletek a kaliforniai Berkeley Egyetemen folytak, ahol 1962-ben épült a 7.8 m fesztávolságú, 3.2 m magasságú, 82 cm rácsávolsággal a szerkezet. A kettőzött, 2.2 cm átmérőjű betonacél alkotói speciális acél csomóponti elemek alkalmazásával kerültek összeerősítésre. [OttF1974]

**Német Építési Kiállítás pavilonja, Essen, Frei Otto, 1962.**

Az egyik első, ténylegesen épületszerkezetként használt rácshéj az esseni pavilon. A Frei Otto által tervezett 16.82 m max. fesztávolságú, 4.8 m magas, 48.2 cm rácsávolságú kupola 4 cm / 6 cm keresztmetszetű rétegelt-ragasztott hemlock fenyőből készült, csavarkötésű csomópontokkal.

**Expo csarnok**, Montreal, Frei Otto, 1967.

A vilákiállításán felállított héj, 17.5 m fesztávolságú, 4.0 m magasságú, 50 cm rácsávolságú, 4.2 / 3.5 cm szelvényű hemlock fenyőből készült, csavarkötésű csomópontokkal.

**Csarnok**, Izland, Rejkiavik, E.Thorsteinn építész, O.P. Haldorsson statikus, 1973.

10 m fesztávolságú, 4.4 m magasságú, 50 cm rácsávolságú kísérleti héj, 5 cm átmérőjű polietilén cső és csavarozott kapcsolatok használatával.

**Rácshéj**, India, Shahibag, G.Sarabhai és M.Hildebrand, 1974.

15 m fesztávolságú, 48 cm rácsávolságú rácshéj, 2.5 cm átlagos átmérőjű bambusz elemekkel, horganyzott acél huzal kötözésű csomópontokkal.

**Virágkiállítás** (Bundesgartenschau), Mannheim, Mutschler, Frei Otto, Ove Arup, 1972.

A mindmáig talán legnagyobb feltűnést keltő rácshéj szerkezet a Virágkiállítás épülete. Az építészeti és szerkezeti addig egyedülálló, amorf tömegű épület 7400 m<sup>2</sup> területű, 60 m maximális fesztávolságú, 20 m magasságú. Az 1 m<sup>2</sup>-re eső szerkezeti súly 25 kg alatt volt.

Kanadai hemlock fenyőből készült 5 / 5 cm keresztmetszettel, 50 cm / 50 cm hálózattal, feszített csavarkötésű csomópontokkal.

#1: Külső kép szerelés közben. [HarR2004]



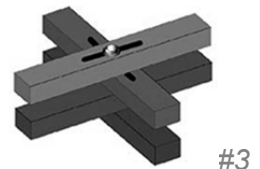
A síkon belüli merevség fokozása, azaz a nyírás következtében létrejövő alakváltozás korlátozása harmadik irányú kötélzettel került megoldásra, a felület síkjára merőleges hajlító merevség növelését a szokásos 2 rétegű helyett 4 rétegű rácszattal érték el.

A rácsrétegek egymás feletti elcsúszásának megakadályozása újabb szerkezeti gondokat vetett fel.

A fedés PVC bevonatú poliészter szövetrel történt.

#2: Belső kép. [SzaP2010]

#3: Csomóponti részlet. [HarR2003]



**Kísérleti szerkezet**, India, Ahmedabad, G.Sarabhai, G.S.Ramaswamy, 1976.

Ferrocement rácshéj 10 m fesztávolsággal. A héj vázát 1.8 cm átmérőjű, 1.2 mm falvastagságú, 50 cm rácsávolságú acél csőrács képezte, mely a rabicháló és a cementhabarcs hordozója.

**Teniszcsarnok**, Svájc, Sion/Wallis, Teufenthal / Aargau, H.Stövhase

Svájcban készült rácshéjak kb. 36 m fesztávolságot hidalnak át, 11 m magasságúak. A Mannheimi héjhoz hasonlóan dupla rácszóságúak, merevségüket diagonális acélkötélzet növeli. Szerkezeti újításként a csavarozott csomópontok felett műanyag tányérok helyeztek el, így az átlátszó műanyag térelhatároló fólia és a rács faszerkezete közötti káros párakicsapódást sikerült megelőzni.

Elemes felületszerkezet kifejlesztése és információs modellezése, a szalaghéj szerkezet  
2 Elemes felületszerkezetek / 2.2 A rombuszhálók

**Toskana Therme fürdőépület**, Németország, Bad Sulza, Ollertz, Trabert 2010.

Egyedülálló újítás a szabadformájú szerkezet, amely a rácshéj és a Zollinger tartó tökéletes ötvözetének tekinthető.

A héj ugyan síkból nem kiemelhető, de alátámasztó állványzat nélkül, szabadon szerelve készült.

A számításokat a berlini műszaki egyetemen végezték. [BrüM2002]

#4: A fürdő belső képe.

#5: Tetőszerkezeti részlet.



#4



#5

**Toskana Therme fürdőépület**, Németország, Bad Orb, Ollertz, Trabert, 2010.

Ollertz és Trabert másik fürdőépülete, amely a Bad Sulza-i fürdőhöz hasonló konstrukció.

#6: A fürdő belső képe.

#7: Külső kép.



#6



#7

**"Weald and Downland" Open Air Museum**, Nagy-Britannia, Sussex, Edward Cullinan, Buro Happold, Green Oak Carpentry, 2002.

Nagy-Britannia első dupla rácsozatú rácshéj szerkezete.

Hossza 48 m, fesztávolsága 11 m - 16 m, magassága 7 m - 10 m. Alaphálózata 100 cm / 100 cm, a statikailag erősen igénybe vett helyeken 50 cm / 50 cm. Az alkalmazott hevederek 35 mm / 50 mm keresztmetszetűek, anyaga keményfa, tölgy. A legyártott 6 m-es hevederek 37 m – 50 m hosszúságban a helyszínen kerültek toldásra.

A mintaként szolgáló, 1975-ben épített Mannheimi szerkezettel ellentétben a merevítéshez nem kerültek keresztirányú kábelek beépítésre. [HarR2003] [KuiM2009]

#8: Külső kép szerelés közben.

#9: Belső kép.

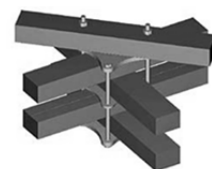
#10: Csomóponti részlet.



#8



#9



#10

Elemes felületszerkezet kifejlesztése és információs modellezése, a szalaghéj szerkezet  
2 Elemes felületszerkezetek / 2.2 A rombuszhálók

**The Savill Building**, Berkshire, Windsor Great Park, Glenn Howells Architects, Buro Happold, Green Oak Carpentry, 2006.

90 m hosszú, 25 m széles fa rácshéj, 2006-ban a legnagyobb Nagy-Britanniában.

4 rétegű héj, 20.000 m<sup>2</sup>, 8 cm / 5 cm keresztmetszetű vörösfenyő heveder került beépítésre.

[HarR2008]

#11: Külső kép.

#12: Belső kép.

#13: Szerkezeti részlet.



#11



#12



#13

**Expo**, Hannover, Herzog, IEZ Natterer, Ingenieurbüro Bertsche, Ingenieurbüro kgs, Ingenieur-Holzbau Cordes, Merk Holzbau, 2000.

A faszervezet-tervezés történetében is jelentős építmény. A beépített terület 16.000 m<sup>2</sup>, a tíz ernyő nagysága egyenként 40 m x 40 m, magasságuk 26 m.

A főtartók által szegélyezett 40 db héj egyenként 19 m x 19 m, súlyuk 16 tonna. A rácshéj 30 mm / 16 mm keresztmetszetű hevederekből készült. [NatJ2000B]

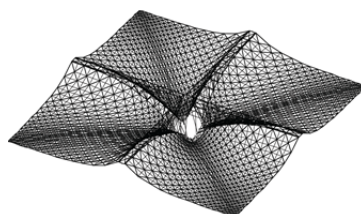
#14: Oszlop és tetőrészlet.



#14

#16: Szerkezeti részlet számítógépes ábrája.

#15: Külső kép.



#15



#16

**PVC csövekből épített kísérleti rácshéjak**

Paris Est University, Institut Navier - LAMI, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées

#17: Kísérleti héj terhelése.

[CarJ2012]

#18: Kísérleti héj építése.

[DouC2006]



#17



#18

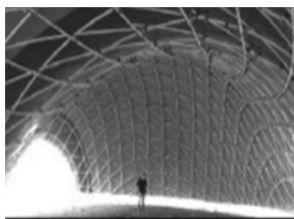
Elemes felületszerkezet kifejlesztése és információs modellezése, a szalaghéj szerkezet  
2 Elemes felületszerkezetek / 2.2 A rombuszhálók

**Solidays' Festival**, Párizs, Paris Est University

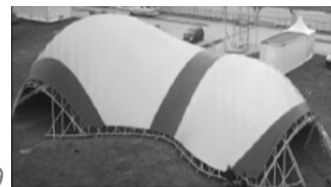
280 m<sup>2</sup> alapterületű, 15 m magas PVC csövekből készített rácshéj.

#19: A rácshéj belső képe.

#20: A rácshéj külső képe. [CarJ2012]



#19



#20

**Auditórium**, Parque Paraíso, San Blas, Madrid, Spanyolország, Cleto Barreiro Sorrivas

Öt hiperbolikus paraboloid héj, monolit építéstechnológiával készítve. A héjakkal lefedett terület 1400 m<sup>2</sup>, nagyságuk 61 m<sup>2</sup> és 601 m<sup>2</sup> között váltakozik. A legnagyobb héj mérete: 30 m x 27 m.

34 mm / 140 mm keresztmetszetű észak-európai fenyő deszkából készült, az igénybevételek függvényében 2, 4, és 6 rétegben, felül 2 rétegű, 20 mm vastag merevítő deszka borítással. [AntA2009], [SorC2007]

#21: Külső kép.

#22: Építés közbeni állapot.

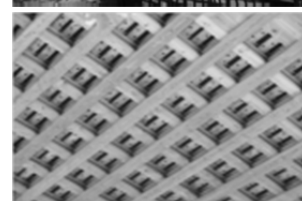
#23: A többrétegű szerkezeti részlete.



#21



#22



#23

**"Haus des Handwerks"**, Ober-Ramstadt/Darmstadt, Németország, 1998., T. Schmidt, AB Braun, G. Ehrlicher, IEZ, Natterer, Ochs

Monolitikusan, állványzatról épített, 530 m<sup>2</sup>-es, 20 m x 25 m nagyságú csarnok. Az átlóknál bordasűrítéssel képzett rejtett gerendák.

Az alkotóelemek 4 db 120 mm x 27 mm-es deszkából összeállított 120 mm x 108 mm keresztmetszetűek. Ritka megoldás, hogy az alkotók többrétegű deszkából kialakítottak, amelyek nem ragasztással, hanem csavarozva lettek egymáshoz erősítve. [BmH1999]

#24: Külső kép.

#25: Belső kép.



#24

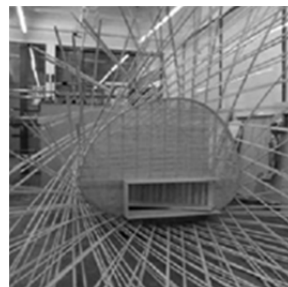


#25

**Korkeasaari Lookout Tower**, Helsinki, Finnország, 2000, Helsinki University of Technology, Ville Hara, HUT Wood Studio Workshop, Hannu Hirsi

A Helsinki Egyetem is élenjáró az innovatív faszervezetek tervezése terén, a kutatások 1994-ben kezdődtek, Jan Söderlund vezetésével.

#26: A rácshéj modellezése, a kész szerkezet és annak részlete. [CapM2011]



#26

Elemes felületszerkezet kifejlesztése és információs modellezése, a szalaghéj szerkezet  
2 Elemes felületszerkezetek / 2.2 A rombuszhálók

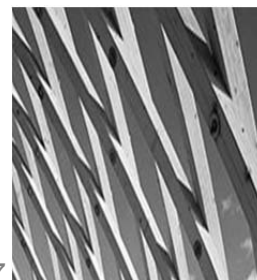
A kilátótorony az építész hallgatók számára kiírt pályázat győztes munkája. 10 méter magas, fa rácshéj burkolattal. A 72 db alkotóléc 6 cm / 6 cm keresztmetszetű.

#27: Külső kép.

#28: Szerkezeti részlet.



#27



#28

**Neue Messe**, Karlsruhe, Németország, 2003., Gerber Architekten, Bollinger + Grohmann, WIEHAG Holzbau

4 db, egyenként 12.500 m<sup>2</sup>-es csarnokból álló épületegyüttes.

A 160 m hosszúságú csarnokok a közel 80 m-es fesztávolságot szabadon, alátámasztás nélkül hidalja át. A 4 csarnok közül 3 szokásos szerkezet, 3.75 m-enként elhelyezett vonórudas rétegelt-ragasztott íves fatartókból, és közöttük fapanelekből áll. A multifunkcionális csarnok rr. fa főtartói 30 méteres távolságra fekszenek, közöttük pedig rácshéj felületszerkezet lett beépítve.

Az rr. főtartók 54 cm / 110 cm keresztmetszetűek. Összesen 6.500 m<sup>3</sup> tartószerkezeti faanyag került beépítésre.

#28: Szerkezeti részlet.

#29: Belső kép. {Forrás: 15}



#29



#30

### Jelentősebb hazai rácshéj szerkezetek

**Szentendre, 1977.**

Az első hazai rácshéj felállítására 1977-ben került sor, a Művészeti Főiskolák Fesztiválja alkalmából a szentendrei Kálvária-dombon. Az Iparművészeti Főiskola hallgatói által felállított 500 m<sup>2</sup>-es 7 m belmagasságú szerkezet 5 / 5 cm szelvényű fenyőből készült 50 cm rácstávolsággal.

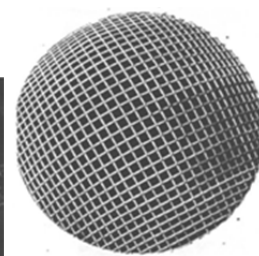
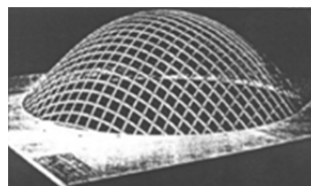
[BarG1978]

További Kísérletek az Erdészeti és Faipari Egyetem Építéstani Tanszékének kutatása keretében folytak. A Tanszék 1975-ben vette fel kutatási tervébe a rácshéj szerkezetek vizsgálatát, a kutatás Dr. Kubinszky Mihály vezetésével, Dr. Somfalvi György és Józsa Béla részvételével kezdődött. A forgáshéjak térbeli elhelyezkedésének számítására 1979-ben az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutató Intézetében, 1982-ben pedig az EFE Építéstani Tanszékén [FekZ1986A] számítógépes program készült.

**Csurgó, kísérleti rácshéjak**, EFE Építéstani Tanszék, 1978., 1981., 1983.

1978-ban Csurgón, a SEFAG telepén készült el az első, kísérleti rácshéj, mely 10 m átmérőjű, 3 m magasságú volt, 2 cm / 2.5 cm szelvényű fenyőlécből, 40 cm rácstávolsággal. A rácshéj építése, terhelése sikerrel zárult. 1981-ben és 1983-ban Csurgón két újabb, immár 18 m / 36 m fesztávolságú, 8 m magasságú, 3 cm / 3.5 cm szelvényű héj építésére került sor.

#31: A csurgói 10 m átmérőjű rácshéj modellje.



#31

15 <http://www.wiehag.com/referenzen/referenzen-details/LbrReferencesReference/18.html>

#32: A csurgói megépített szerkezet.



#32

A rácshéj alakja kis mértékben eltér a függesztett kötélfelülettől, az alak a lécek hajlítási merevsége miatt módosul. Ezért az EFE Építéstani Tanszékén a csomóponti koordináták meghatározása nem függesztett hálóval, hanem mérethelyes, fenyőlécből készült modellek alapján történt, ahol a rácspont koordináták fotogrammetriai úton kerültek megmérésre.



#33

#33: A csurgói 18 m / 36 m fesztávolságú rácshéj modellje.

A kísérletek során kiderült, hogy a rácshéj építés legkritikusabb pontja a kívánt felületformához és nagysághoz igazodó, megfelelő keresztmetszeti méret kiválasztása, az emelési technológia, valamint a csomópontok súrlódási kapcsolatának, így a szerkezet merevségének időbeli csökkenése.

#34: A megépített szerkezet közvetlenül az emelést követően.



#34

#35: A megépített szerkezet 2 hónappal későbbi, a súrlódási kapcsolat csökkenése miatti erősen deformált állapotban.



#35

## 2.2.6 Reciprok (nexorade) szerkezetek

Egységes osztályozási rendszerbe nehezen besorolható szerkezettípus, kialakításától függően gerendarácsként, lamella tartóként is értelmezhető, de rácshéj jellegű kialakítása is ismert: Toskana Terme fürdőépületek, Németország, Bad Sulza és Bad Orb.

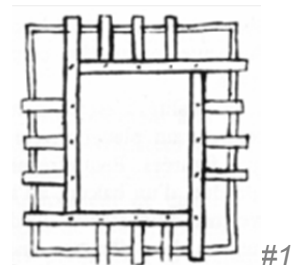
A reciprok szerkezetekben minimum három elem kölcsönösen egymásra felfekszik, így kis elemekből nagy fesztávolságokat képes áthidalni. A kis elemnagyságokban rejlő előnyöket már a középkorban felismerték.

A szerkezet első ismert leírása **Villard de Honnecourt** (1200-1270) francia építészről származik.

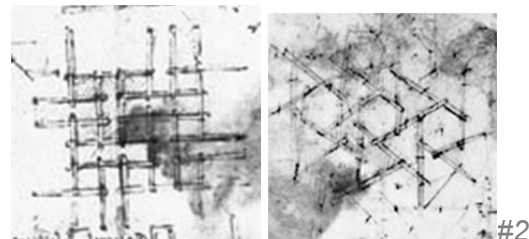
A továbbiakban **Leonardo Da Vinci** (1452–1519) itáliai polihisztor, **Sebastiano Serlio** (1475 - 1554) itáliai építész és **John Wallis** (1616-1703) angol matematikus vizsgálta a szerkezet geometriáját, részletes rajzokat készített egy reciprok födémről.



#1: Villard de Honnecourt rajza reciprok szerkezetéről. [DuvS2008]

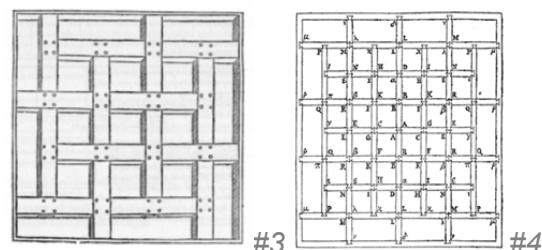


#2: Leonardo rajzai rombusz és hexagonális kialakítású reciprok szerkezetekről a Codex Atlanticus művében. [DUVS08]

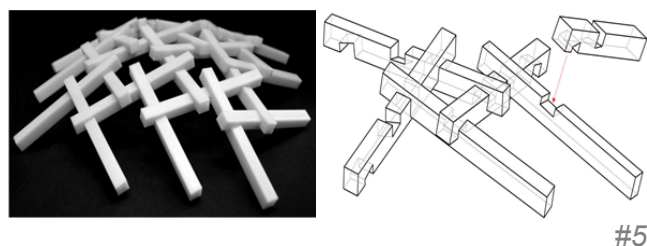


#3: Seven Books on Architecture by Sebastiano Serlio, Bk I: De Geometria, 1545. [DuvS2008]

#4: John Wallis rajza a szerkezetéről az Opera Mathematica (1693) munkájában.



A szerkezet a mai napig inspirálja a kutatókat. Példaként Tai Alan Song-Ching a Tajvani Egyetemen benyújtott disszertációjában részletesen foglalkozott egyszerűbb reciprok szerkezetek geometriájának számítógépes geometriájával, az elemek szabásrajzának automatikus generálásával.



#5: Reciprok szerkezet renderelt modellje és szabásrajza. [TaiA2003]

**Elemes héjszerkezet**, University Houston, 2002., Shigeru Ban Architects [XiaY2007]

#6: A bambusz lapokból készült kísérleti nexorade szerkezet fotója és részlete.



## 2.2.7 Lamellatartó szerkezetek

A lamellatartók fogalmkörébe azon felületszerkezetek sorolom, melyek hálózata rombusz kialakítású, az egyes elemek felületre merőleges síkú merevsége nagyságrenddel nagyobb, mint az elemek felület síkjában számított merevségénél.

A kinematikai kódszáma szerint általános esetben:

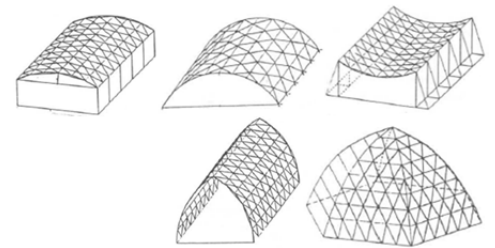
Szabad mozgású lamellatartó (építéskor): [0-022-200-000](#)

Csomópontjaiban merevített lamellatartó: [0-022-000-000](#)

### 2.2.7.1 Zollinger lamellatartó

A de l'Orme lamella tartóból, mint közvetlen előképből 1920. körül Friedrich (Fritz) Zollinger (1880–1945) által kifejlesztett felületszerkezet.

#1: Zollinger szerkezetek néhány jellegzetes formája: lapos donga, magas donga, függesztett donga, csúcsíves héj, szegmensíves héj.

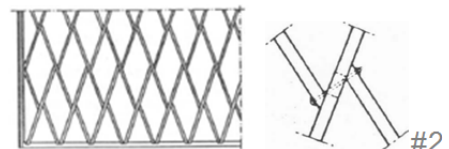
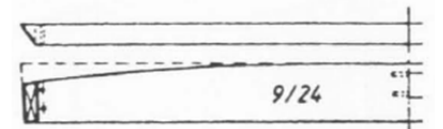
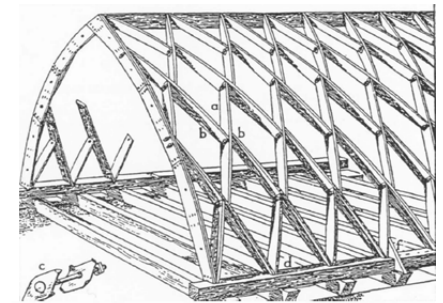


#1

Általában egyszeresen görbült dongafelületek, vagy donga felületrészekből összetett formák (csúcsíves, szegmensíves) kialakítására alkalmas.

Kétszeresen görbült felületekre ritkábban használatos, bár ilyen jellegű alkalmazása is ismert (Példa: Vámraktár, Koblenz).

A Zollinger felületszerkezet kétszeres rácstávolság hosszúságú lamellái palló vagy deszka anyagúak, a külső oldalukon a felület alakjának megfelelően ívesek, végeik a találkozás szögének megfelelően ferde kialakításúak, a lamellák két végén és közepén a csapoknak megfelelő 2-2 furat biztosítja az egy-egy csomópontban összefutó 3 lamella összeerősíthetőségét. A szerkezet egyféle elemfajtából épül fel, megkülönböztetve balos, jobbos valamint fél elemeket. Ismertek alátét lemezzel megoldott csomóponti kapcsolati megoldások is.



A szerkezet közelítő számítási módszerét Robert Otzen (1872-1934.) fejlesztette ki 1923-ban. Egységzélességű sávokból számított, majd lamella irányokra felbontott normálerőt és nyomatékot számítottak, a nyíróerő elhanyagolásra került. A Zollinger szerkezet szerkesztéséből eredő csavaró-nyomaték hatásának vizsgálatára nem került sor. A fenti viszonylag egyszerű számítási módszer alkalmazásával számos szerkezet megépítésére került sor, melyek fesztávolsága esetenként a 40 m-t is elérte

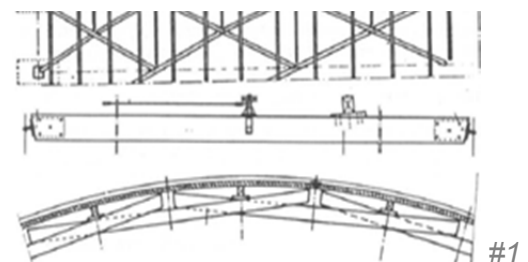
.#2: A Zollinger tartó szerkezeti kialakítása. [GutG1996]

A Zollinger tartó számos Magyarországi alkalmazása ismert, Trautmann Rezső és Fia "Oikos"-tető vállalata építette Almási Balogh Lőránd által tervezett Salétrom utcai református imaház és a Diósgyőri Református Templom tetőszerkezetét.

### 2.2.7.2 Kísérletek a lamellatartó továbbfejlesztésére

A Zollinger tartó továbbfejlesztése töretlenül zajlik. A kutatások fő irányai az előregyárthatóság, és az elemméret növelésére irányulnak. Siebert az eredetileg kis méretű, munkaiigényes kialakítású lamellák helyett háromszoros mező hosszúságú, egyenes lamellákat alkalmazott, a kapcsolatot acél csomópontokkal oldotta meg, így lehetőséget teremtett a nagyméretű lamella elemek alkalmazására. Ez előnyös a tűzveszélyesség csökkentésére, a csomópontok tipizálására, a szerkezet gyorsabb szerelésére. [SieA1982A], [SieA1982B], [SieA1986]

#1: Korszerűsített lamellatartó.



#1

**Messehalle (Neue Messe)** Karlsruhe, Gerber Architekten, Bollinger + Grohmann, WIEHAG, 2003.

Négy, egyenként 12.500 m<sup>2</sup>-es csarnok, 80 m x 170 m nagysággal. Mindegyik csarnok tetőszerkezete fa anyagú, de különböző technikával készültek.

#2: Belső kép.



#2

Az 1., 2., 3. csarnok háromcsuklós, vonórudas rétegelt ragasztott tartószerkezetű, gerendák 2 x 42 m hosszúságúak és 54 cm x 110 cm keresztmetszetűek.

A 4. csarnok Zollinger rendszerű, 2.73 méterenként elhelyezett elemekkel. [FerS2008]

#3: Építés közbeni távlati kép.



#3

**Metropol Parasol**, Seville, Jürgen Mayer H., Arup, 2004.

Alaprajzi vetületében szabályos, 1.5 m x 1.5 m nagyságú négyzethálózatra szerkesztett, de szabálytalan kiosztású reciprok szerkezet.

Az egyedülálló építészeti alkotás, a lefedett 18.000 m<sup>2</sup>-en hat egymásba fonódó gomba formából áll. 150 m hosszúságú, 28 m magas, a benne elhelyezett étterem 21.5 m magasán található.

A lamellatartó elemei 1.5 m - 16.5 m hosszú rétegelt falemezek, melyek szélessége az igénybevételek függvényében változó, 6.8 cm és 31.1 cm közötti. A lamellák magassága is változó, egészem 3 m magasságig.

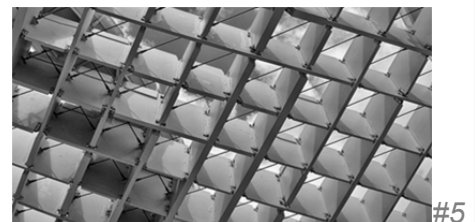
A szerkezet összességében 3400 elemből áll, elkészítéséhez 3.500 köbméter furnért használtak fel.

#4: Távlati kép. [KopJ2011]

#5: Részletfotó. {Forrás:16}



#4



#5

**„Kreod” Pavillon**, Greenwich Peninsula, London, 2013., Chun Qing Li & Pavilion Architecture

A szerkezet kis mérete (60 m<sup>2</sup>) ellenére figyelemre méltó. A kupola hexagonális hálózata, reciprok szerkesztésű. Az egyforma, „kebony” fából készült elemeiből csavarozással könnyen szerelhető.

#6: Távlati kép.

#7: Részletfotó. {Forrás:17}



#6



#7

## 2.2.8 Szalaghéj szerkezetek

Részletek a 3. fejezetben

16 [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Metropol\\_Parasol\\_de\\_la\\_Encarnaci%C3%B3n\\_-\\_Sevilla.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Metropol_Parasol_de_la_Encarnaci%C3%B3n_-_Sevilla.jpg)

17 <http://www.detail.de/architektur/news/multifunktionaler-ausstellungsraum-kreod-pavillon-020131.html>

## 3 A szalaghálók és a szalaghéj szerkezet

### 3.1 Alapfogalmak

**Szalagháló** alatt a két fő alkotóirányú, az alkotók felületén nézve párhuzamos szalagokból álló rácsot értjük.

A rombuszkialakítás szerint elhelyezett szalagok rugalmas anyagúak, és merevségük a felület síkjában lényegesen nagyobb, mint a felület síkjára merőlegesen.

Az elemek a csomópontokhoz síkcsuklóval kapcsolódnak, melyek - a nem merevített szerkezet esetében - lehetővé teszi az elemek felület síkjában történő szögelfordulását, de nem engedik meg a felület síkjára merőleges szögelfordulást, elcsavarodást és elmozdulást.

Az **elemes szalagháló** vagy **moduláris szalagháló** alkotói nem folyamatosak, hanem elemekből állnak, a **folyamatos szalaghéj** elemei folyamatos szalagokból.

Az **elemes szalaghéj szerkezet** olyan elemes szalagháló, amely sík helyzetből az elemek szögelfordulása, felület síkjára merőleges meghajlása és tengelyük körüli csavarodása révén kétszer görbült felületre alakítható. A szerkezet közvetlen előképének tekinthetők a rácshéj szerkezetek, és a lamella szerkezetek.

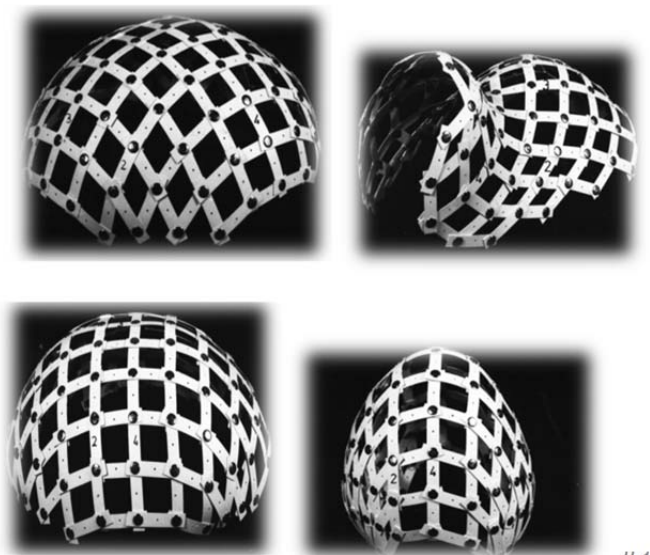
Az **elemes szalaghéj szerkezet** Országos Találmányi Hivatalban 880/86 szám alatt került 1986-ban bejelentésre . [FekZ1986B]

A találmány nemzetközi elsőbbséget az Országos Szabadalmi Hivatal szakértői véleményében elfogadta.

1987-ben a Budapesti Nemzetközi Ügyvédi Munkaközösség Szabadalmi Irodája Szakértői véleményt készített, ami az újdonságvizsgálatra is kiterjedt. A szakértői vélemény megállapította, hogy a "... bejelentés szerinti szerkezet a bejelentés elsőbbségének napját megelőzően nem volt ismert...". [DaIM1987]

#1: Az elemes szalaghéj szerkezet szabad alakíthatósága.

Ugyanazon alapháló különböző formára alakított változatai. Modellfelvételek az 1986-as szabadalmi bejelentésből.



#1

### 3.2 A szalaghálók kinematikai osztályozása

Kinematikai kód merevítés előtt:

0-202-020-000

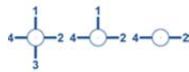
Kinematikai kód csomópontok merevítése után:

0-202-000-000

A szerkezetek részletes kinematikai modelljének ábrázolásához egységes jelrendszer került meghatározásra.



Egymást keresztező, de nem kapcsolódó folyamatos alkotójú elemek  
(1-3, 2-4)



Egymáshoz csuklósan kapcsolódó elemek (1,2,3,4)



Egymáshoz csuklósan kapcsolódó folyamatos alkotójú elemek (1-3, 2-4)



Folyamatos elemhez (1-3) csuklósan kapcsolódó elemek (4, 2)



A rácsponthoz csuklósan kapcsolódó elemek, az 1-2 alkotók sarokmerev kapcsolattal

A rácsponthoz sarokmereven kapcsolódó elemek (1,2,3,4)

A szalaghálókat alakíthatóságuknak megfelelően mozgási szabadságuk alapján célszerű tovább vizsgálni. Ez alapján az alábbi hálófajták különböztethetők meg:

- Rendezett mozgásra képes szalaghálók.
- Rendezetlen mozgásra képes szalaghálók.
- Korlátozott mozgásra képes szalaghálók.
- Mozgásra nem képes szalaghálók.

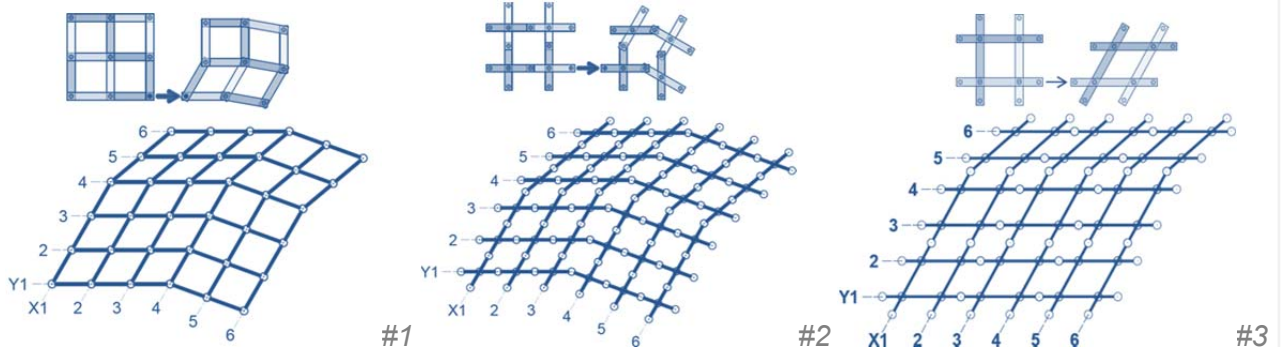
A továbbiakban a háló váza alatt a szerkezet síkba terítettnek tekintjük, elemeit mint a rácspontokat összekötő végtelenül merev rudazatot feltételezzük, a kapcsolatokat pedig súrlódásmentes síkcsuklóknak.

### 3.2.1 Rendezett mozgásra képes hálók

A váz két szomszédos, de nem egyező irányú alkotóelemét rögzítjük, majd egy ezektől független alkotóelemét síkban elmozdítjuk, úgy ez a teljes keret szimpatikus síkbeli mozgását idézi elő. Bármely további rácspont elmozdítható, és ezek is a szerkezet mozgását idézik elő.

Kétszer görbült felületté alakíthatóak.

Rendezett mozgásra képes szerkezetek



Az #1. ábrán látható szalagháló elemei csomóponttól csomópontig tartanak, ott a négy elem kapcsolata síkcsuklóval történik.

Az #2. ábrán látható szalagháló elemei mezőközepétől mezőközepéig tartanak, mezőközéken és a csomópontokban is síkcsuklóval kapcsolódnak.

Az #1. szerkezet előnye a kevesebb kapcsolati elem, a #2. szerkezet előnye, hogy mindig csak 2 elem találkozik.

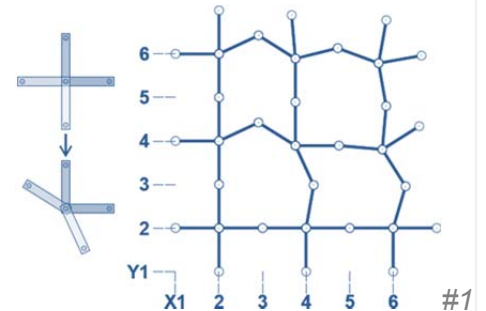
A #3. ábrán látható szalagháló elemei kettő vagy több csomóponton keresztül folyamatosak. Átmeneti kategóriát képez a rendezett mozgásra képes szalaghálók és a korlátozott mozgásra képes szalaghálók között. A csuklók által körülhatárolt mező kétszer görbült felületre már nem alakítható.

### 3.2.2 Rendezetlen mozgásra képes hálók

A háló két, egymással nem egyező irányú alkotójának minden pontját rögzítve a háló egyes elemei további mozgásra képesek.

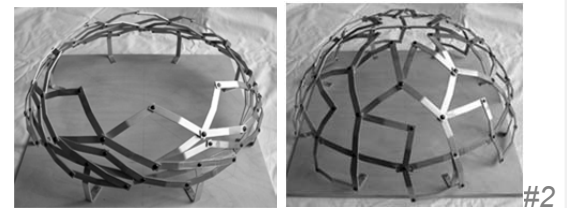
Kétszer görbült felületté alakíthatóak, de a szabad csomópontok miatt nem tekinthetők moduláris szalaghéj szerkezetnek.

#1: Rendezetlen mozgásra képes szerkezetek

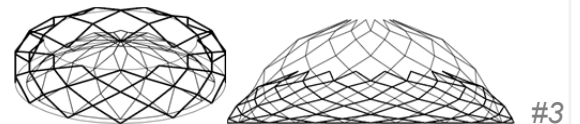


Tarnai Tibor és Kovács Flórián elsősorban vírusok modellezése kapcsán foglalkozott nagy mélységben a hálók kinematikájával, számításaival és modellezésével. Kovács F. „Gömbi és poliéderes általánosított rúdszerkezetek szimmetria-orientált mozgás- és feszültségvizsgálata” c. disszertációjában 2004-ben leírt, rendezetlen hálószerkezetű kupolája áll legközelebb a jelen dolgozat tárgyát képező, és a disszertáció szerzője által 1987-ben szabadalomra benyújtott szalaghéj szerkezetéhez.

#2: Rendezetlen mozgásra képes szerkezet modellje. [KovF2004]



#3: Rendezetlen mozgásra képes szerkezet számítógépes rajza [KovF2004]

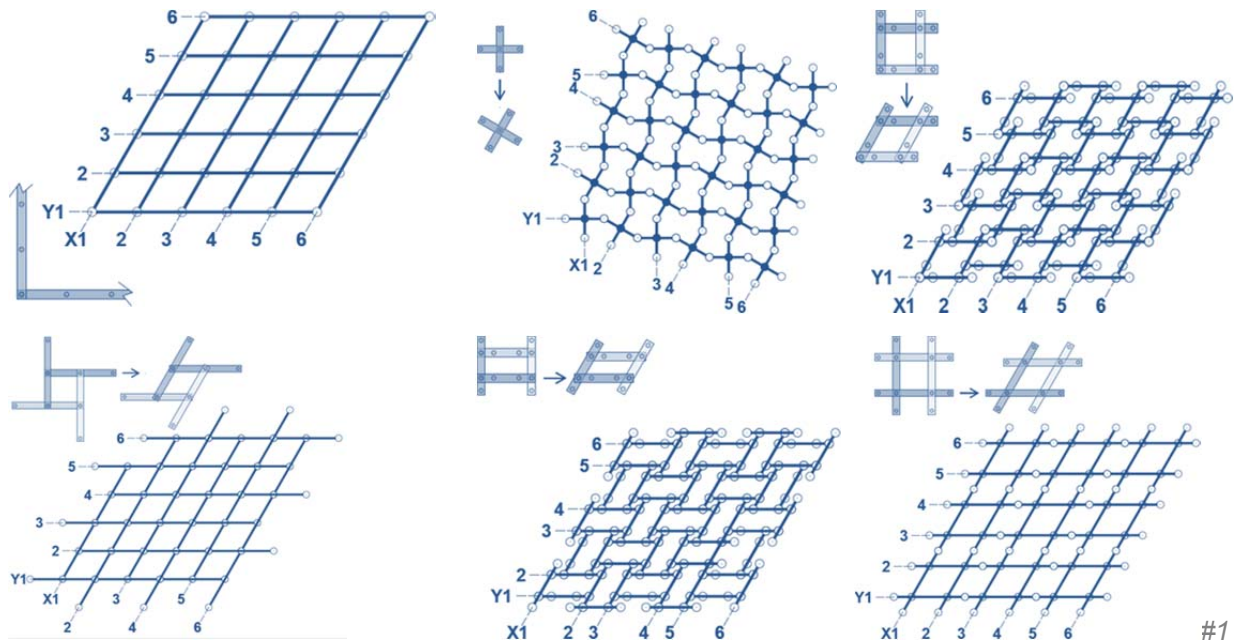


### 3.2.3 Korlátozott mozgásra képes szalaghálók

A háló vázának egy alkotóelemét rögzítve, majd egy ettől független alkotó egy rácspontját elmozdítva a teljes háló mozgása előidézhető, de ezen rácspont rögzítését követően további elmozdulás nem idézhető elő.

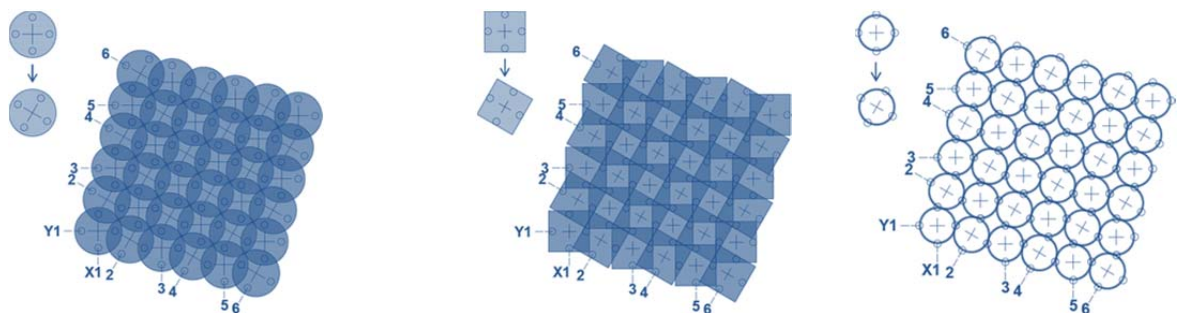
Kétszer görbült felületté nem alakíthatóak.

#1: Korlátozott mozgásra képes szerkezetek.



#1

#2: Merev alapmodulokból összeállított, korlátozott mozgásra képes szerkezetek.



#2

Leonardo da Vinci jegyzetfüzeteiben található reciprok szerkezetek – ellentétben egyes feltételezésekkel, és a lenti ábrán látható, Vesna Petresin Robert által készített számítógépes modellel – az alkotóknak a felület síkjában történő meghajlása nélkül nem alakíthatók kétszer görbült felületre. (Kis görbületek esetén a csomópontok szerelési hibái, és a felület síkjában történő hajlítással a görbe felületre illesztés megvalósítható).

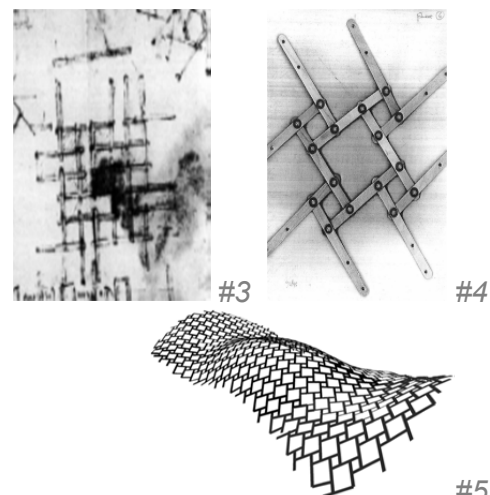
Korlátozott mozgásra képes szerkezet:

#3: Leonardo vázlata.

#4: Leonardo alapján készült modell. [VesP2008]

#5: Leonardo alapján készült számítógépes rajz.

A megvalósult szerkezetről készült fotó: >2.2.6.#6 ábrán.



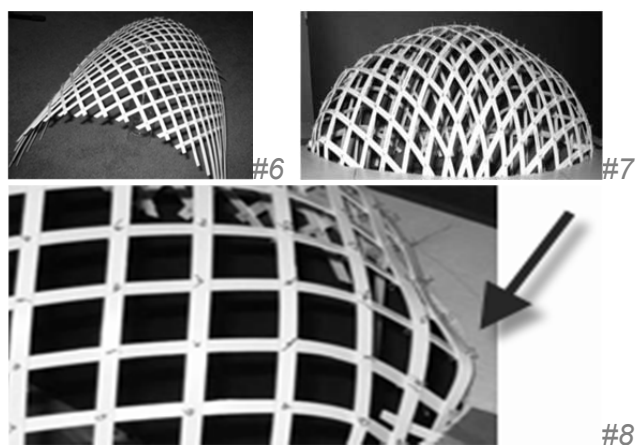
A csak korlátozott mozgásra képes szerkezetek egyszer görbült felületté alakíthatóak, de kétszer görbült felületté nem.

M.H. Toussaint disszertációjában kísérletet tett a kétszer görbült felületté alakításra, de a lapos szalagok az oldalirányú meghajlásra nem voltak képesek, ezért – a fotó kinagyításakor látható módon – az elemek megtörésével tudta csak az alakot felvenni. [TOUM07]

#6: A folyamatos szalaghéj egyszer görbült donga felületté alakítva.

#7: A folyamatos szalaghéj kétszer görbült felületté alakítva.

#8: Az alkotók megtörése.

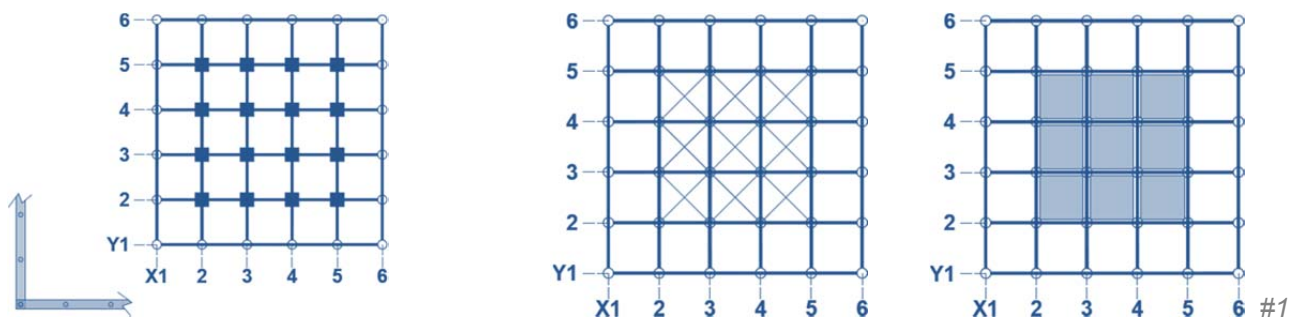


### 3.2.4 Mozgásra nem képes szalaghálók

A háló két tetszőleges rácspontját rögzítve a szerkezet további mozgásra nem képes. A merevített szalaghéj is ebbe a csoportba tartozik.

Kétszer görbült felületté nem alakíthatóak.

#1: Mozgásra nem képes szerkezetek

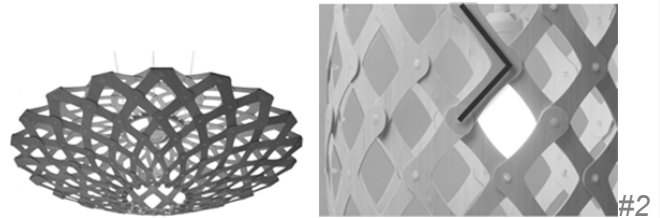




A „David Trubridge Ltd” Új-zélandi vállalkozás által gyártott lámpaernyő a szalaghéjhoz hasonló geometriájú, azonban csak monolitikusan építhető, mozgásra nem képes szerkezet.

A lámpaernyők anyaga jellemzően bambusz lemez, ill. rétegelt fenyő.

#2: Lámpaernyő fotója és részlete egy elem megjelölésével. {Forrás: 18}



### 3.3 Szalaghálók formájának meghatározása

A szalaghéjak alakja az alábbiak szerint kerülhetnek meghatározásra:

- Zárt függvényalakban megadva .
- Kontrollpontokkal megadott szabad felületként (jellemzően NURBS felülettel).
- Statikai feltételek alapján, jellemzően hártárfelületként definiálva.
- Modellből mért pontok alapján.

#### 3.3.1 A forma meghatározása zárt függvényalakban

Az ilyen módon definiált felületeken a rácsháló közvetlenül számítható, vagy számított diszkrét függvényértékeire közvetett módon is illeszthető rácsháló.

Zárt függvényalakban definiálható felületek közül a szalagháló megvalósítása szempontjából jelentőséggel bíró speciális felületcsaládok:

- Forgásfelületek.
- Transzlációs felületek.
- Konoidok.

##### 3.3.1.1 Forgásfelületek

Származtatás: tetszés szerinti  $G(x,y)$  síkgörbének (meridiánnak) a vele egy síkban fekvő  $T(x,y)$  tengely körüli forgatása révén keletkező felület.

##### A forgásfelületek osztályozása

- **I - Parabolikus forgásfelületek:**  
A  $G(x,y)$  meridián görbülete végtelen, azaz  $g(x,y)$  egyenes. Példa: kúp, hengerhéj.
- **II - Hiperbolikus (antiklasztikus) forgásfelületek:**  
A  $G(x,y)$  meridián görbületi középpontja a felület minden pontja esetében a felületi normálisnak a fogástengely felőli oldalán helyezkedik el. Példa: hiperbolikus hiperboloid.
- **III - Elliptikus (szinklasztikus) forgásfelületek:**  
A  $G(x,y)$  meridián görbületi középpontja a felület minden pontja esetében a felületi normálisnak a fogástengellyel ellentétes oldalán helyezkedik el. Példa: paraboloid, ellipszoid.
- **IV - Vegyes forgásfelületek:**  
A  $G(x,y)$  meridián görbületi középpontja a felület egyes pontjainak esetében a felületi normálisnak a fogástengely mindkét oldalán helyezkedik el. Példa: tórusz.

A felületek egy része egyszerre több kategóriába is sorolható. Így a hiperbolikus paraboloid egyszerre tekinthető transzlációs és konoid, a másodfokú paraboloid transzlációs és forgásfelületnek.

Részletek a → [Melléklet M 3.3.1.1](#) pontja alatt

18 <http://www.davidtrubridge.com/>

A vizsgált forgásfelületek:

- Másodfokú parabola vezérgörbéjű forgáshéj.
- Negyedfokú parabola vezérgörbéjű forgáshéj.
- Másodfokú reciprok parabola vezérgörbéjű forgáshéj.
- Ellipszis vezérgörbéjű forgáshéj.
- Szinusz vezérgörbéjű forgáshéj forgásfelület.
- Függőleges tengelyű kúphéj forgásfelület.

#1: Másodfokú affin forgásparaboloid héj elől és felülnézeti valamint perspektivikus rajza.

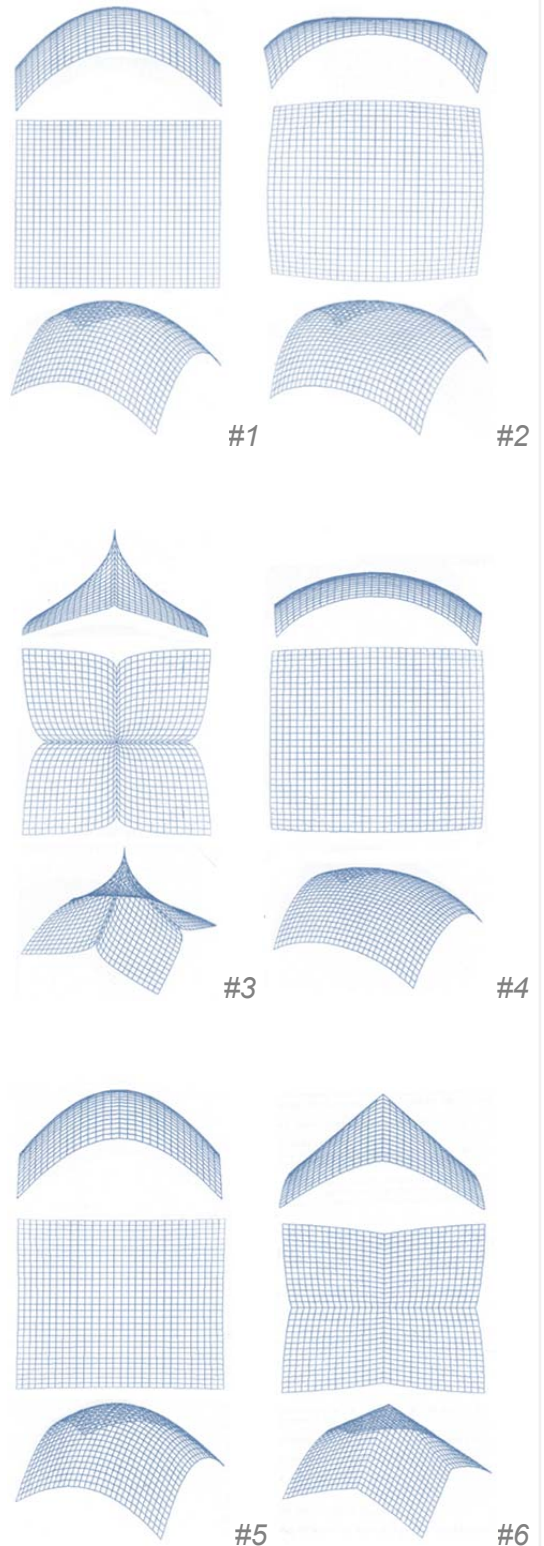
#2: Negyedfokú affin forgásparaboloid héj elől- és felülnézeti valamint perspektivikus rajza.

#3: Másodfokú reciprok forgásparaboloid héj elől- és felülnézeti, valamint perspektivikus rajza.

#4: Ellipszoid héj elől- és felülnézeti, valamint perspektivikus rajza.

#5: Affin szinusz-forgáshéj elől- és felülnézeti valamint perspektivikus rajza.

#6: Függőleges tengelyű affin kúphéj forgásfelület elől- és felülnézeti valamint perspektivikus rajza.



### 3.3.1.2 Transzlációs felületek

Származtatás: tetszés szerinti  $G(x,y)$  síkgörbe mentén párhuzamosan mozgatott  $H(x,y)$  síkgörbe révén leírható felület.

## A translációs felületek osztályozása

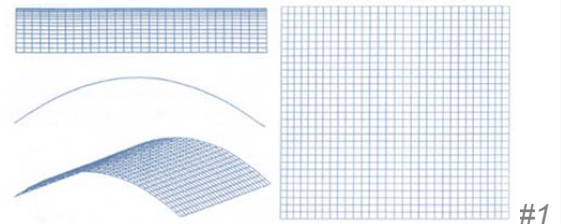
- **I - Parabolikus translációs felületek:**  
A  $H(x,y)$  vagy  $G(x,y)$  görbülete végtelen, azaz  $G(x,y)$  egyenes. Példa: hengerfelület, dongafelület.
- **II - Hiperbolikus (antiklasztikus) translációs felületek:**  
A  $H(x,y)$  és  $G(x,y)$  görbülete a felület minden pontjában ellentétes előjelű. Példa: hiperbolikus paraboloid felület.
- **III - Elliptikus (szinklasztikus) translációs felületek:**  
A  $H(x,y)$  és  $G(x,y)$  görbülete a felület minden pontjában meg egyező előjelű. Példa: elliptikus paraboloid felület.
- **IV - Vegyes translációs felületek:**  
A  $H(x,y)$  vagy  $G(x,y)$  görbületének előjele a felület egyes pontjaiban megegyező, egyes pontjaiban ellentétes. Példa: szinusz görbén vezetett szinusz görbe által leírt felület.

Részletek a →Melléklet M 3.3.1.2 pontja alatt

Vizsgált translációs felületek:

- Másodfokú parabola vezérgörbájű dongafelület, fekvő.
- Ellipszis vezérgörbájű dongafelület, fekvő.
- Hiperbolikus paraboloid felület.

#1: Másodfokú parabola vezérgörbájű vízszintes tengelyű dongafelület elől-, oldal-, és felülnézeti valamint perspektivikus rajza.



### 3.3.1.3 Konoid felületek

Származtatás: egy egyenest valamely síkkal párhuzamosan oly módon mozgatunk, hogy egyik pontja  $E(x,y)$  egyenesen,  $m$  sík pontja  $G(x,y)$  síkgörbén helyezkedik el.

A konoidok döntően hiperbolikus felületek, kivételt csak a konoid héjak gerincvonalának parabolikus pontjai jelentenek.

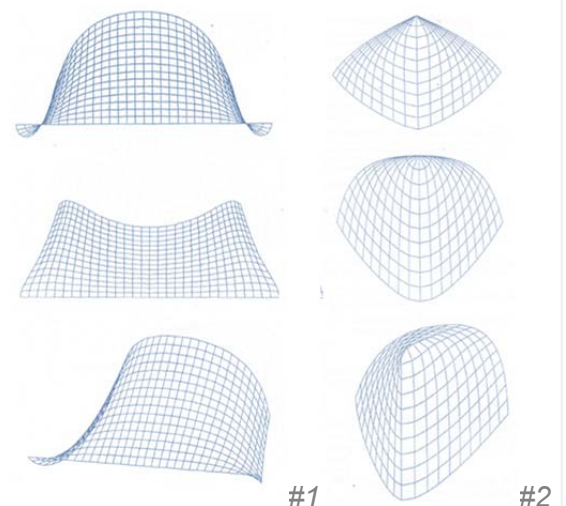
Részletek a →Melléklet M3.3.1.3 pontja alatt

A vizsgált konoid felületek:

- Paraboloid vezérgörbájű konoid felület, fekvő
- Paraboloid vezérgörbájű konoid felület, álló

#1: Másodfokú parabola vezérgörbájű, vízszintes vezéregyenesű konoid felület elől- és felülnézeti, valamint perspektivikus rajza.

#2: Másodfokú parabola vezérgörbájű függőleges vezéregyenesű konoid felület elől- és felülnézeti, valamint perspektivikus rajza.



### 3.3.2 A forma meghatározása kontrollpontokkal

A kontrollpontokkal meghatározott, szabad formájú felületek modellezésére felhasznált eljárások kidolgozása a 60-as években, a gépkocsi karosszériaelemeinek tervezésében kezdődött, ma a formatervezés területén általánosan használt, a számítógépes grafika és geometria önálló területévé vált, hatalmas szakirodalommal.

A felület meghatározása támpontok (kontrollpontok, kontrollháló) megadásával történik.

A leggyakrabban használt felületközelítő eljárás: Bézier, B-Spline NURBS (nonuniform rational B-Spline).

Ezek az alábbi lényeges pontokban különböznek egymástól:

- A felületet leíró függvény jellegében és fokszámában.
- Annak előírásában, hogy a felület a kontrollpontokat, vagy azok egy részét tartalmazza-e, vagy csak közelítse.
- A kontrollpontok milyen környezetben befolyásolják a felület alakját (lokális vagy globális hatás).

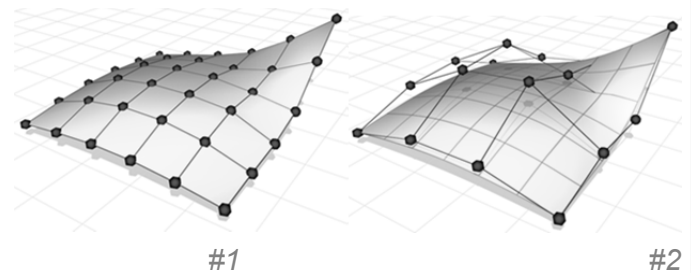
A fentieknek megfelelően a támpontokat a súlyfüggvényekkel generált felület – általában a végpontok kivételével - nem feltétlenül tartalmazza.

A látszólagos hasonlóság ellenére a generált felület nem rombuszháló – a rácspontok távolságai a felületen nem egyezők -, de a további számítások alapját képezhetik.

A szabad formájú felületek előállítására a 3D-s CAD programokkal (pl.: Autodesk Revit, Autodesk 3DS MAX, Autodesk Maya, Rhino, stb.) minden felhasználó számára elérhetővé vált.

#1: A kontrollpontokat tartalmazó NURBS felület.

#2: A kontrollpontokat csak közelítő NURBS felület. {Forrás: 19}



### 3.3.3 A forma meghatározása statikai szempontok alapján

Héjak esetén (így a tárgyalt szalaghéjak esetében is) az alak meghatározásában a statikai szempontok figyelembe vétele alapvető fontosságú.

A hég, mint fogalom nem egyértelmű, mert több jelentéssel bír. Egyrészt vonatkozik általánosságban a vékonyfalú térbeli szerkezetekre, a végelem programokban – mint a későbbi fejezetben használt SOFiSTiK programban -, a héjelem saját síkjában tárcsaként, síkjára merőlegesen hajlított lemezként működő felületelem, de a membránokat, hártákat, kötél felületszerkezeteket is említ a szakirodalom hégként.

A következőkben az alábbi meghatározásokat használom:

- Hajlított hég: Hég.
- Hajlításmentes hég: Membrán – Ponyva – Sátor.
- Nyírás és hajlításmentes hég: Hártya – Kötélháló.

A **hártyaszerkezetek** előnyei nyilvánvalók:

- Hajlításmentes szerkezetek.
- A normálfeszültség vízszintes vetülete állandó, így (kis lejtések esetén) a szerkezetben fellépő tényleges feszültség nagysága viszonylag szűk határok között változik.
- Változatos peremre változatos formában szerkeszthető.
- A hártyaszerkezetek és a túlnyomás alatt álló lapos hártyák differenciálegyenlete hasonló, ezért modellezésük egyszerű - nagyobb görbület esetén a felületre mindenütt merőlegesen terhelt hártyák és a függőlegesen terhelt hártyaszerkezetek alakja eltér.

Az előnyök mellett a hártyaszerkezetekkel kapcsolatos problémák is egyértelműek:

- Sok szerkezet esetében a nyírásmentességi kritérium nem egyértelmű, emiatt például a sátor-szerkezetek a szakirodalom egy része nyírásmentesnek, ugyanakkor a legnagyobb sátorgyártók (pl.: Győr, Graboplan) egyértelműen nyírt szerkezetnek tekintik. Nyilvánvaló módon a felhasznált anyag ezt determinálja.
- A hártyaszerkezetek és a kötél-szerkezetek a terheléseket nagyfokú alakváltoztatással tudják felvenni.
- A hártyaszerkezetek alakja a feltételezett terhelésnek függvénye, ettől eltérő terhek esetén a szerkezetben az állandó nyomó/húzó erőn kívül más igénybevételek is meg kívánnak jelenni.

A hártyaszerkezetek középfelületének meghatározása Pelikán J. által kidolgozott differenciámódszer, az ún. relaxációs módszer alkalmazásával történt, mely különösen alkalmas számítógépes megvalósításra. [PelJ1959A] [PelJ1959B] [PelJ1971]

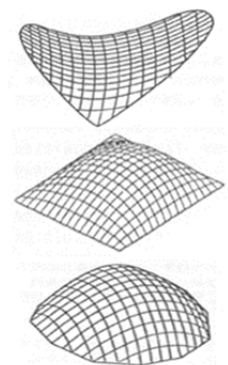
Az eljárás szerint a hártya középfelületét egymáshoz csuklókkal kapcsolódó elemekre bontjuk, majd az elemek vízszintes vetületi méretét állandónak tekintve a csuklók magasságát változtatva keressük a csomópontok egyensúlyi helyzetét. A relaxációs módszer alkalmazása tetszőleges alaprajzi hálózat és teherelosztás esetén lehetséges.

A **kötél-szerkezet** alakjának, igénybevételeinek, és alakváltozásának meghatározása például Kolár Lajos és Szabó János munkáiban található meg. [SzaJ1974]

Függesztett kötél-szerkezetek numerikus számítására Alexander Frederic Walser nyújtott be a Stuttgarter Egyetemen elemző diplomamunkát [WeiM2010]

A **moduláris szalagtartó** szerkezet **kiindulási formájaként** hártyaszerkezet felvétele kedvező:

- A csomópontokban a fő terhelések esetén nyomaték nem hat.
- Húzott, nyomott, húzott-nyomott kialakításban is építhető.
- Hiperbolikus paraboloid alkalmazása esetén - a húzott kötél-szerkezetekkel ellentétben - mindkét irányú rudak részt vesznek a teherviselésben.
- Többletterhelésekre a szerkezet héjként viselkedve kis alakváltozással a nyírás felvételével reagál.
- Előzetes feszítésre nincsen szükség.



Mindemellett fontos, a membrán erőjáték megvalósíthatóságának szempontjából a perem olyan kialakítása, hogy az a vízszintes erőket fel tudja venni - gyűrű, vonóvas, tárcsa, stb.

#1: Hártyafelületek néhány jellegzetes alapformája.

### 3.3.4 A forma meghatározása mért ponthalmaz alapján

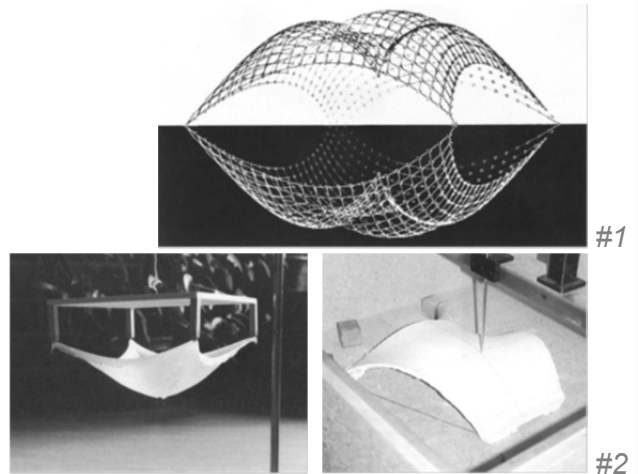
A modellezés héjak esetében gyakori eljárás a forma meghatározására.

Frei Otto az alakot általában függesztett kötél vagy lánc hálóval határozta meg, ezek alakja szolgált a héjak alapformájaként, de lécmo-  
dellek is készültek a szerkezetekhez.

A NyME Építészeti Tanszékén a rácshéjak alakja lécmo-  
dell alapján került meghatározásra.

#1: Rácshéj szerkezet és függesztett kötélháló modellje a stuttgarteri Könnyűszerkezetek Intézetében. [WeIM2010]

#2: Héjszerkezet függesztett modellje és a gipszminta koordinátáinak mérése Heinz Isler irodájában. [WeIM2010]



### 3.3.5 A felület kiterjedésének korlátozása

A forma meghatározásához tartozik a felület kiterjedésének korlátozása, ami meghatározza a peremek helyzetét, másrészt meghatározhatja a felületen található kivágásokat, nyílásokat.

A szerkezet kiterjedésének korlátozása történhet:

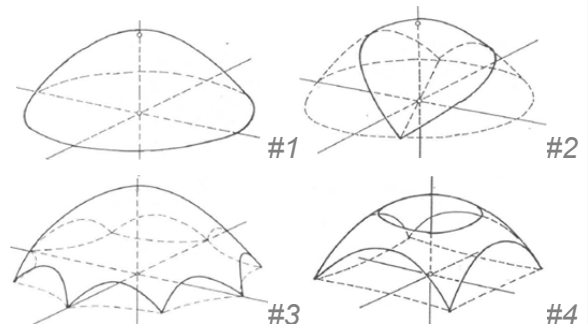
- Az alkotók számának korlátozásával.  
Ez esetben a perem mentén is egész elem található, viszont a perem jellemzően térgörbe.
- Tetszőleges határoló felületekkel, célszerűen határoló síkokkal.

#1: Lehatárolás alsó vízszintes síkkal.

#2: Lehatárolás 2 ferde síkkal.

#3: Lehatárolás 8 ferde síkkal.

#4: Lehatárolás 4 függőleges és 1 vízszintes síkkal.



### 3.3.5 Összetett szalaghéj felületek

Az egyszerű geometriájú felületek (forgástestek, translációs felületek, stb.) addíciójával kis számítású munkával generálhatóak összetett felületek.

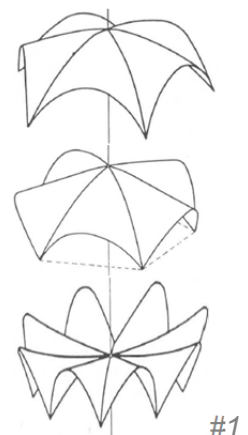
Ennek legegyszerűbb megvalósítása a részfelületek addíciójával történhet.

A felületek addíciójának célja nem csak esztétikai vagy funkcionális, hanem statikai is, a görbületek növekedése növeli a héj stabilitását.

Ilyenkor az alkotóelemek folytonossága és törésmentessége csak kivételes esetekben biztosítható, általában kiegészítő szerkezet, alátámasztó tartógerenda beépítése szükséges.

A szalaghéjak addíciójának másik lehetősége, amikor a részfelületek között átmeneti felületek kerülnek beépítésre.

#1: Összetett felületek létrehozása héjelemek addíciójával.



### 3.3.7 A forma meghatározása a gyakorlatban

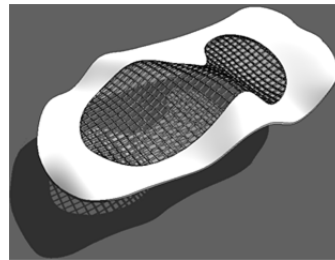
A gyakorlatban a szalaghéj formájának meghatározása a fenti módszerek kombinált használatával történik.

Egyszerű formák igénye, illetve a numerikus számítások ellenőrzése céljából a zárt függvényalakban történő modellezés előnyös, itt analitikusan lehet számítani a rácspontokat és az elemek önfeszültségét.

Nagy feszítávolságok esetében, illetve amikor a statikai szempontok meghatározóak, akkor a hártya kiinduló alak számítása alapján készített függesztett kötélnáló- és kicsinyített makettekén végzett mérések figyelembevétele célszerű. Összetett felület esetén a kapott pontokat NURBS felületekkel lehet kiegyenlíteni, majd a végeredményként kapott ponthalmazra a tényleges hálópontokat számítani.

Amikor a forma a döntő, akkor a kívánt felületet CAD programban, NURBS felülettel célszerű előállítani, igény esetén 3D nyomtatóval a makettet előállítani, majd a ponthalmazra a tényleges hálópontokat számítani.

#3: CAD programokban előállított NURBS felület. {Forrás:20}



#3

#4: NURBS felület 3D nyomtatási eredménye. {Forrás: 21}



#4

## 3.4 Hálópontok generálása

### 3.4.1 Hálópontok generálásának módszere

A szalaghéj szerkezetek geometriai vizsgálatához és ábrázolásához nagyszámú sík- és térgeometriai függvény és eljárás kidolgozása vált szükségessé. Ennek, saját grafikus nyelvvél, ez a **Geometrie und Grafik** [FekZ1990B] (**Grafische toepassingen** [FekZ1990C]) részletes ismertetésre került.

#### 3.4.1.1 Geometriai alapfogalmak jelölések

Részletek a →Melléklet M 3.4.1.1 pontja alatt

#### 3.4.1.2 A rácspontok számítása

A szalaghéjat geometriailag meghatározottnak tekinthetjük, amennyiben a diszkrét rácspontok térbeli helyzetét ismerjük. A rácspont koordinátákat a felület alakja, a ráctávolság, és a vezérgörbék helyzete egyértelműen meghatározza.

A háló kiterjedését az egyes alkotókon található rácspontok száma, vagy határoló felületek korlátozhatják.

A szalaghéj hálópontjainak generálására több módszer került kidolgozásra, de alapvetően a számítási lépések megegyeznek, és az alábbi lépésekből állnak:

- Az I és J irányú vezérfelületek megadása:  
A hálószerkezet alkotóinak irányát adják meg, tetszőleges, a héjfelületeket metsző felületek lehetnek.  
Célszerű a vezérfelületeket vezérsíkként megadni, tovább egyszerűsíti a problémát, ha ezek függőleges síkok. A gyakorlatban a legegyszerűbb és leggyakoribb eset a két egymásra merőleges, függőleges sík kijelölése.

20 <http://autodesk-revit.blogspot.hu/2011/08/revit-2012-massing-voids.html>

21 <http://www.3ders.org/articles/20120211-3d-printed-bowl.html>

- Vezérpont számítása a két vezérfelület és a héjfelület metszéspontjaként:  
Megadja a hálószerkezet alkotóirányait megadó hálóelemek metszéspontját, a rácspont számítás origóját
- Az I és J irányú vezérgörbén elhelyezkedő rácspontok számítása:  
A vezérgörbén rácstávolságra lévő pontok számítása. Első közelítésben a vezérgörbe és rácstávolság sugarú gömb metszéspontja.
- A felületen elhelyezkedő általános helyzetű rácspontok számítása a szomszédos pontokra írt, rácstávolság gömbök és a felület metszéspontjaként.  
A felület alatt értve vagy a tényleges héjfelületet, vagy az azt valamilyen eljárással közelítő felületet.
- Perempontok számítása az alkotóelemek és a határoló felületek (általában síkok) metszéspontjaként

### 3.4.1.3 A rácstávolság

A szalaghéj rácstávolságát a szerkezet erőjátéka és az elemek szilárdsági tulajdonságai határozzák meg, de épületszerkezeti megfontolások is befolyásolják.

A szalaghéj hálózata alapesetben egy négyzet vagy téglalap kiosztású háló, de tetszőleges távolságban elhelyezett, 2 irányban párhuzamos rombuszháló is kielégíti a rendezett mozgásra vonatkozó kinematikai feltételeket.

### 3.4.1.4 Az elméleti rácstávolság és a tényleges elemhosszúság eltérése

A szalaghéj alkotóelemei görbe vonalúak, így azok tényleges hossza és a rácspontok térbeli távolsága kis mértékben, de eltérő. A felületi rácspontok számításánál ez a hiba tetszőleges határig csökkenthető.

A számítási lehetőségek:

- A felületen mért tényleges ívhossz csak speciális felületek (például gömb) esetében számítható közvetlenül, így általános esetben nem használható.
- A felület alakját közelítő polinom vagy spline segítségével, ez esetben az ívhossz numerikus integrálással meghatározható.
- A rácspontokat összekötő egyenes szakaszok segítségével.  
A számítás rendkívül egyszerű, hiszen az egyes rácspontok két gömb és a felület metszéspontjaként határozhatóak meg.  
A módszer a felület alakjától és a rácstávolságtól függően kis méretű pontatlanságot hordoz magában, egyszerű eszközökkel tetszőleges hibahatárig csökkenthető:
  - Virtuális közbenső rácspontok felvételével, így az elemhossz csökkentésével.
  - Iterációval: a számított rácspontokra illesztett közelítő görbék hosszának számításával, majd ennek megfelelően a metszőgömbök sugarának fokozatos módosításával.

A szalaghéj pontjainak számítására a következőkben ismertetett módszerek kerültek kidolgozásra.

## 3.4.2 Zárt függvényalakban megadott felületekre történő illesztés

Ebben az esetben a felület egyenlete, valamint  $x$  és  $y$  szerinti deriváltjai ismertek.

Ez esetben a rácspontok egy nemlineáris egyenletrendszer megoldásával közvetlenül számíthatók

→ [Melléklet M 3.4.2](#) pontja alatt



Amennyiben ismert a felületet leíró függvény, úgy egy diszkrét ponthalmaz közvetlenül számítható. Ennél az eljárásnál a függvény deriváltjainak ismerete nem szükséges

A pontok előállítása a legcélszerűbb koordináta-rendszerben lehetséges, általában merőleges koordináta-rendszerben (pl.: translációs felületek, konoidok, hiperbolikus paraboloidok), vagy gömb koordináta-rendszerben (pl.: gömb, forgásfelületek), vagy henger koordináta-rendszerben (pl.: donga)

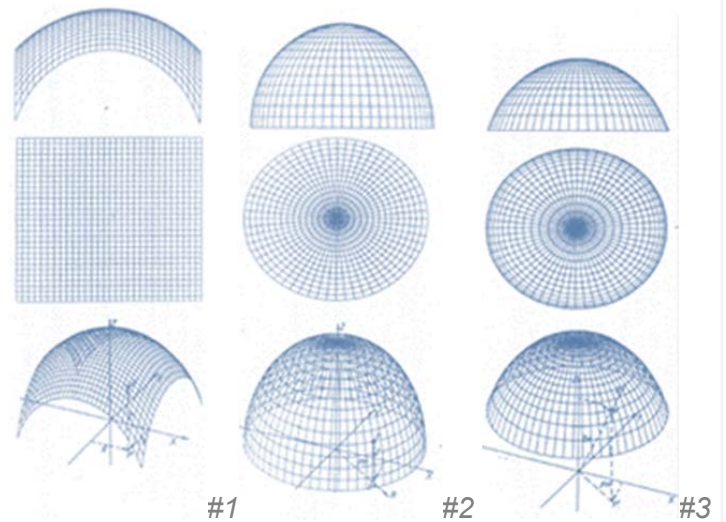
Jellegzetes rácshálózat ellipszoid héj

#1: merőleges koordináta-rendszer,

#2: henger koordináta-rendszer,

#3: gömb koordináta-rendszer

esetében.



### 3.4.3 Hálóillesztés zárt függvényalakban definiált felületre hibafelület minimumhelyének keresésével

Ez esetben a felület függvénye ismert, a rácspont a felületen mozgatott ponttal, a hiba minimumhelyének keresésével közelíthető

→ Melléklet M 3.4.3 pontja alatt.

### 3.4.4 Hálóillesztés diszkrét pontjaival megadott felületre

Általánosan használható eljárás, a felület egyenletét nem ismerjük, csak a felületen elhelyezkedő diszkrét pontokat.

A hálóillesztés a zárt függvényalakban definiált felületekkel azonos módokon történik, de az  $Fz$  függvényt adott  $P_0$  pontban a  $P_0$  pont környezetében fekvő ismert helyzetű pontokra illesztett közelítő felülettel helyettesítjük. A felület egyenlete általános esetben minden egyes rácsmezőben más.

A programban kidolgozott eljárás minden egyes rácsmező négy határoló pontjához ( $P_1, P_2, P_3, P_4$ ) egy átlagoló középpontot ( $P_5$ ) rendel, majd így az általános térbeli torznégyszöget négy háromszögre osztva az ezekre illesztett sík háromszöglapokkal helyettesíti.

Bár ez a választott eljárás pontatlan, hiszen a sík felületek a pontokra illeszkedés mellett csak a folytonosság kritériumát elégíti ki, de a felület törésmentességét nem, a pontatlanság mértéke az alaphálózat finomításával csökkenthető, ugyanakkor a számítás sebessége viszonylag nagy. Fokozott pontossági igény esetén a modul spline felületet illesztő eljárással lehet helyettesíteni.

#### 3.4.4.1 $V_p$ vezérpont számítása

A  $V_{si}$  és  $V_{sj}$  vezérsíkok ismeretében ezek metsző egyenese a  $V_e$  vezéregyenes számítható, ennek a diszkrét ponthalmazra feszített háromszög osztású rácsozattal való metszéspontja határozza meg a vezérpont helyét.

A számítás során az egyes térbeli háromszögekre illesztett síkok és a vezéregyenes dőfspontjának meghatározása után a rácshálóval való valóságos dőfspont kritériuma, hogy a számított dőfspont a síkot kifeszítő térbeli háromszög határoló szakaszain belül legyen.

### 3.4.4.2 Vezérgörbe pontjainak számítása

#### I irányú vezérgörbe számítása:

A héjfelületet leíró  $S$  diszkrét ponthalmaz, a  $V_{si}$  vezérsík, valamint az  $I$  irányú vezérgörbe  $P_1 = P_{[i-1,j]}$  rácspontnak ismeretében a vezérgörbe további  $P = P_{[i,j]}$  rácspontja a  $V_{si}$  sík és a  $P_1$  középpontú,  $R$  ráctávolság sugarú  $G_1$  gömb  $K_1$  metszéspontja és az  $S$  diszkrét ponthalmazra feszített háromszög osztású rácsozat metszéspontjaként kerül meghatározásra.

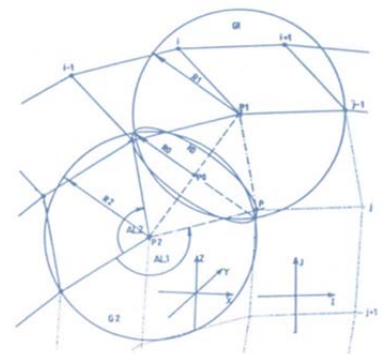
A  $K_1$  körnek a ponthalmazra illesztett rácsozattal általános helyzetben két valóságos metszéspontja adódik,  $P_{[i,j]}$  annak az értékét veszi fel, amelyik esetében a létrejövő új alkotó az  $I$  irányú előző alkotóval nagyobb szöget zár be, azaz kisebb töréssel csatlakozik.

**J irányú vezérgörbe** esetében értelemszerűen az  $I$  alkotóirány helyett  $J$ , a  $V_{si}$  vezérsík helyett  $V_{sj}$ ,  $P_1 = P_{[i-1,j]}$  rácspont helyett  $P_2 = P_{[i,j-1]}$ ,  $G_1$  gömb helyett  $G_2$ ,  $K_1$  kör helyett  $K_2$  értendő.

### 3.4.4.3 Általános helyzetű rácspont számítása

A héjfelületet leíró  $S$  diszkrét ponthalmaz, valamint a keresett  $P = P_{[i,j]}$ -vel  $I$  és  $J$  irányban szomszédos  $P_1 = P_{[i-1,j]}$  és  $P_2 = P_{[i,j-1]}$  rácspontok ismeretében a szalaghéj további  $P$  rácspontja a  $P_1$  középpontú,  $R$  ráctávolság sugarú  $G_1$  gömb és a  $P_2$  középpontú,  $R$  ráctávolság sugarú  $G_2$  gömb  $K_0$  metszéspontja és az  $S$  diszkrét ponthalmazra feszített háromszög osztású rácsozat metszéspontjaként kerül meghatározásra. A  $K_0$  körnek a ponthalmazra illesztett rácsozattal általános helyzetben ismét két valóságos metszéspontja adódik,  $P_{[i,j]}$  annak az értékét veszi fel, amelyik esetében a létrejövő új alkotó az  $I$  vagy  $J$  irányú előző alkotóval nagyobb szöget zár be. (A11 A12)

#1 Általános helyzetű rácspont számítási elve.

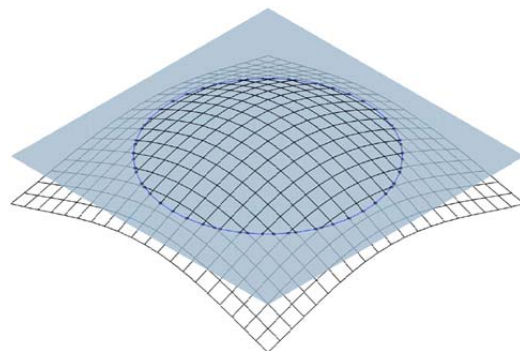


#1

### 3.4.5 Perempontok és peremelemek számítása

Amennyiben a szalaghéj felületének határolása nem az alkotók számával, hanem határoló felületekkel történik, a peremgörbék a héj felület és a határoló felületek metszéseként számíthatók.

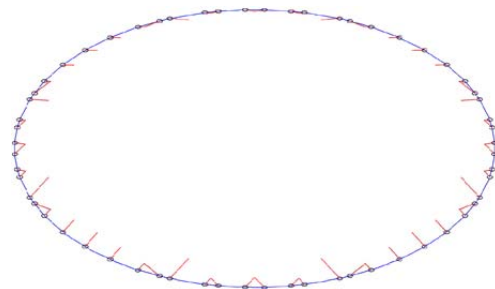
#1: A teljes számított héj, és a határoló felület (vágósík) ábrázolása.



#1

A rácspontok és az egész alkotó elemek számítása mellett a perempontok számítása is szükséges az alkotók és a határoló felületek metszéspontjaként.

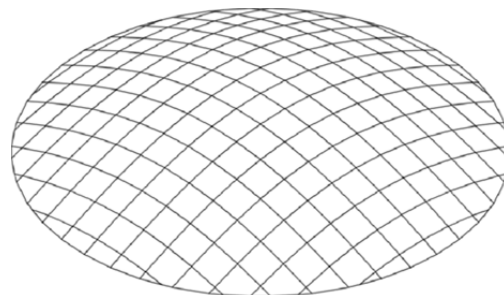
#2: Peremgerenda, perempontok és az elmetszett peremelemek ábrázolása.



#2

A teljes szalaghéj az egész elemek és a peremelemek addíciójaként áll elő.

#3: Az egyesített teljes szalaghéj a peremgerendával.



#3

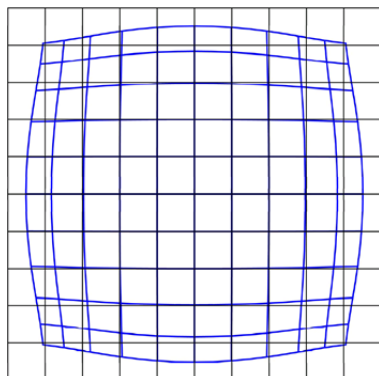
### 3.4.6 Számítási eredmények, következtetések

A számítások során megállapítást nyert, hogy – egyedüli módon a kétszer görbült felületek között – a 2.fokú forgásparaboloidra szerkesztett rácsháló hálózatának alaprajzi vetülete egyenes seregből áll.

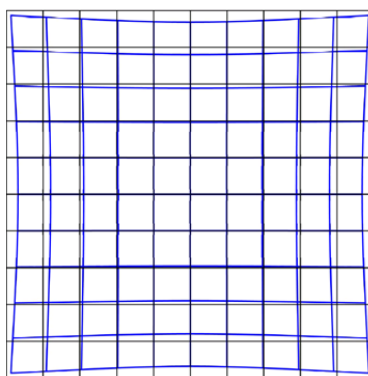
#1: Forgás-szinuszra szerkesztett rácsháló alaprajzi nézete és kiterített rajza.

#2: 4.rendű forgás-paraboloidra szerkesztett rácsháló alaprajzi nézete és kiterített rajza.

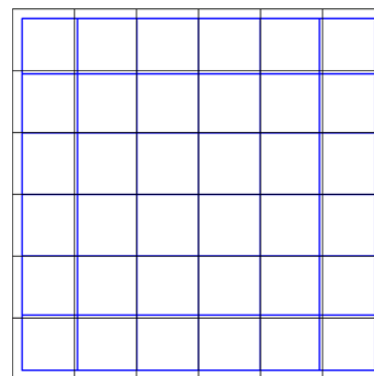
#3: 2.rendű forgás-paraboloidra szerkesztett rácsháló alaprajzi nézete és kiterített rajza.



#1



#2



#3

A fentiek következményeképpen a 2.fokú forgásparaboloid esetén egy rendkívül egyszerű szerkesztési lehetőség adódik: a paraboloid alakját leíró függvény ismeretében két függőleges, egymással szöglet bezáró síkkal kimetesszük a vezérgörbét, majd a vezérgörbéken kijelöljük a rács-távolságnak megfelelően a rácsponthelyeket.

Ezen rácsponthelyeket visszavetítve az alapsíkra rajzolunk egy párhuzamos egyenesekből álló hálózatot, ami a térbeli hálózat alaprajzi vetülete lesz. A metszéspontokat visszavetítve a paraboloidra, eredményül kapjuk a háló térbeli helyzetét, ahol a rácsponthelyek alkotóirányú távolságai egyezők lesznek.

## 3.5 Szalaghálók alkotóelemeinek görbületi viszonyai

### 3.5.1 A számítás célja

A szalaghéj - hasonlóan a rácshéjhoz - egyenes alkotóelemekből készül, a végleges alakot az elemek hajlítása és csavarása révén éri el, ennek következménye a sajátfeszültség kialakulása. A sajátfeszültségek számításához szükséges az alkotóelemek görbületi viszonyainak számítása. A görbületi viszonyokból, valamint az alkotók keresztmetszeti adataiból és anyagjellemzőiből a feszültségi értékek meghatározhatóak.

### 3.5.2 A számítás módszere

#### Analitikus eljárás

Függvényalakban adott felületek esetében, amennyiben a parciális deriváltak ismertek, a görbületi viszonyok analitikus úton is számíthatóak, ez azonban általános felületek esetében nem alkalmazható.

#### Numerikus eljárás

A felületre alakításkor fellépő sajátfeszültség számítására egy általános numerikus eljárás lett kidolgozva, a rácsponthelyek koordinátáinak elemzése alapján történik az elemek meghajlásának és csavarodásának a számítása.

A sajátfeszültségek számítása csak közelítően szükséges, hiszen a lassú alakváltozások miatt ezek az értékek csak a felületre alakításkor lépnek fel, ezt követően a feszültségek folyamatosan csökkennek, de iterációval az eredmény tetszőlegesen pontosítható.

A számítás során két rácsponthely közötti adott alkotószakasz – a továbbiakban elem – görbületi és csavarodásai az elem végpontjainak és a környező rácsponthelyek geometriai elemzése alapján kerül számításra.

A numerikus számítás pontosságát befolyásolja:

- A vizsgált környezet kiterjedése, a síkok és vektorok számításához figyelembe vett pontok száma.
- A pontokra illesztett görbe fajtája, mely alapján illeszkedő egyenessel történő lineáris közelítésről, kvadratikusan lokális interpoláló polinommal történő, vagy spline függvénnyel történő közelítésről beszélhetünk.

A pontosabb közelítés nem jelent lényegesen több számítási munkát, de az eredmények minimális eltérést mutatnak kis görbületű héjak esetében, sőt, az analitikusan számított eredményektől is csak minimális mértékben térnek el.

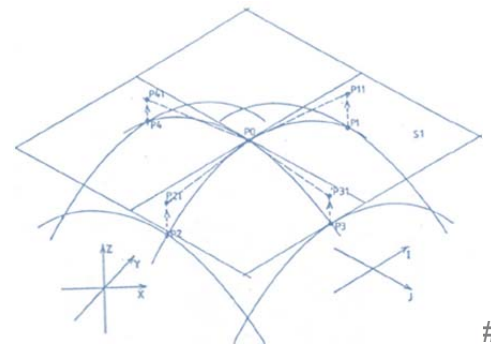
**3.5.2.1 A felület síkjában történő görbület** meghatározásának egyszerűsített elve adott P0 pontban „I” és „J” irányban.

P0 a vizsgált rácsponthely, a P3, P4 a „J” irányú szomszédos rácsponthelyek. A P31, P41 a P0 rácsponthelyre illesztett S1 érintősíkra vetített képe.

A „J” irányú elemek a felület síkjában történő görbületét, illetve a P31-P0-P41 pontokra illesztett görbétől számítható.

Az „I” irányú elemek felület síkjában történő görbületét analóg módon számítható.

#1: A felület síkjában történő görbület meghatározása.



**3.5.2.2 A felület síkjára merőleges görbület** meghatározásának egyszerűsített elve adott P0 pontban „I” és „J” irányban.

P0 a vizsgált rácspont, P1, P2 az „I” irányú, P3, P4 a „J” irányú szomszédos rácspontok.

S1 a P0 pontban az érintősík, S2 az S1 síkra és a P3-P4 egyenesre merőleges sík, S3 az S1 síkra és a P1-P2 egyenesre merőleges sík.

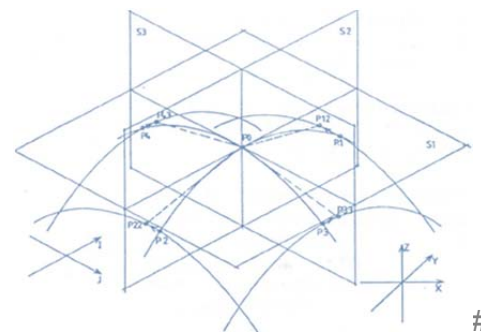
P12 a P1, P22 a P2 pontok S2 síkra merőlegesen vetített képe.

P32 a P3, P42 a P4 pontok S1 síkra merőlegesen vetített képe.

A „J” irányú elemek felület síkjára merőleges görbülete a P22-P0-P12 pontokra illesztett görbéből számítható.

Az „I” irányú elemek felület síkjára merőleges görbülete analóg módon számítható.

#1: A felület síkjára merőleges görbület meghatározása.



**3.5.2.3 A tengely irányú csavarodás** meghatározásának egyszerűsített elve adott P0 pontban „I” irányban

P0 a vizsgált rácspont, P1, P2 az „I” irányú, P3, P4 a „J” irányú szomszédos rácspontok.

PA a P1 és P3, PB a P3 és P2, PC a P1 és P4, PD a P2 és P4 pontokkal szomszédos rácspont.

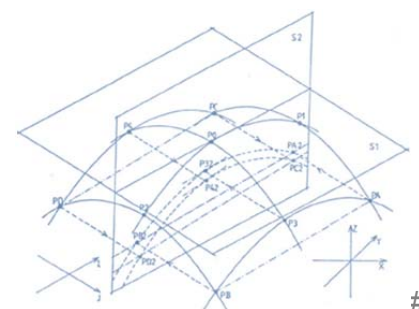
S1 a P0 pontban az érintősík, S2 az S1 síkra és a P1-P2 egyenesre merőleges S3 az S1 síkra és a P3-P4 egyenesre merőleges sík.

PA2 a PA, PB2 a PB, PC2 a PC, PD2 a PD pontoknak az S2 síkra merőlegesen vetített képe.

A P0 pontbeli tengely irányú csavarodása a „J” irányú elemek esetében a PD2-PC2, PA2-PB2 egyenesek bezárt szögével jellemezhető.

Az „I” irányú elemek tengely körüli csavarodása analóg módon számítható.

#1: A tengely irányú csavarodás meghatározása.



### 3.5.3 Számítási eredmények, következtetések

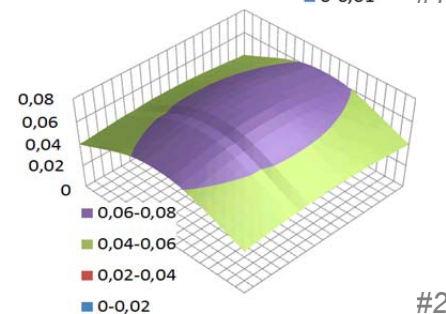
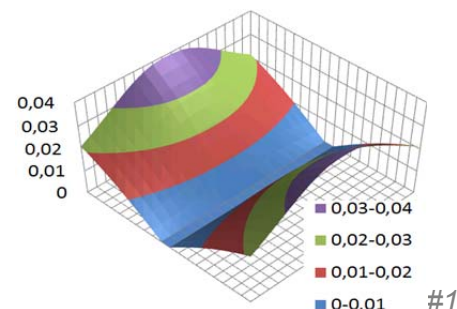
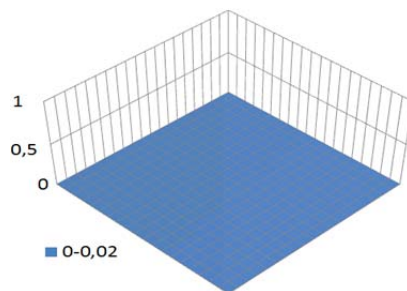
Másodfokú paraboloid felületű háló „I” irányú elemeinek görbületi viszonyai

#1: Érintősík irányú görbületi értékek.

#2: Érintősíkra merőleges irányú görbületi értékek.

#3: Az elemek saját tengely körüli csavarodása.

Különböző felületű hálók görbületi viszonyait a Melléklet M3.5.3 pontja tartalmazza.



Különböző alakú hálók görbületi viszonyainak elemzése során bebizonyosodott a másodfokú paraboloid egy további egyedülálló tulajdonsága, miszerint a felületére szerkesztett szalagháló elemeinek tengely irányú csavarodása nulla.

## 3.6 Szalaghéjak sajátfeszültségei

A sajátfeszültségek konkrét értékeinek meghatározása nem része a dolgozatnak.

A cél a különböző alkotó keresztmetszetű és csomóponti kialakítású hálók sajátfeszültségének nagyságrendi összehasonlítása.

### 3.6.1 A sajátfeszültségek értékének számítása

Az egyes elemek görbületének, csavarodásának, geometriai méretének és anyagjellemzőinek ismeretében a feszültségek meghatározhatóak.

A közelítő számításban felhasznált összefüggés:

$$\sigma_x = \frac{x * E}{R_x} \quad \sigma_y = \frac{y * E}{R_y}$$

ahol:

$\sigma_x, \sigma_y$ : normálfeszültség (N/mm<sup>2</sup>)

$x, y$ : a semleges tengelytől mért távolság (mm)

$R_x, R_y$ : a görbületi sugár az X és Y irányban (mm)

$E$ : a rúd rugalmassági modulusa (N/mm<sup>2</sup>)

A fenti összefüggés az illető anyag arányossági határán belül igaz, így tekintettel az alakváltozás nagy mértékére, a lineáris feszültségeloszlás a keresztmetszetben csak nagy közelítéssel feltételezhető.

Pontos feszültségszámítás igénye esetén végelem programmal (SOFiSTiK) célszerű a számítást elvégezni.

### 3.6.2 A hálótartó és a rácshéj sajátfeszültségi értékeinek összehasonlítása

A bemutatásra kerülő egyszerű számítás forgásparaboloid felületre készült.

A középfelület paraméterei:

Alaprajzi átmérő	a= 9 m
Magasság	c= 3 m
Rácstávolság	d= 1 m

A feltételezett lucfenyő anyagjellemzői:

Hajlítószilárdság	29.3 N/mm <sup>2</sup> (rostokkal párhuzamos)
Húzószilárdság	30.2 N/mm <sup>2</sup> (rostokkal párhuzamos)
Nyomószilárdság	23.7 N/mm <sup>2</sup> (rostokkal párhuzamos)
Nyírószilárdság	2.7 N/mm <sup>2</sup> (rostok síkjában)
E rugalmassági modulus	15 000 N/mm <sup>2</sup> (rostokkal párhuzamos)
E rugalmassági modulus	400 N/mm <sup>2</sup> (rostokra merőleges)
G nyírási rugalmassági modulus	500 N/mm <sup>2</sup>

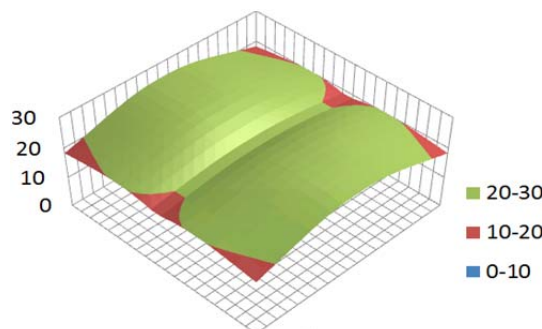
Az összehasonlított szerkezetek keresztmetszeti területei megegyezők:

- A 4 cm / 4 cm keresztmetszetű folyamatos alkotójú rácshéj szerkezet
- B 1 cm / 16 cm keresztmetszetű folyamatos alkotójú szalaghéj
- C 1 cm / 16 cm keresztmetszetű elemekből készült szalaghéj

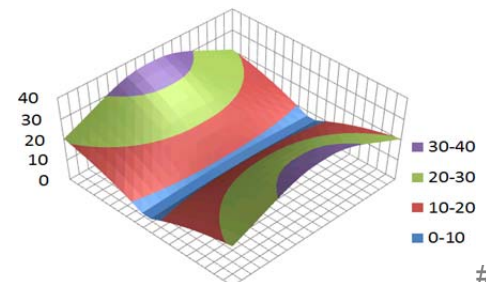


Másodfokú affin forgáspároloid háló sajátfeszültségeinek eloszlása szalaghéj és rácshéj esetében különböző alkotószelvények esetében.

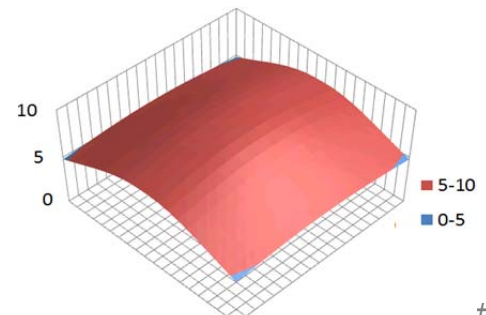
- #1: Moduláris szalaghéj.
- #2: Folyamatos alkotójú szalaghéj.
- #3: Folyamatos alkotójú rácshéj.



#3



#2



#1

A számítási minta adatait a → [Melléklet M 3.6.2](#) tartalmazza.

A numerikus számítások eredményei alapján megállapítható, hogy

- a szabad mozgású szalaghéj esetében a sajátfeszültségek értéke a rácshéj szerkezeténél lényegesen kisebbek, így a kívánt felületre könnyebben alakítható,
- a legnagyobb feszültségi értékek a csomópontok szabad elfordulásában gátolt szalaghéj esetében lépnek fel, ebből is következik a merevített szalagtartó fokozott stabilitása.

### 3.7 Szalaghéjak igénybevételei és mozgásai

A szalaghéjak terhelés következtében fellépő igénybevételeinek meghatározása a korábbi dolgozatban mátrix elmozdulás módszerrel történt.

Az ehhez megírt Pascal nyelvű program az akkori számítástechnikai lehetőségek korlátait feszegetve a szükséges eredményeket. A program a héjat térbeli rúdszerkezetként vizsgálta, a rudak és kapcsolatok merevségi jellemzőinek figyelembevételével, lineáris egyenletrendszer megoldásával kerültek meghatározásra a rúderők, csomóponti nyomatékok, a rácspontok elmozdulása és a rudakban fellépő feszültségek. [FekZ1990A]

A jelenlegi számítások a **SOFiSTiK végeelem** rendszerével történtek, harmadrendű elmélet szerint, ahol az igénybevételek hatására létrejövő teherátrendeződések hatásai is érvényesülnek.

A statikai vizsgálat célja nem egy konkrét szerkezet tényleges méretezése volt, nem tekintetem célnak a konkrét mozgások és igénybevételek meghatározását, csupán a z igénybevételek nagyságrendjének és a szerkezet mozgásának becslése, különös tekintettel a rácshéjjal való összevezetésre.

A számítási modellben minden statikai peremfeltétel megadható: az elemek szilárdsági paramétereire (inhomogenitása, szigma-epszikon diagramja), réteges szerkezet esetén a rétegek jellemzői, a feszítőhuzalok (melyek természetesen csak húzásra vehetőek igénybe), a csomópontok jellemzői rugóállandókkal, ezért konkrét modellen végzett ellenőrző méréseket követően a héjszerkezetek nagy méretben is biztonságosan megépíthetőek.

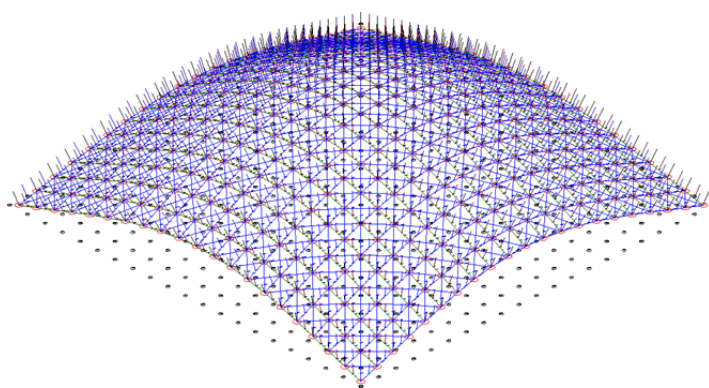
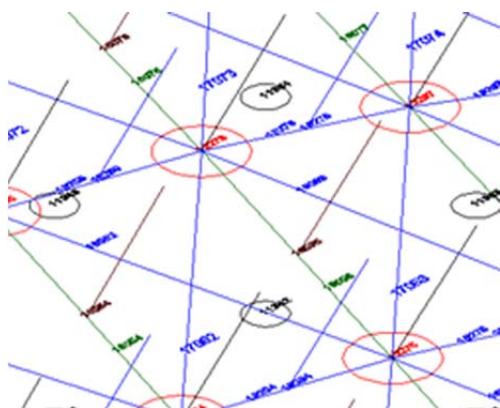
A SOFiSTiK programnak inputként szöveges fájl formájában meg kell adni:

- A geometriai adatokat (a rácskoordinátákat, a rácspontok normálvektorait).
- A topológiai adatokat (az egyes elemeket az összekötendő rácspontok sorszámaival).
- A terhelési adatokat (jelen esetben az egyes rácspontokra ható terhelést).

A számíthatóhoz használt szöveges fájlok Microsoft VB és C# nyelven készült programok révén készítette a dolgozat szerzője.

A SOFiSTiK program részlete a → [Melléklet M 3.7.0 A SOFiSTiK végeelem programkód alatt](#) található meg.

#1 ábra: Szalaghéj geometriai és topológiai adatainak (rácspontok, elemszámok, normálvektorok) megjelenítése AutoCAD programban, ellenőrzési célból.



#1



### 3.7.1 Terhelés következtében fellépő alakváltozás

Vizsgált forma: szinusz forgás felület

Alaprajzi átmérő	a= 9.74 m
Magasság	c= 2.6 m
Rácstávolság	d= 0,5 m

Alkotók faanyaga 3.6.2 pont szerinti

Acél kötélzet:

Szakítószilárdság	450 N/mm <sup>2</sup>
Folyáshatár	235 N/mm <sup>2</sup>
E rugalmassági modulus	206 000 N/mm <sup>2</sup>

Az összehasonlított szerkezetek keresztmetszeti területei:

Rácshéj: 4 cm / 4 cm folyamatos alkotójú

Szalaghéj: 2 cm / 12 cm keresztmetszetű elemes alkotójú

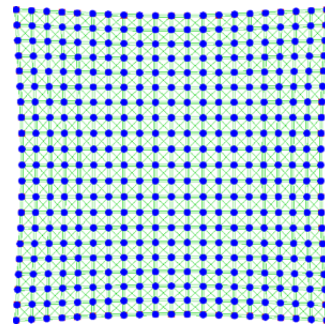
Kötél: 6 mm acélsodrony

Vizsgált terhelések:

Minden csomópont függőlegesen terhelve

$$1080 \text{ N/m}^2 = 21 \times 21 \times 270 \text{ N}$$

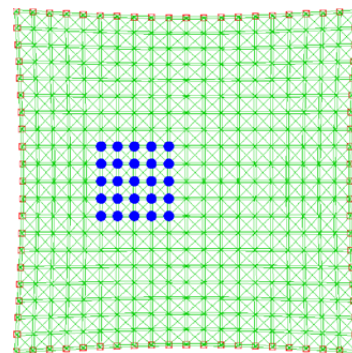
$$= 119.070 \text{ N (11.907 Kp)}$$



Mezőterhelés függőlegesen

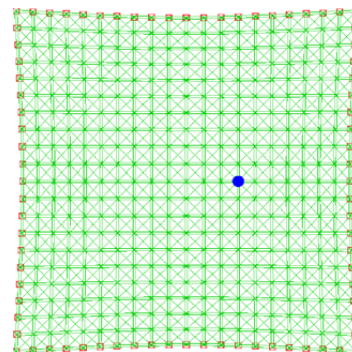
$$1440 \text{ N/m}^2 = 25 \times 360 \text{ N}$$

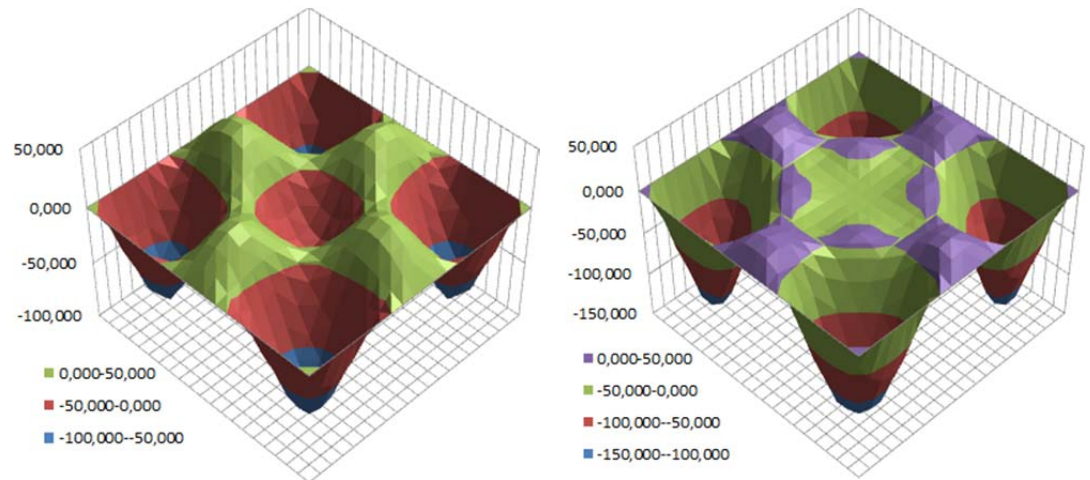
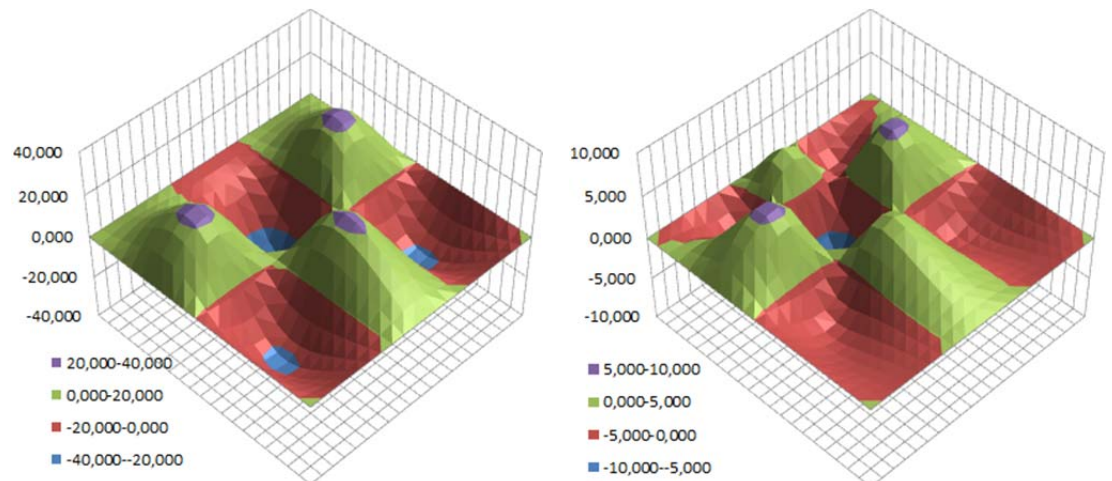
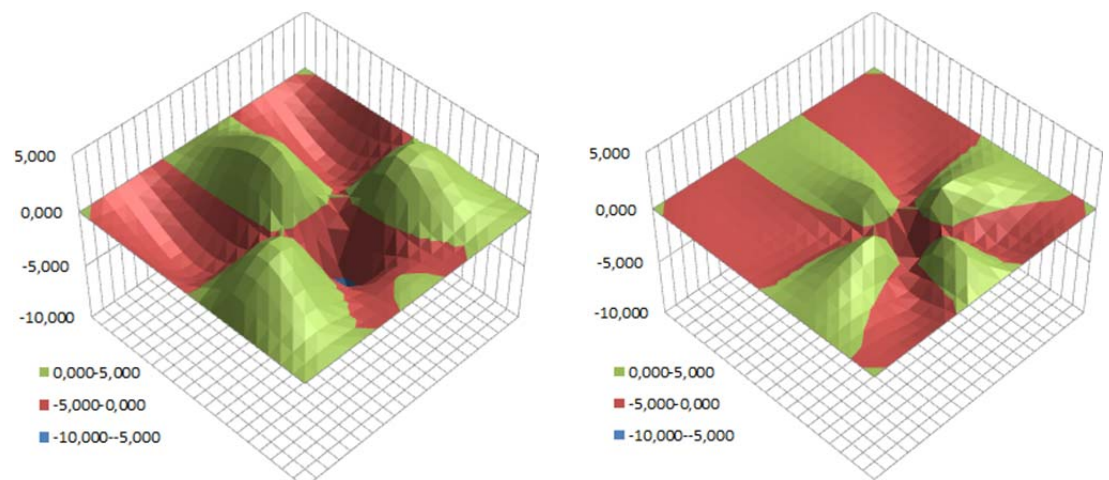
$$= 9.000 \text{ N (900 Kp)}$$

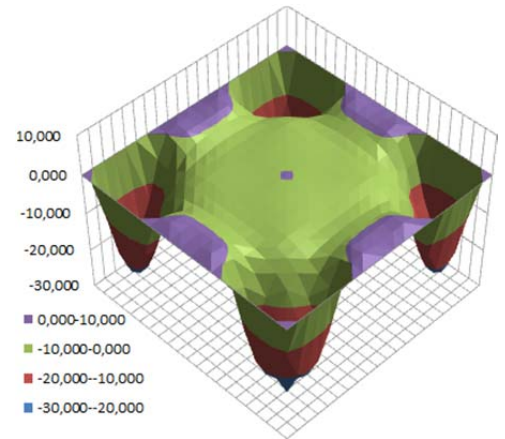
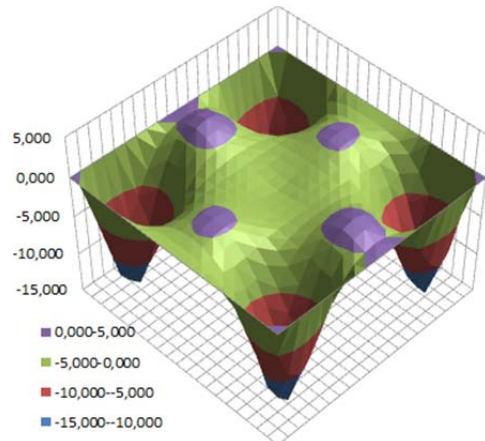
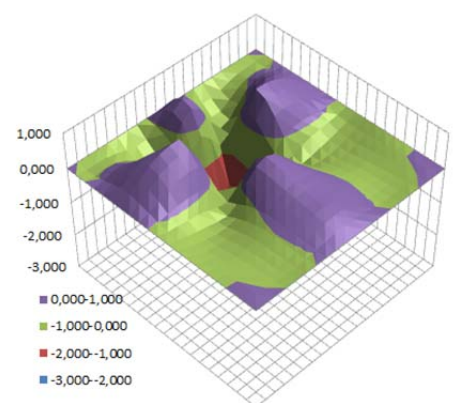
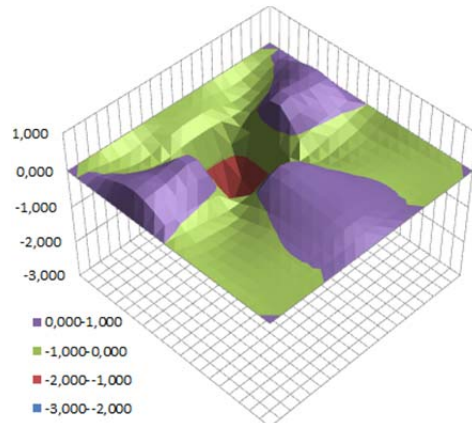
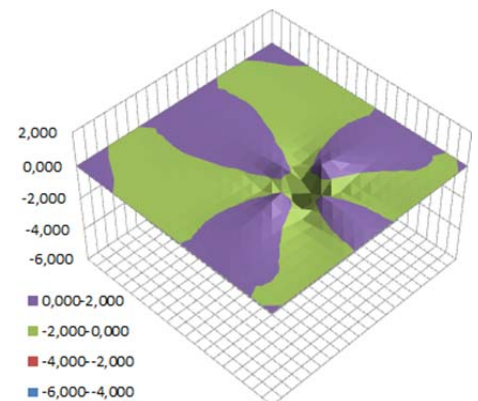
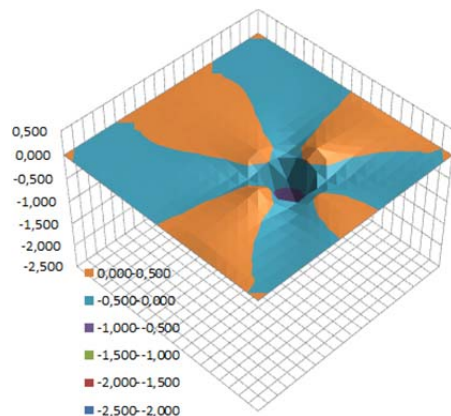


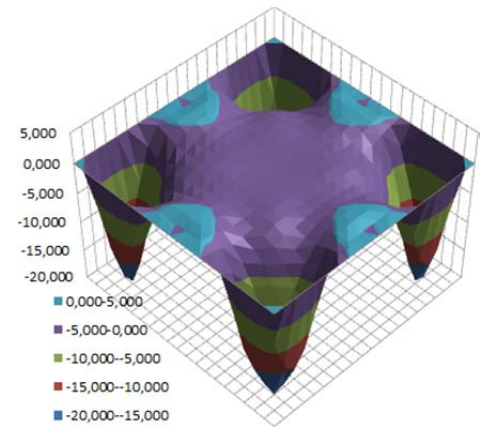
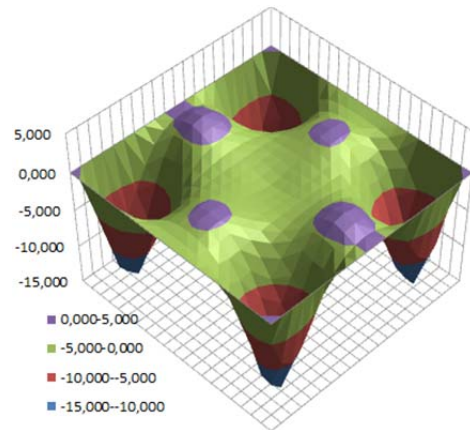
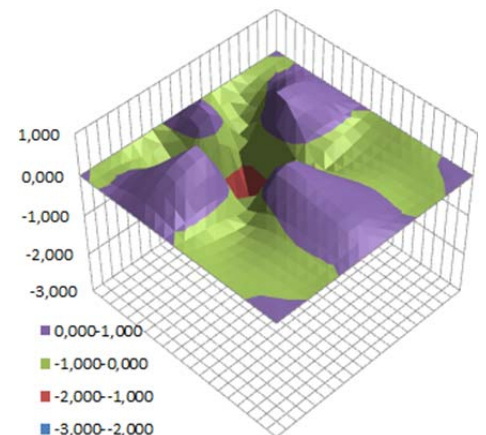
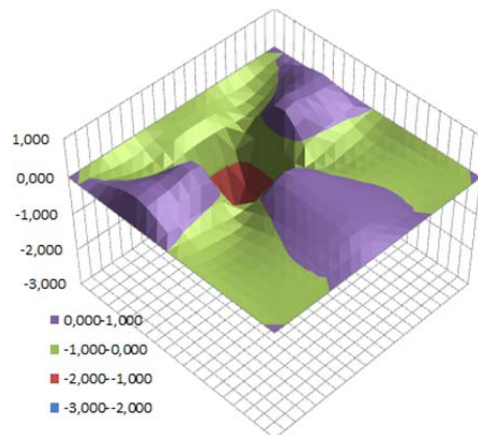
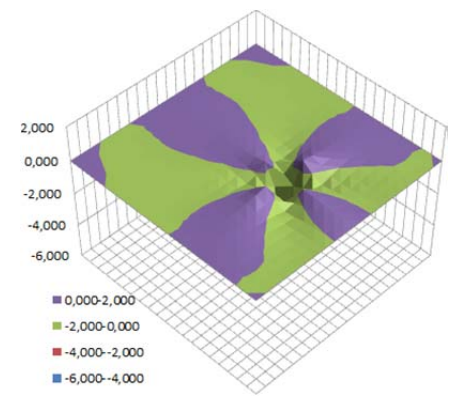
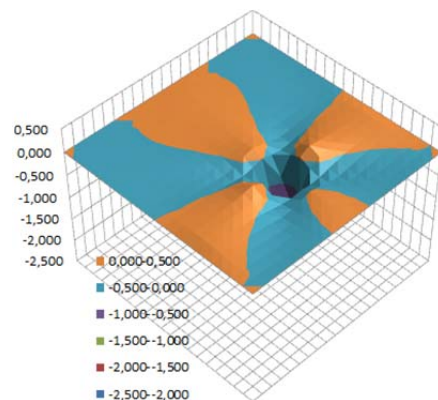
Egy csomópont függőlegesen

$$1000 \text{ N (100 Kp)}$$



**3.7.1.1 Merev csomópontú szerkezetek alakváltozása****3.7.1.1.A Minden rúd függőlegesen egyenletesen terelve ( $21 \times 21 \times 700 \text{ N/m}^2$ )**Rácshéj: max: 32.6 mm, min: **-84.6 mm** Szalaghéj: max: 17,9 mm, min: **-134.9 mm****3.7.1.1.B Mező (9 csomópont) függőlegesen terelve ( $9 \times 1000 \text{ N/m}^2$ )**Rácshéj: max: 22.8 mm, min: **-34.3 mm** Szalaghéj: max: 5.6 mm, min: **-9.1 mm****3.7.1.1.C Kiválasztott 1 csomópont függőlegesen terelve**Rácshéj: max: 4.1 mm, min: **-8.7 mm** Szalaghéj: max: 2,0 mm, min: **-9.5 mm**

**3.7.1.2 Kötetekkel rögzített szerkezetek alakváltozása****3.7.1.2.A Minden rúd függőlegesen egyenletesen terelve ( $21 \times 21 \times 700 \text{ N/m}^2$ )**Rácshéj: max: 1.3 mm, min: **-14.5 mm**Szalaghéj: max: 0.9mm, min: **-26.0 mm****3.7.1.2.B Mező (9 csomópont) függőlegesen terelve ( $9 * 1000 \text{ N/m}^2$ )**Rácshéj: max: 0.6 mm, min: **-2.9 mm**Szalaghéj: max: 0.8mm, min: **-2.8 mm****3.7.1.2.C Kiválasztott 1 csomópont függőlegesen terelve**Rácshéj: max: 0.1 mm, min: **-2.1 mm**Szalaghéj: max: 0.5 mm, min: **-4.6 mm****3.7.1.3 Merev csomópontú és kötelekkel rögzített szerkezetek alakváltozása****3.7.1.3.A Minden rúd függőlegesen egyenletesen terelve ( $21 \times 21 \times 700 \text{ N/m}^2$ )**

**Rácshéj:** max: 1.3 mm, min: **-14.5 mm****Szalaghéj:** max: 0.4mm, min: **-19.9 mm****3.7.1.3.B Mező (9 csomópont) függőlegesen terhelve (9 \* 1000 N/m<sup>2</sup>)****Rácshéj:** max: 0.6 mm, min: **-2.9 mm****Szalaghéj:** max: 0.7mm, min: **-2.5 mm****3.7.1.3.C Kiválasztott 1 csomópont függőlegesen terhelve****Rácshéj:** max: 0.1 mm, min: **-2.1 mm****Szalaghéj:** max: 0.4 mm, min: **-4.3 mm**

### 3.7.1.4 A terhelés következtében fellépő alakváltozásból levonható eredmények

Megállapítható, hogy a folyamatos alkotójú rácshéjjal nagyságrendben megegyező anyagmennyiség felhasználásával készíthető szalaghéj alakváltozása jellegében és nagyságrendjében is hasonló.

Első becslésként megállapítható, hogy egy 4 cm / 4 cm lécszámú rácshéj egy 2 – 2.5 cm / 12 cm keresztmetszetű szalaghéjjal hasonló viselkedésű.

Megállapítható továbbá, hogy a merevített csomópontok mellett a kötélzet beépítése döntő fontosságú a szalaghéj stabilitása szempontjából. A példában a kötélzet rácshéj esetében ennek megléte az alakváltozásokat rácshéj esetében akár 15%-ra csökkentheti. Nem szabad megfeledkezni továbbá a kötél előfeszítésében rejlő lehetőségekről, mely további vizsgálatok tárgyát képezheti a jövőben.

### 3.7.2 Terhelés következtében fellépő igénybevételek

Vizsgált egyidejű terhelés:

Minden csomópont függőlegesen terelve

$$600 \text{ N/m}^2 = 21 \times 21 \times 150 \text{ N}$$

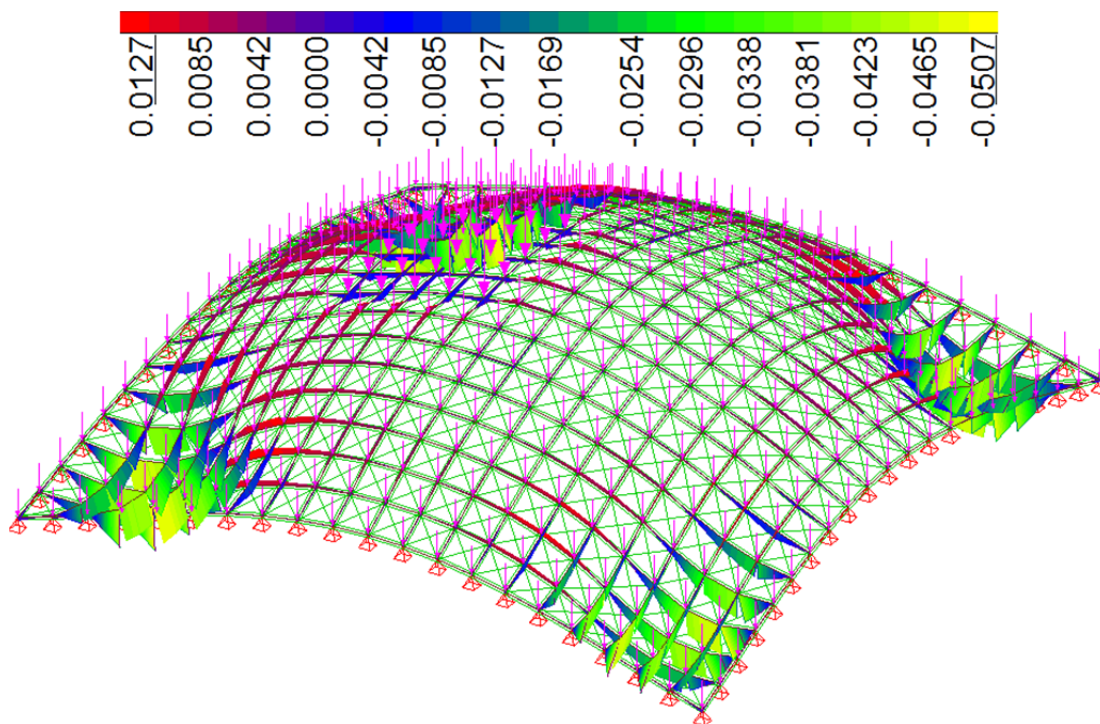
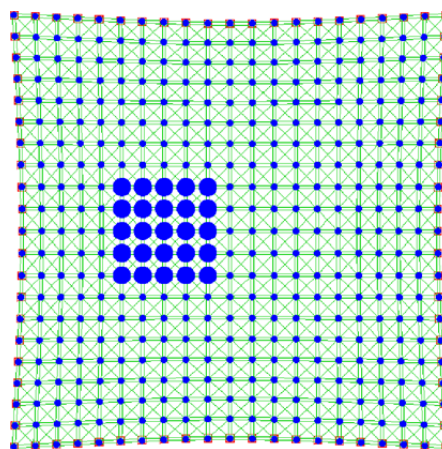
$$= 66.150 \text{ N (6615 Kp)}$$

+

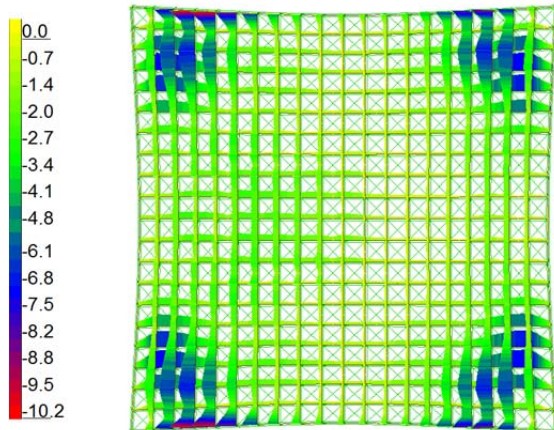
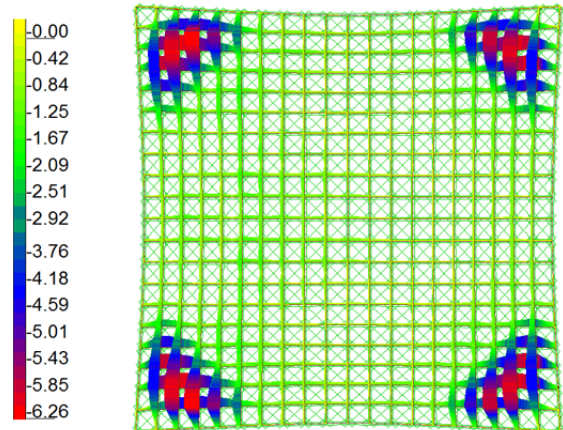
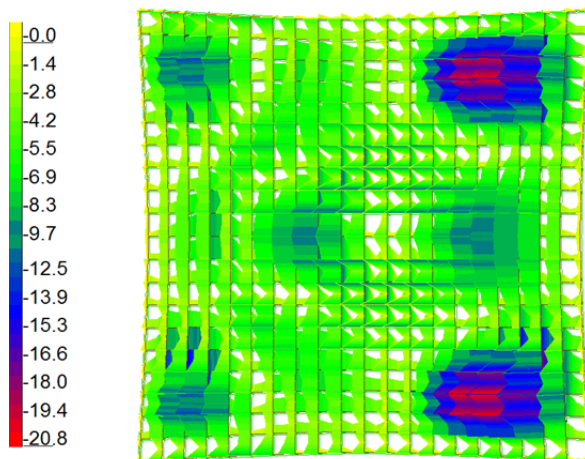
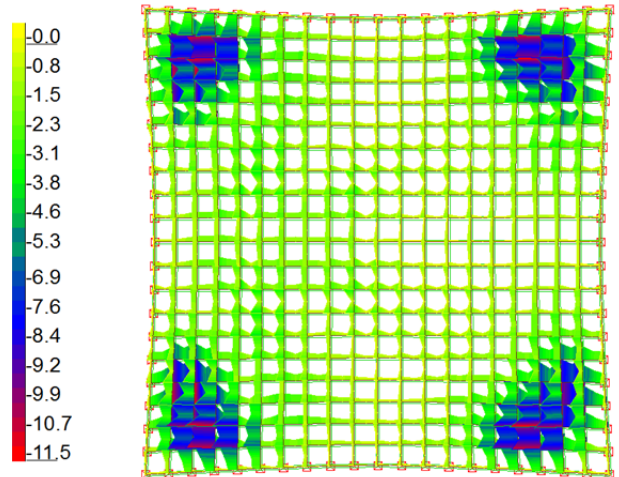
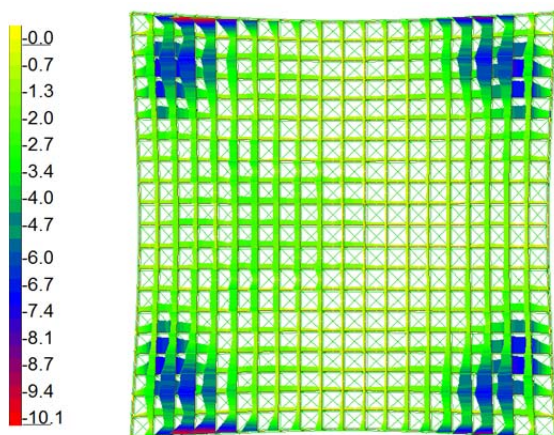
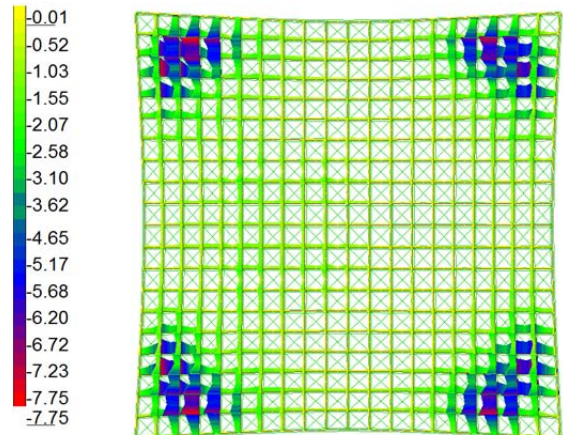
Mezőterhelés függőlegesen

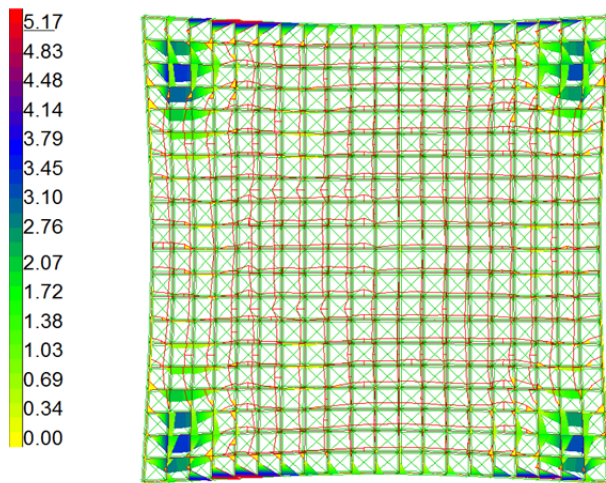
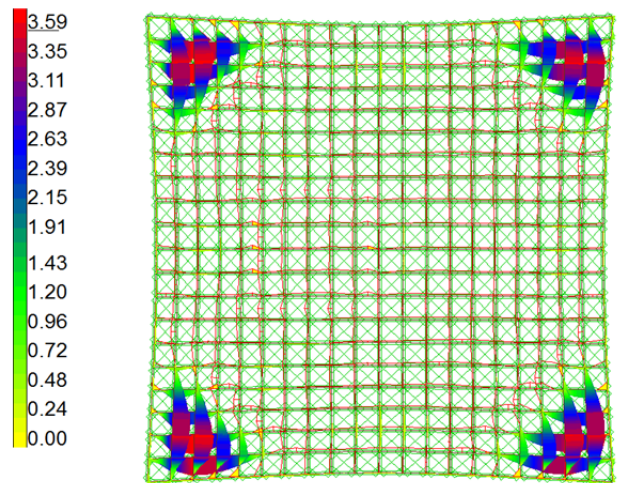
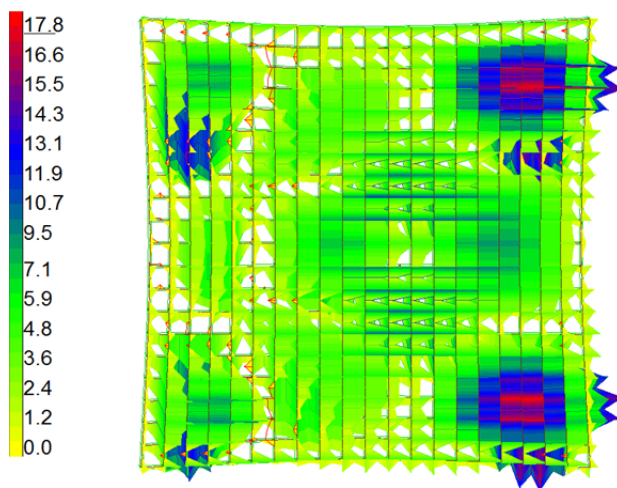
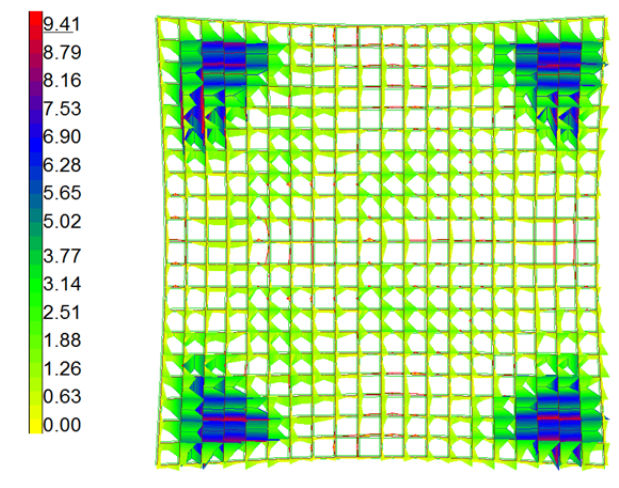
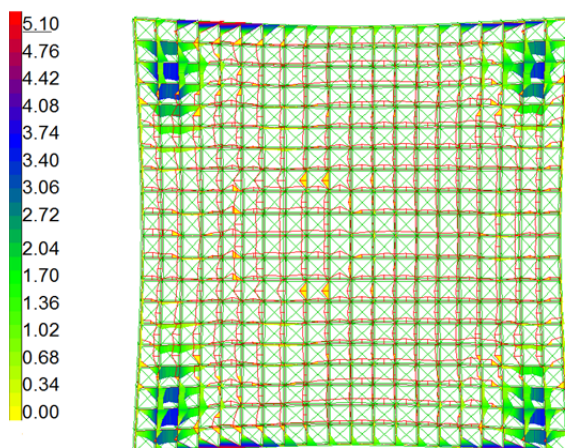
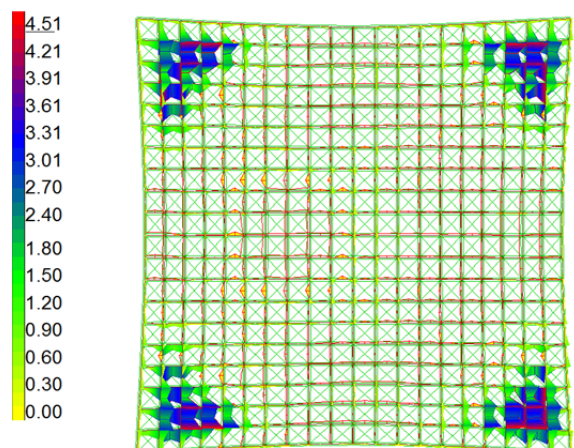
$$1600 \text{ N/m}^2 = 25 \times 400 \text{ N}$$

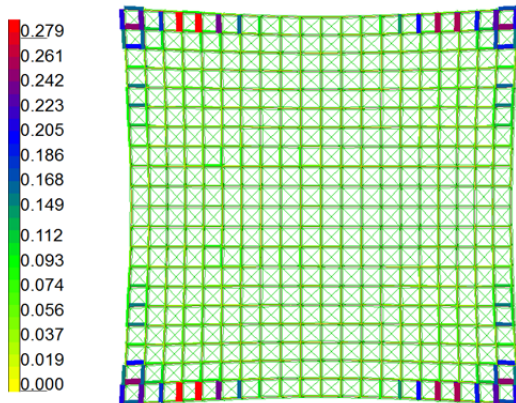
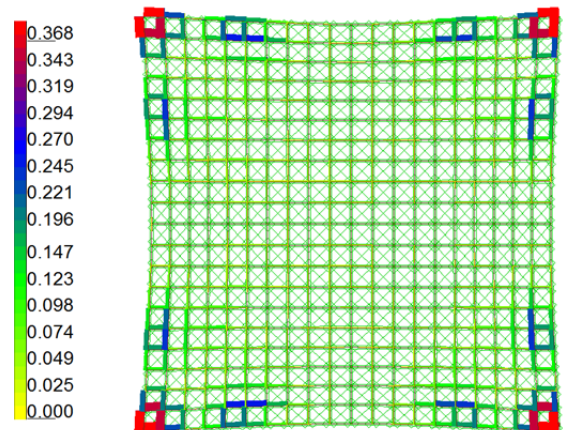
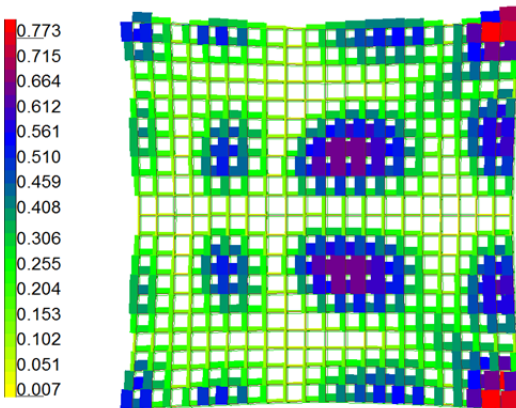
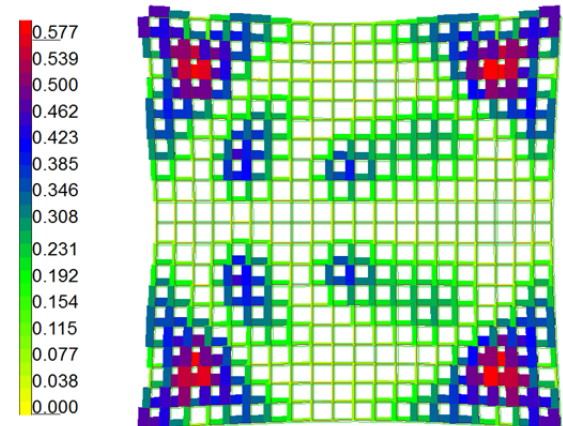
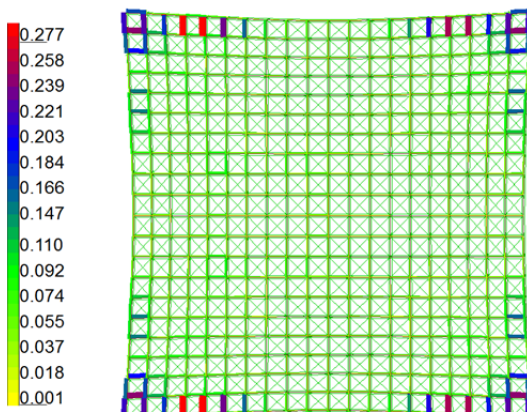
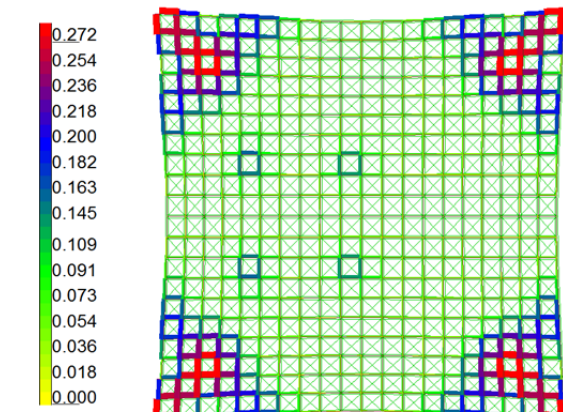
$$= 10.000 \text{ N (1000 Kp)}$$



Szalaghéj elemeiben ébredő nyomatékok a csomópontok merevítése és beépített merevítő kötélzet esetében, az alakváltozások torzított megjelenítésével

**3.7.1.3.1 Alkotókban ébredő maximális nyomófeszültségek****Csak kötelekkel merevített szerkezet**Rácshéj: max: -10.20 MPa (N/mm<sup>2</sup>)Szalaghéj: max: -6.26 MPa (N/mm<sup>2</sup>)**Csak csomópontjaiban merevített szerkezet**Rácshéj: max: 20.80 MPa (N/mm<sup>2</sup>)Szalaghéj: max: 11.46 MPa (N/mm<sup>2</sup>)**Kötelekkel és csomópontjaiban merevített szerkezet**Rácshéj: 10.08 MPa (N/mm<sup>2</sup>)Szalaghéj: max: 7.75 MPa (N/mm<sup>2</sup>)

**3.7.1.3.2 Alkotókban ébredő maximális húzófeszültségek****Csak kötelekkel merevített szerkezet**Rácshéj: max: 5.17 MPa (N/mm<sup>2</sup>)Szalaghéj: max: 3.59 MPa (N/mm<sup>2</sup>)**Csak csomópontjaiban merevített szerkezet**Rácshéj: max: 17.8 MPa (N/mm<sup>2</sup>)Szalaghéj: max: 9.41 MPa (N/mm<sup>2</sup>)**Kötelekkel és csomópontjaiban merevített szerkezet**Rácshéj: max: 5.10 MPa (N/mm<sup>2</sup>)Szalaghéj: max: 4.51 MPa (N/mm<sup>2</sup>)

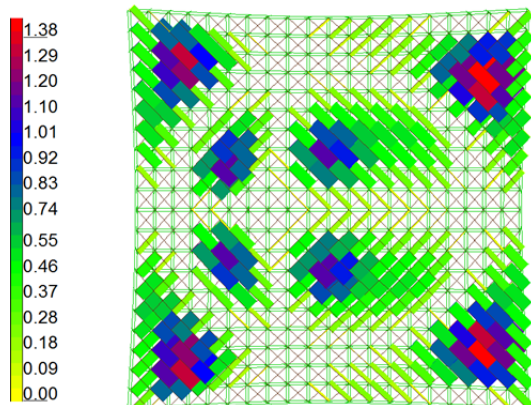
**3.7.1.3.3 Alkotókban ébredő maximális nyírófeszültségek****Csak kötelekkel merevített szerkezet**Rácshéj: max: 0.28 MPa (N/mm<sup>2</sup>)Szalaghéj: max: 0.37 MPa (N/mm<sup>2</sup>)**Csak csomópontjaiban merevített szerkezet**Rácshéj: max: 0.77 MPa (N/mm<sup>2</sup>)Szalaghéj: max: 0.58 MPa (N/mm<sup>2</sup>)**Kötelekkel és csomópontjaiban merevített szerkezet**Rácshéj: max: 0.28 MPa (N/mm<sup>2</sup>)Szalaghéj: max: 0.27 MPa (N/mm<sup>2</sup>)



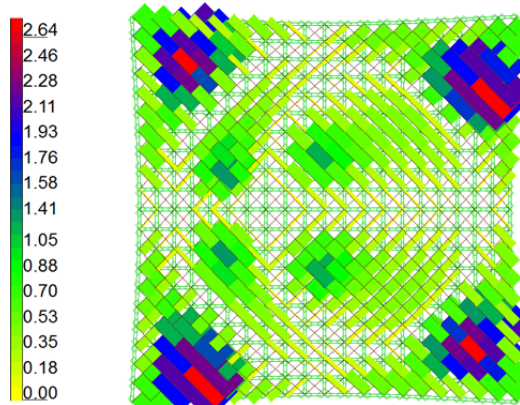
### 3.7.1.3.4 A kötelekben ébredő maximális húzóerők (KN)

#### Csak kötelekkel merevített szerkezet

Rácshéj: max: 1.38 KN

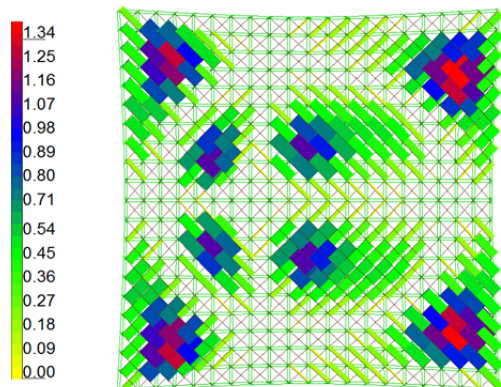


Szalaghéj: max: 2.64 KN

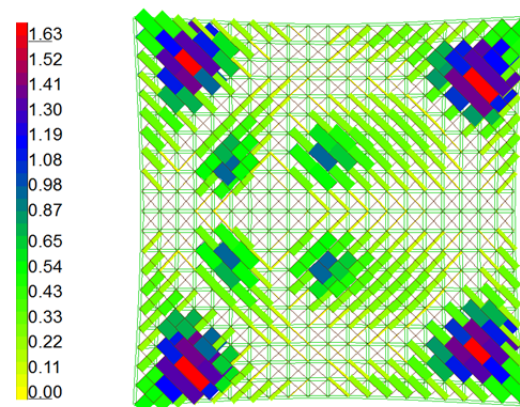


#### Kötelekkel és csomópontjaiban merevített szerkezet

Rácshéj: max: 1.34 KN



Szalaghéj: max: 1.63 KN



### 3.7.1.4 A terhelés következtében fellépő igénybevételekből levonható eredmények

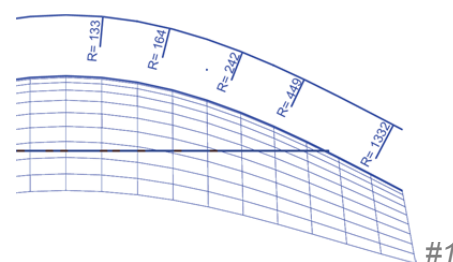
A fejezetben kitűzött cél a szalaghéj és a rácshéj statikai viselkedésének összehasonlítása. Számos megépült rácshéj szerkezet mérete és a felhasznált anyagok jellemzői ismertek.

Megállapítható, hogy a folyamatos alkotójú rácshéjjal nagyságrendben megegyező anyagmennyiség felhasználásával készíthető szalaghéj, a rácshéjhoz hasonló terhelésű szalaghéjban ébredő igénybevételek megegyező nagyságrendűek.

A szalagháló 2 cm / 12 cm keresztmetszettel a 4 cm / 4 cm lécszál keresztmetszetű rácshéj teherbírásával nagyságrendben egyenértékű.

A szalagháló teherbírását az átlós kötelekkel történő merevítés jelentősen befolyásolja. A kötelek, a csomópontok és az alkotóelemek szilárdsági tulajdonságainak egymáshoz történő összehangolása fontos szempont, ennek további vizsgálata indokolt.

#1: A héj sarokpontjainál jelentkező nagyfokú alakváltozás és mozgás a kedvezőtlen oka elsősorban az alakválasztása. A forgásszínus felület inflexiók vonalához közelítve a görbület minimális lesz, a görbületi sugár a csúcspontokhoz viszonyítva nagy mértékben nő.



## 3.8 Épületszerkezeti kialakítás, építési technológia

A szalaghéjak épületszerkezetként való kialakítását az alábbi tényezők befolyásolják alapvetően:

- az alkotóelemek
- a csomóponti kiképzés
- a merevítés
- a térelhatárolás megoldása (héjalás)
- az emelési technológia

A fejezetben ezen szempontok ismertetése, valamint a szalaghéjak és rácshéjak ezen szempontok szerinti összehasonlítása történik.

### 3.8.1 Alkotóelemek

#### 3.8.1.1 Szalaghéj alkotóelemei

Elemes szalaghéj alkotóelemei formára alakításkor az alábbi deformációt szenvednek:

- Karcsúbb keresztmetszetük irányába történő meghajlítás.
- Hosszirányú tengely körüli csavarodás.

A szabadalmi leírás alapján a szalaghéj alkotóeleme bármilyen, bizonyos rugalmassággal rendelkező anyagból készíthető. Az alkotó rudak anyaga lehet például fa, ragasztott fa, rétegelt lemez, farostlemez, acél, alumínium műanyag, szálerősítésű műanyag, ferrocement, vagy az előzőek kombinációja.

Speciális csomóponti kapcsolat esetén az alkotók hajlítására és csavarására vonatkozó kritérium teljesítése sem szükséges, ebben az esetben ezeket a mozgásokat a kapcsolat végzi el, speciális alak - másodfokú paraboloid felület – esetén pedig csavarodás egyáltalán nem lép fel.

#### 3.8.1.2 Szalaghéj és a rácshéj alkotóelemeinek összehasonlítása

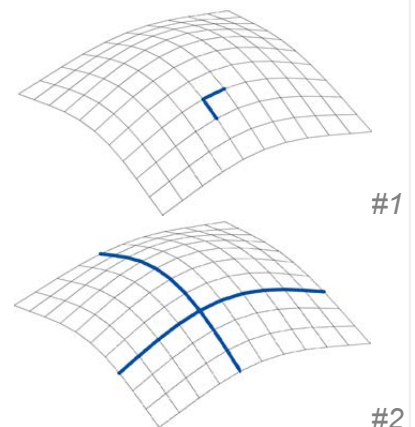
Az elemes szalaghéj rövid alkotóelemei a hosszú, a teljes felületen végigfutó rácshéj elemekhez képest általában előnyösebb, különösen, ha az alapanyaga fa.

Amíg a rácshéj jellemzően 3 cm / 3 cm-től 6 cm / 6 cm keresztmetszetű, hosszitoldott alkotói csak különleges minőségű, hibamentes fából készülhet, addig a szalaghéj - jellemzően 1.5/10 cm-től 2.5/15 cm keresztmetszetű - közepes minőségű fűrészelt lombos fa, vagy fenyő rövidáru is készíthető.

Az elemes szalaghéj speciális - a következő fejezetben tárgyalt csomóponti kialakítás esetén -, görbülés- és csavarodás mentes alkotókkal is készíthető anélkül, hogy héjszerű viselkedését elveszítené.

#1: Az elemes szalaghéj jellegzetes elemhossza.

#2: Rácshéj jellegzetes elemhossza.



#3: Alkotóelem jellegzetes törése rácshéj esetében a hosszoldás helyén. {Forrás: NYME Építéstani Tan-szék fotóarchívuma}



#3

### 3.8.2 Csomóponti kialakítás

A szerkezet stabilitását, szerelhetőségét, gazdaságosságát alapvetően befolyásolja a csomópontok szerkezeti kialakítása.

#### 3.8.2.1 Szalaghéj csomóponti kialakítása

A csomópontokat síkban történő szerelés és ezt követő emelés esetén oly módon kell kialakítani, hogy a nem merevített csomópontokban az elemek a felület érintősíkjában szabadon elfordulhassanak, ugyanakkor a csomóponti kialakítás a felület síkjára merőleges elfordulást megakadályozza.

Amennyiben a szerelés állványzatról történik, úgy a csomópontokban az elemek minden irányban mereven is kapcsolódhatnak.

A síkbeli csuklós csomópont legkönnyebben átmenőcsavaros, csapos vagy bilincses kapcsolattal oldható meg.

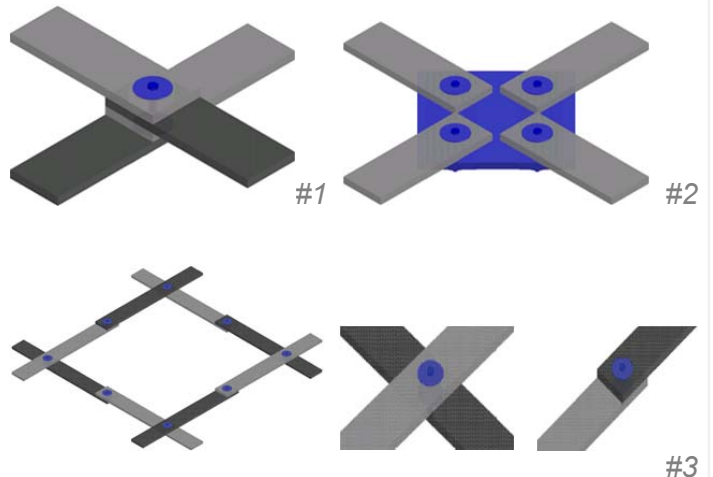
#1: Átmenő csavaros csomópont.

Előny az egyszerű kialakíthatóság, hátrány a 4 elem találkozása, a felület síkjára merőleges külpontosság.

#2: Betétlemezes csomóponti kialakítás

#3: Mezőközépen is toldott kialakítás.

Előnye, hogy csomópontonként 2 elem összeerősítése elegendő.



#3

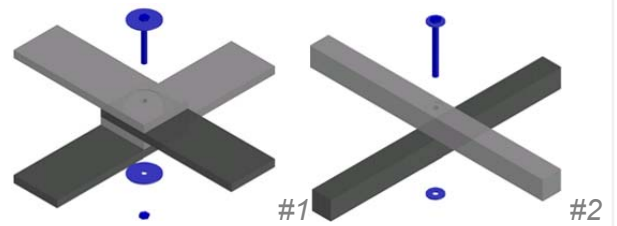
#### 3.8.2.1 Szalaghéj és a rácshéj csomóponti kialakításának összehasonlítása

A síkbeli csuklós csomópont - hasonlóan a rácshéj szerkezetekhez - legkönnyebben átmenőcsavaros, csapos vagy bilincses kapcsolattal oldható meg.

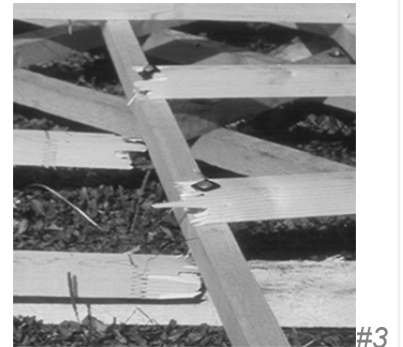
A szalaghéj (#1) és rácshéj (#2) csavaros kapcsolata.

Az elemes szalaghéj feltétlen előnye a nagyobb kapcsolódási- és így súrlódási felületben, a súrlódó felületek nagyobb számában, valamint a csavarfurat által okozott kisebb gyengítés mértékében rejlik.

A szalaghéj csavarozott kapcsolatának hátránya a kapcsolódó elemek nagyobb száma, amit a kisebb vastagsági méret ellensúlyoz.



#3: Alkotóelem jellegzetes törése rácshéj esetében a csomópontnál. {Forrás: NyME Építéstani Tanszék fotóarchívuma}

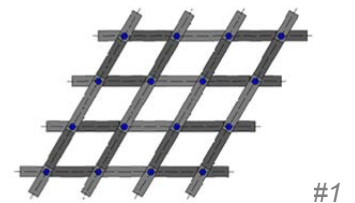


### 3.8.3 Merevítés

A szerkezet merevítése az elemek síkbeli elfordulásának megakadályozása illetve korlátozása révén történik.

#### 3.8.3.1 Merevítés a csomópontok nyomatókbíró kialakításával.

#1: A csomópontok nyomatókbíró kialakításával a szerkezet térbeli keretszerkezetté válik.



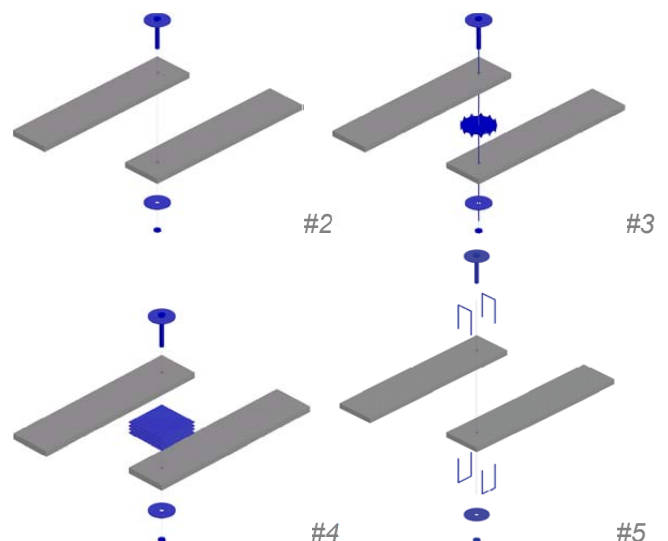
Példák a nyomatókbíró kapcsolat kialakítására:

#1: Oldható kötéssel, feszítőcsavaros kapcsolattal. A nyomatókötést az alkotóelemek közötti súrlódási erő veszi fel.

#2: Csavaros kapcsolatot, az elemek között elhelyezett szeglemezes tárcsával.

#3: Csavaros kapcsolatot, a rudak közé helyezett nagy súrlódási együtthatóval rendelkező anyaggal, vagy ragasztással.

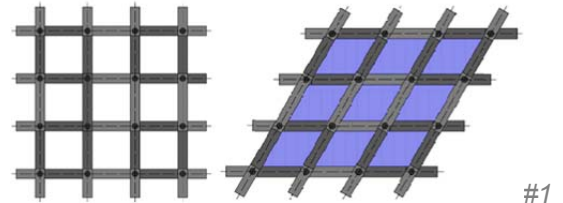
#4: Csavaros kapcsolatot, szegezéssel.



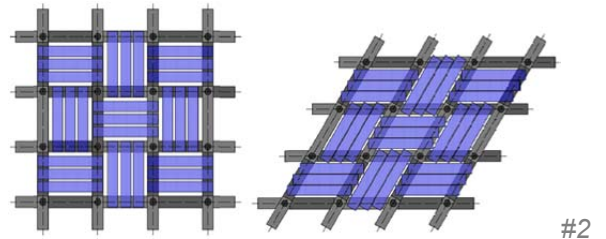
### 3.8.3.2 Merevítés az alkotóelemek közötti felületek merev anyaggal történő kitöltésével.

#1: Az alkotóelemek közötti mezők egy részének, vagy minden mezőnek bizonyos merevséggel rendelkező anyaggal való kitöltése egyrészt megakadályozza az elemek szögelfordulását, másrészt a kitöltés merevségének függvényében az addig rácsos szerkezet folyamatos héjként működik.

Fa szalaghéj esetében ez a mezők deszkázásával vagy táblás anyaggal való kitöltésével (rétegelt lemez), illetve szilárduló anyaggal (műanyag hab) érhető el.



#2: A merevítésre új megoldást jelenthet a rombuszmezők hézagos kitöltése lamellákkal. A mezőnként különböző, előre meghatározott méretű hézagok a szalaghálónak a kívánt alakra formálása közben összezáródnak, így a szalaghálót csak az előre meghatározott formára lehet alakítani. A kitöltő lamellák fixálása növeli a háló merevségét, és a fedőanyag fogadására is alkalmas.



### 3.8.3.3 Merevítés a harmadik irányú alkotók beépítésével.

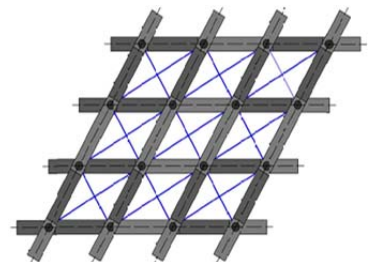
Az átlós elemek beépítése révén merev háromszögzépesű rácsszerkezet keletkezik. Ez megvalósítható akár húzott, akár nyomott elemekkel is.

A csak húzóerő felvételére alkalmas kötélzetet, emelés előtt vagy emelés után is beépíthetjük a szerkezetbe, de rögzítésére csak a végleges felületre való alakítás után kerülhet sor. A nyomóerőt is felvenni képes rudazat kialakítása történhet helyszínen szabott elemekkel, számított hosszúságú előzetesen legyártott elemekkel, hosszúkás furattal vagy lyuksorozattal ellátott, változtatható hosszúságú elemekkel.

#1: Szalaghéj merevítése harmadik irányú elemek (kötélzet vagy rudazat) beépítésével.

Ez a megoldás rácshéjak esetében általánosan használt, ugyanakkor statikailag hátrányosnak ítéltető, mert az ideális héjszerű viselkedés felületrács (adott esetben tensegrity) jellegűt ölthet.

A szalaghéjak esetében beépítése biztonsági célokból javasolt.

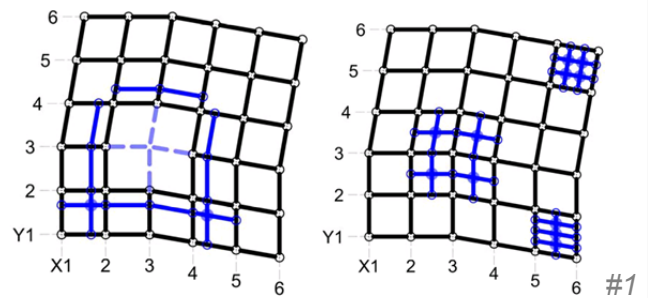


### 3.8.3.4 A merevség alakítása a ráctávolság változtatásával és kiegészítő elemek beiktatásával

Az alaphálózat tetszőlegesen ritkítható és sűrítendő, ennek célja lehet

- Statikai: rejtett perem- vagy belső gerenda létrehozása, kis görbületű helyen a rudak és a csomópontok igénybevételének csökkentése.
- Építészeti: nyílások kialakítása
- Épületszerkezeti: a fedés támaszközének csökkentése.

#1: Szalaghéj ritkítása és sűrítése másodlagos elemek beépítésével illetve elemek elhagyásával.



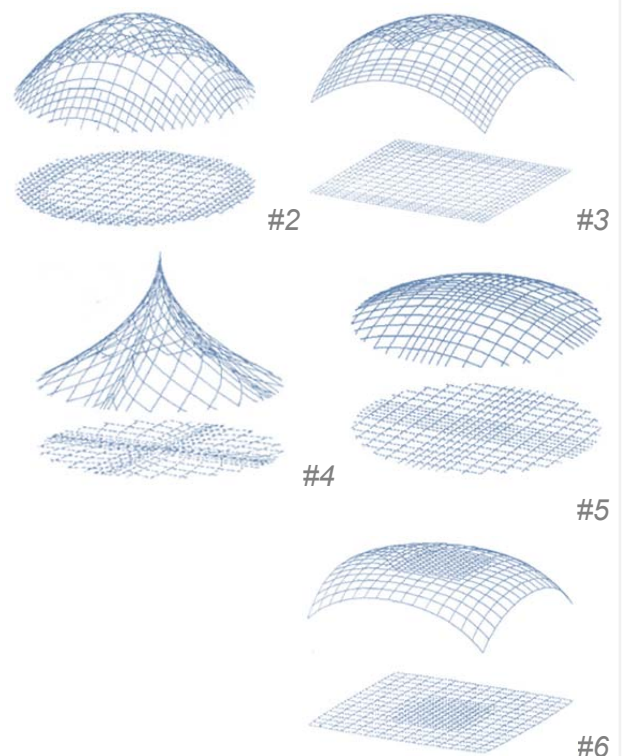
#2: Virtuális peremgerenda kialakítása a szélső hálózat sűrítésével, szinusz forgáshéj példáján.

#3: Rejtett peremgerenda kialakítása és az alátámasztási helyek megerősítése a szélső hálózat sűrítésével másodfokú forgáspároloid héj példáján.

#4: Rejtett merevítő gerenda függesztett, húzott szalaghéj esetében, inverz másodfokú forgáspároloid héj példáján.

#5: Rejtett merevítő gerenda létrehozása a hálózat sűrítésével nyomott szalaghéj esetében, forgáspároloid héj példáján.

#6: Lapos héj kis görbületű felületrészének megerősítése a hálózat sűrítésével, negyedfokú forgáspároloid héj példáján.



Jelentősen növeli a szalaghéj stabilitását a merev peremgerendával (például rétegelt-ragasztott fa peremgerendával) vagy peremkötézzel való szegélyezés.

A szalaghéj stabilitása, különösen a lokális terhekkel szembeni ellenállása nagymértékben növelhető a rudak fonást utánozó váltakozó elhelyezésével, így a helyi görbület növelésével, feszített kötélzettel, fonást utánozó alul-felül vezetett feszített kötélzettel.

A szalaghéj további tartószerkezettel kiegészítve mint másodlagos teherhordó szerkezet is előnyösen felhasználható (pl.: fa szalaghéj esetében rétegelt-ragasztott fa főtartók).

A szalaghéj teherbírását és stabilitását nem csak az alkotók szelvényének (vastagságának, szélességének, sőt esetleg anyagának) alkotónkénti változtatásával, de tetszőleges besűrítésével, esetleg ritkításával is növelhetjük, ezzel a szalaghéj alapvető jellege, szabad alakíthatósága nem változik.

### 3.8.4 Tételhatárolás

Az alkotók közötti tételhatárolás - hasonlóan a rácshéj szerkezethez - többféle kialakítású lehet, fajtáját a héj jellege határozza meg.

A szalaghéjak tetszőleges, de bizonyos mozgásokat elviselő héjalással láthatók el. (pl.: ponyva, átlátszó műanyag fólia, kiselemes akril- vagy plexi-, palafedés, fa zsindegy, cserép, bitumencserép stb.)

Tételhatárolás céljára előnyösen kihasználható a nem merev hálók - ponyvák, szövetek- a szalaghéjhoz hasonló azon tulajdonsága, hogy tetszőleges, nem zárt felületre gyűrődésmentesen illeszthetők.

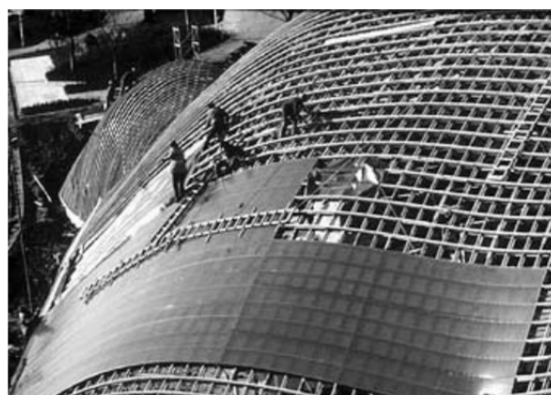
Analógiaként és példaként a meglévő rácshéjak fedései szolgálnak.

#1: The Weald and Downland Open Air Museum fedése deszkával. ( Singleton, Sussex, Anglia, Cullinans, Buro Happold, 2002) {Forrás: 22}

#2: A Mannheimi virág-világkiállítás fedése plexi lapokkal. (Mannheim, Mutschler, Frei Otto, Ove Arup, 1972.) {Forrás: 23}



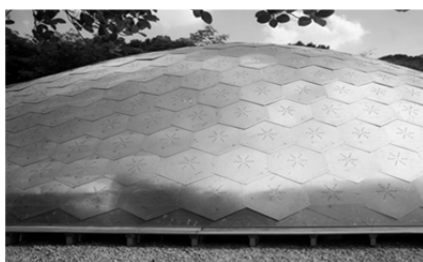
#1:



#2

#3: SUTD library pavilion fedése hatszögű elemekkel. (Dover Rd, Singapore, City Form Lab / Andres Sevtsuk, Raul Kalvo, ARUP, 2013) {Forrás: 24}

#4: Solidays music festival fedése ponyvával. (Université Paris-Est, 2011) [JenT2013]



#3



#4

### 3.8.5 Emelési technológia

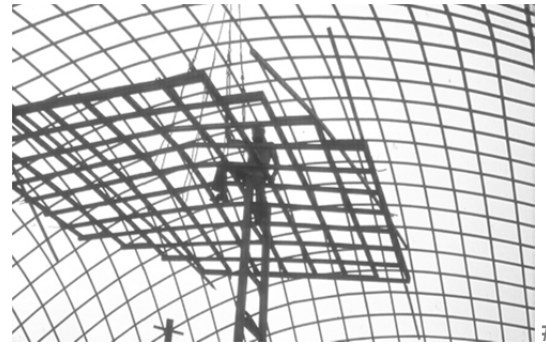
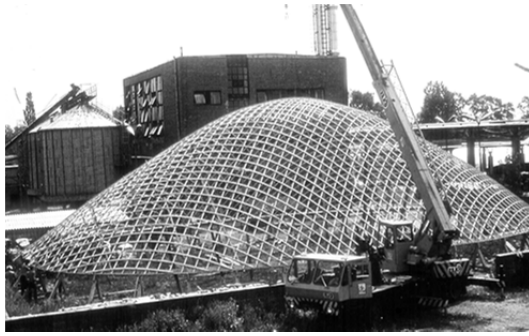
A szalaghéj emelése a rácshéj szerkezeteknél bevált módszerekkel történhet. Az állványzatról szerelés, a felülről csigasorral, daruval történő emelés mellett az alulról, hidraulikus emelőkkel történő emelés is elképzelhető. A csurgói rácshéj szerkezet emelésekor a megfogási pontok környezetében történt törések alapján emeléskor ideiglenes a vonal menti alátámasztás javasolható.

#1: A csurgói 36 méteres kupola emelése. {Forrás: NyME Építéstani Tanszék archívuma}

22 <http://www.wealddown.co.uk/Buildings/Downland-Gridshell>

23 [http://mackenzielauren.files.wordpress.com/2010/11/ass07\\_16nov2010\\_combinedfiles.pdf](http://mackenzielauren.files.wordpress.com/2010/11/ass07_16nov2010_combinedfiles.pdf)

24 <http://www.dezeen.com/2013/06/15/sutd-library-gridshell-pavilion-by-city-form-lab/>



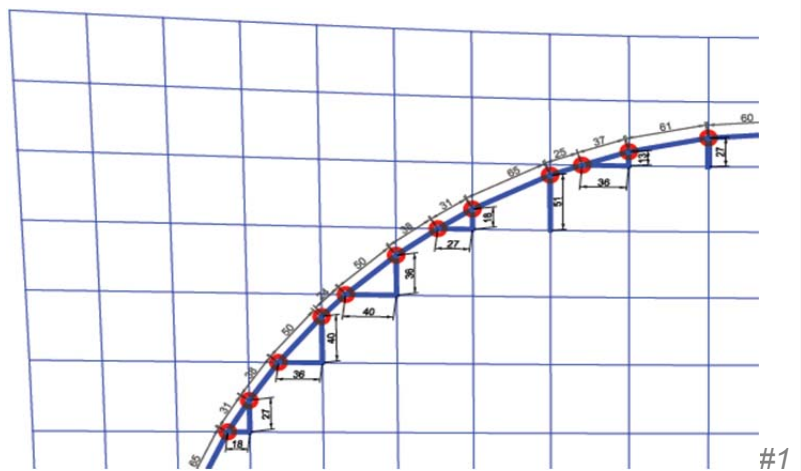
### 3.9 Modellkészítés

A dolgozathoz készült modellek habosított PVC lemezből készültek, az elemek 2 mm vastagságúak, a méretük 80 mm / 150 mm, a furattávolság (rácstávolság) 60 mm.

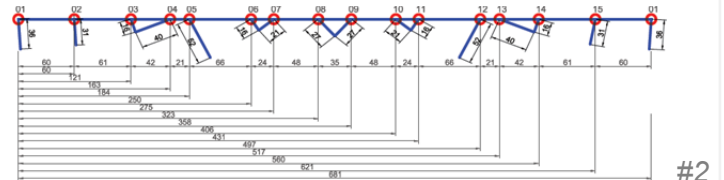
Három modell készült, egy 9 x 9 rácsozatú háló, egy 6 x 6 rácsozatú másodfokú forgáspárolid, valamint egy 16 x 16 rácsozatú forgásszinusz alakú.

A hálógenerálást követően a szabásrajzok CAD programban történtek.

#1: A forgásszinusz háló térbeli szabásrajzának részlete.



#2: A forgásszinusz háló szabásrajzának síkbeli kiterített rajzrészlete.





**Modellfotók:**

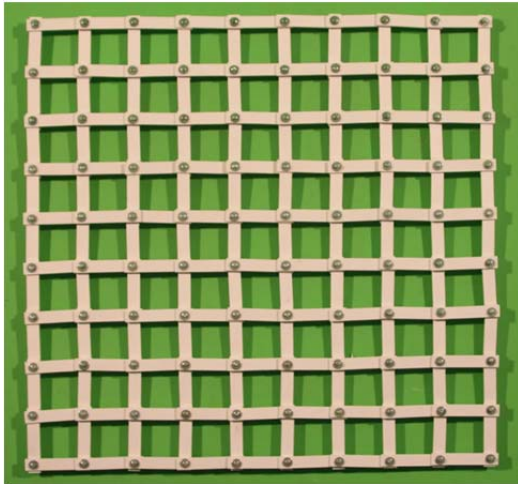
A szabad alakíthatóság modellezése egy rendezett mozgásra képes 9 x 9 osztásközű szalaghálón

#3: Az alapháló.

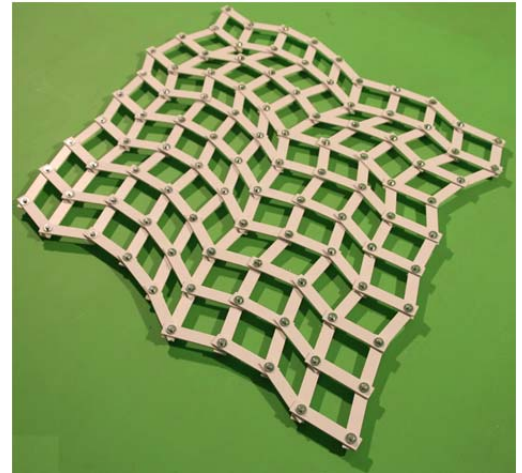
#4: Síkbeli mozgás: minden elem elmozdulása kiváltja az elemet tartalmazó sorokban és oszlopokban található elemek mozgását.

#5: Térbeli szabad alakíthatóság.

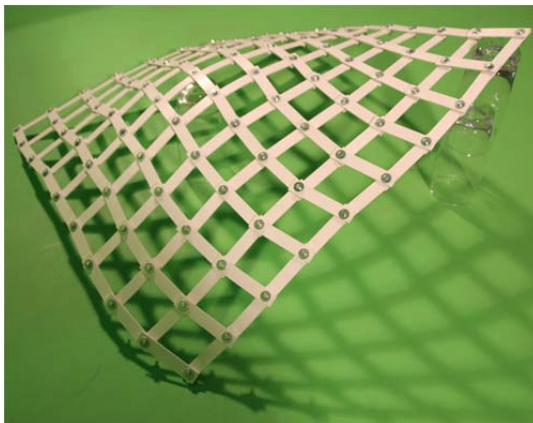
#6: Másodfokú forgáspároloid alakú szalagháló.



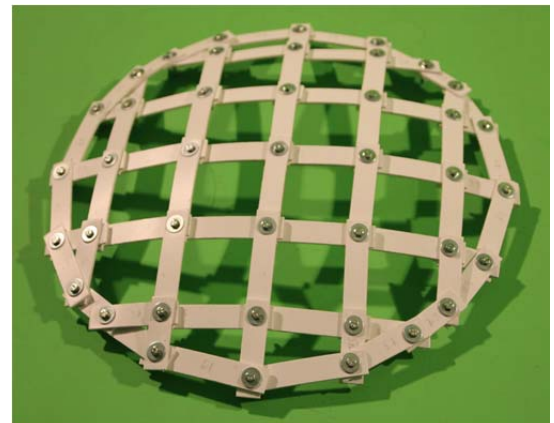
#3



#4

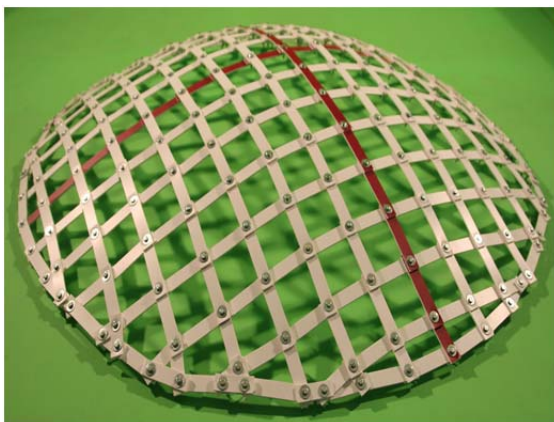


#5

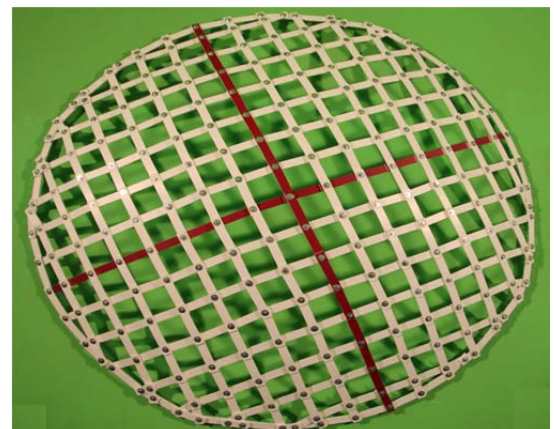


#6

#7, #8: Forgásszínusz alakú szalagháló a vezérgörbék jelölésével



#7



#8

## 4 Összefoglalás

Az elemes felületszerkezetek a építés teljes történetét végigkövetik, az első fonott és szőtt kunyhóktól, a jurtákon keresztül egészen a napjainkban épülő mérnöki szerkezetekig.

Az elemes felületszerkezetek építése az utóbbi évtizedekben különös lendületet kapott. A szakma figyelmét méltán keltették fel az amorf alakú rácshéj szerkezetek, az újrafogalmazott lamella tartós felületszerkezetek. Nem véletlen, hogy a világ legnagyobb építész- és statikus irodái (Frei Otto, Ove Arup, Norman Foster, Leonhardt, Julius Natterer, R. B. Fuller, Happold, stb.) is kitüntetett figyelemmel fordulnak e konstrukciók felé.

A Soproni EFE Építéstani Tanszéke 1975-ben vette fel kutatási tervébe a rácshéj szerkezetek vizsgálatát, a kutatás Dr. Kubinszky Mihály vezetésével, Dr. Somfalvi György és Józsa Béla részvételével kezdődött. A szerző 1983-ban kapcsolódhatott be a kutatási munkába. Csurgón, a SEFAG közreműködésével 1978-ban, 1981-ben, és 1983-ban épültek rácshéjak, ezek tanulságait levonva került a szerző által kifejlesztésre és szabadalmaztatásra a szalaghéj szerkezet.

A szalaghéj szerkezetben rejlő, és mindmáig teljesen kiaknázatlan lehetőségek indokolták a szerkezet alaposabb elemzését és továbbfejlesztését.

Az elemes felületszerkezetek **elemzése és osztályozása** alapvető fontosságú ezen szerkezetek belső logikájának megértése, valamint új konstrukciók kifejlesztése szempontjából.

A szerző által kifejlesztett, és a dolgozatban részletesen ismertetett **elemes szalagháló** szempontjából a rombuszhálók - kétirányú diszkrét alkotókból álló hálók, ahol alkotóirányba eső rudak tengelyvonalai a héj középfelületének görbe síkú koordinátarendszerében oszloponként és soronként párhuzamosak - vizsgálata alapvető jelentőségű. A kifejlesztett kódrendszer elősegíti a rombuszhálók (szőtt- és fonott szerkezetek, gerendarácsok, rácshéjak, szalaghéj, lamellahéj, stb.) osztályozását és szerkezeti logikájának megértését.

A **szalaghálók kinematikai rendszerezésével** a szalaghálók kétszeresen görbült felületté alakításának lehetősége ítélnélhető meg.

A szerző által kifejlesztett **elemes szalagháló szerkezet** - ahol a háló egyes diszkrét elemeinek hossza az egymás mellett lévő csomópontok távolságát csak kis mértékben haladja meg -, elődjéhez, a vele összehasonlított rácshéj szerkezethez képest **jelentős előnyökkel** rendelkezik.

- Formára alakítása könnyebb.
- Rögzített állapotában merevebb.
- Csomópontok gyengítése a furatok által lényegesen kisebb.
- Elkészítéséhez a nagy hosszúságú elemekkel szemben rövid elemek készülnek.
- A felhasznált anyaggal szembeni minőségi követelmény lényegesen alacsonyabb.

Az elemes szalagháló elemei – hasonlóan a rácshéjhoz – szabadon sűrítethetők és ritkíthatóak, kiegészítve avval a kedvező tulajdonsággal, hogy az alkotók keresztmetszeti méretei akár rácsontról rácsontra változtathatóak.

A geometriai vizsgálatok során bizonyítást nyert a **másodfokú paraboloid** felület kitüntetett helyzete, mert

- Alakja statikai szempontból kedvező, hiszen az önsúlyterhelésre ideálisnak tekinthető kötélgörbét, a paraboloid felület pedig a lánccelületet nagy mértékben közelíti.
- Egyedülálló tulajdonsága, hogy kétszer görbült felülete ellenére egyenes vezérgörbék esetén az alkotók alaprajzi vetülete egyenes marad, amely nagy szerkesztési és kivitelezési előnyt jelent.
- Egyedülálló tulajdonsága, hogy kétszer görbült felülete ellenére az alkotók csavarodásmentesnek tekinthetők.

A kutatás során megállapítást nyert, hogy **keresztirányú kötélzettel** az elemes szalaghéj alakváltozása nagymértékben csökkenthető, teherbírása növelhető.

Az elemes szalagháló **kivitelezése** és **épületszerkezeti részletei** a rácshéjhoz analóg módon oldhatóak meg. Az elemek kis mérete jelentős előnynek tekinthető.

## 5 Tézisek

### 1. Tézis

#### **A rombuszhálók kinematikai kódjának megalkotása révén ezek osztályozása lehetővé válik.**

Rombuszhálók alatt azokat a kétirányú diszkrét alkotókból álló hálókat értve, ahol alkotóirányba eső rudak tengelyvonalai - a héj középfelületének görbe felületű koordinátarendszerében - oszlopként és soronként párhuzamosak.

A rombuszhálók kinematikai osztályozására megalkotott kódrendszer nagy jelentőségű a különböző rombuszhálók (szőtt- és fonott szerkezetek, gerendarácsok, rácsháják, szalaghéj, lamellahéj, stb.) szerkezeti logikájának megértése szempontjából.

A megalkotott A - B1B2B3 - C1C2C3- - D1D2D3 kód az alkotók

- csomópontbeli folytonossága (A)
- az alkotóelemek jellemző meghajlítási- és csavarodási merevségének (B1B2B3),
- az alkotóelemek csomópontbeli elfordulási lehetőségének (C1C2C3), valamint
- az alkotóelemek csomópontbeli elmozdulási lehetőségének (D1D2D3) függvényében

kerül meghatározásra, és leírja a rombuszhálók egyes szerkezettípusait.

### 2. Tézis

#### **A szalaghálók kinematikai vizsgálata és rendszerezése (a héjalkotás szem-pontjából jelentős, ennek) során megállapítható, hogy mely szerkezetekből lehetséges egyszer-, és melyekből kétszer görbült (szabad formájú) szerkezetet létrehozni.**

A szalaghálók a rombuszhálók részhalmaza, ahol az alkotók merevsége a háló síkjában lényegesen nagyobb, mint a háló síkjára merőlegesen.

A szalaghálók kinematikai vizsgálata és rendszerezése a héjalkotás szempontjából jelentős, ennek során megállapítható, hogy mely szerkezetek lehetséges egyszer görbült és kétszer görbült (szabad formájú) szerkezetet létrehozni.

- Rendezett mozgásra képes szalaghálók
- Rendezetlen mozgásra képes szalaghálók
- Korlátozott mozgásra képes szalaghálók
- Mozgásra nem képes szalaghálók

### 3. Tézis

#### **A szerző által leírt elemes szalagháló a vele összehasonlítható rácshéj szerkezethez képest jelentős előnyökkel rendelkezik.**

Elemes szalagháló alatt a szalaghálók azon részalmaza értendő, ahol a háló egyes diszkrét elemeinek hossza az egymás mellett lévő csomópontok távolságát csak kis mértékben haladja meg.

A dolgozat szerzője által kifejlesztett szerkezet egy alapvetően új konstrukciónak tekinthető, amely a hozzá legközelebb álló, általánosan használt, és vele összehasonlítható rácshéj szerkezettel szemben számos előnnyel rendelkezik:

- Formára alakítása könnyebb, mert nem merevített állapotában lényegesen lágyabb
- Rögzített állapotában merev héjként viselkedik
- Csomópontok gyengítése a furatok által lényegesen kisebb
- Elkészítéséhez a nagy hosszúságú elemekkel szemben rövid elemek készülnek
- A felhasznált anyaggal szembeni minőségi követelmény lényegesen kisebb

### 4. Tézis

#### **Az affin másodfokú paraboloid felület a rombuszhálók, de különösen az elemes szalaghálók esetében különös előnyökkel rendelkezik.**

Zárt függvényformában megadott, különböző affin forgás-, translációs- és konoid felületet vizsgálva egyértelmű a az affin másodfokú paraboloid felület kitűntetett helyzete:

- Kétszer görbült felülete ideális héjak készítésére, mert másodfokú parabola az az önsúlyterhelésre ideálisnak tekinthető kötélgörbét, a paraboloid felület pedig a láncfelületet nagy mértékben közelíti
- A vizsgált kétszer görbült felület közül az egyetlen, ahol az alkotók alaprajzi vetülete egyenes, amely nagy szerkesztési és kivitelezési előnyt jelent
- A vizsgált kétszer görbült felület közül az egyetlen, ahol az alkotók csavarodás mentek tekinthetőek.

## 6 Irodalomjegyzék

- [AntA2009] ANTÓN A.; MEIJIDE A.G. und CORBAL J.J. (2009.): *Timber roof structure for outdoor auditorium in Parque Paraíso, San Blas [Madrid]*. Valencia: Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures [IASS] Symposium.
- [BarG1978] Barna G. und Reimholz P.. (1978.): *Környezetünk "folyási határa"*. Magyar Építőművészet.
- [BecM2009] Beckh M. und Barthel R. (2009.): *The First Doubly Curved Gridshell Structure - Shukhovs Building for the Plate Rolling Workshop in Vyksa*. Proceedings of the Third International Congress on Construction History, Cottbus: TU München, Germany.
- [BiaC2008] Biagio D.C. (2008.): *The Woodesn Roofs of Leonardo and New Structural Research*. Nexus Network Journal. 10/1.
- [BmH1969a] (1969.): *Größte Holzkuppel der Welt für ein Universitäts - Sportzentrum*. Bauen mit Holz, 8/1969.
- [BmH1999] Bauen mit Holz 3. (Hg.) (1999.): *Brettruppen für 500 m2 Kuppel*.
- [BogW2005] Bogusch D.W. (2005.): *Kugelförmige Holzhalle als Umfeld für heilende Schwingungen – Kuppel-Therapie*. Holzbau Magazin.
- [BrüM2002] Brüggemann M. (2002.): *Wellenritt - Toscana-Therme in Bad Sulza*. DBZ Deutsche Bauzeitschrift 2002/2.
- [BurR2008] Burkhardt R.W. (2008.): *A Practical Guide to Tensegrity Design*. Cambridge.
- [BütO1970] Büttner O. und Stenker H. (1970.): *Metalleichtbauten Band 1*. Berlin: VEB Verlag für Bauwesen.
- [BütO1977] Büttner O. und Hampe E. (1984.): *Bauwerk, Tragwerk, Tragstruktur*. Berlin: VEB Verlag für Bauwesen.
- [CapM2011] Capone M. (2011.): *The increasingly strong link between 3D modeling and automated manufacturing*. Venice, Italy: International conference on Innovative Methods in Product Design 2011.
- [CarJ2012] Caron J.-F.; Baverel O.; Tayeb F. et al. (2012.): *Gridshells in composite materials*. Physical Review E 22, 3 2012.
- [DalM1987] Dalmy D.D. (1987.): *Szakértői vélemény a "Fekete Z. Rúdelemekből kialakított görbült felületű szalagháló szerkezet" című 880/86 alapszámú szabadalmi bejelentéshez iparjogvédelmi szempontok alapján*. Budapest.
- [DenB2011] Deng B. (2011.): *Special Curve Patterns for Freeform Architecture*. Technischen Universität Wien.
- [DivF2000] Divos F.; Batki K.; P. G. et al. (2000.): *The Dom Project*. Proceedings of the 12th International Symposium on Nondestructive Testing of Wood University of Western Hungary.
- [DivF2002] Divós F.; Csóka L.; Szalai L. et al. (2002.): *Fűrészáru szilárdság szerint történő osztályozása és gyakorlati alkalmazása*. Budapest: Faipar.
- [DouC2006] Douthe C.; Baverel O. und Caron J.F. (2006.): *Form-finding Of A Grid Shell In Composite Materials*. Journal of the International Association for shell and spatial Structures, 2006.

- [DuvS2008] Duvernoy S. (2008.): *Leonardo Da Vinci - Architecture and mathematics*. Springer, Nexus Network Journal 10/1.
- [EkeZ2010] Eke Z. (2010.): *A fa építészeti szerepe a világkiállítások pavilon építészetében az ezredforduló expo-i kapcsán*. Sopron: Doktori értekezés, NYME.
- [FekZ1986A] Fekete Z. (1986.): *Fa rácshéjak geometriai tervezése számítógépes eljárással*. Sopron: Erdészeti és Faipari Tudományos Közlemények.
- [FekZ1986B] Fekete Z. (1986.): *Rúdelemekből kialakított görbült felületű szalagháló szerkezet*. Sopron: Szabadalmi leírás.
- [FekZ1990A] Fekete Z. (1990.): *A fa szalaghéj szerkezet, Doktori értekezés*. Sopron: Nyugat-Magyarországi Egyetem.
- [FekZ1990B] Fekete Z. (1990.): *Geometrie und Grafik*. Haar bei München: Markt & Technik Verlag, ISBN: 3890901239, ISBN: 9783890901237.
- [FekZ1990C] Fekete Z. (1991.): *Grafische toepassingen*. Groningen: Markt & Technik Verlag, ISBN 9071677885 , ISBN 9789071677885.
- [FerS2008] Ferchner S. (2008.): *Glatte Schale und Rautenfachwerk*. Holzbau-Austria 2008/6.
- [FleM2011] Fleischmann M. und Menges A. (2011.): *A Case Study of Multi-disciplinary Collaborative Computational Design*. Computational Design Modelling, Proceedings of the Design Modelling Symposium. Aufl. Berlin: Springer.
- [GeiV2013] (2013.): *Geier Völlger Architekten Gbr*. <http://geier-voellger.de/projektubersicht/>, zuletzt geprüft am 11.12.2013.
- [GutG1996] Gutdeutsch G. (1996.): *Building in Wood Construction and Details*. Birkhauser Verlag.
- [HarR2003] Harris R.; Kelly O. und Dickson M. (2003.): *Mehrlagige Gitterschale*. DBZ Deutsche Bauzeitschrift, 8/2003.
- [HarR2004] Harris R.J.L..D.M.G.T.K.O.J..R.J. (2004.): *The Use Of Timber Gridshells For Long Span Structures*. Proceedings of the World Conference on Timber Engineering ,WCTE.
- [HarR2008] Harris R..H.S..R.J. (2008.): *The Savill Garden Gridshell Design and Construction*. The Structural Engineer.
- [HueS2007] Huerta S. (2007.): *Oval Domes: History, Geometry and Mechanics*. Turin: Nexus Network Journal Vol.9, Kim Williams Books.
- [JawP2006] Jaworski P.L. (2006.): *Using simulations and artificial life algorithms to grow elements of construction*. University College London.
- [JenT2013] Jensen T.-J.; Baverel O. und Douthe C. (2013.): *Morphological and mechanical investigation of interconnected gridshells*. International Journal of Space Structures 28.
- [KopJ2011] Koppitz J.-P.; Quinn G.; Schmid V. et al. (2011.): *Metropol Parasol - Digital Timber Design*. Springer-Verlag.
- [KovF2004] Kovács F. (2004.): *Symmetry-adapted mobility and stress analysis of spherical and polyhedral generalised bar-and-joint structures*. Budapest: BME, Konzulens: Tarnai Tibor.
- [KovG1952] Kovelman G.M. (1954.): *Vladimir Grigorievics Suchov, der grösste russische Ingenieur 1853-1939*. Moskva: Trudy po istorii tehniki, 1952., Akademiya nauk SSSR.

- [Krel1983] Kreibich R.E. (1983.): *Ein gigantischer Kuppelneubau im amerikanischen Nordwesten*. Bauen mit Holz 1983/1 22-23.
- [KuiM2009] Kuijvenhoven M. (2009.): *A design method for timber grid shells*. Delft: Delft University of Technology.
- [LasG1988] László G. (1988.): *Árpád népe*. Budapest: Helikon.
- [LauA2002] Lauber A. (2002.): Neue Messe Rimini – Zollinger in Italien. *Bauen mit Holz*, 2.
- [LázK2009A] Lázár K. (2009.): *Orvosbiológiai textilanyagok*. Budapest: Nemzeti Kutatási és Technológiai Hivatal.
- [LázK2009B] Lázár K. (2009.): *Kötött műszaki textiliák*. Budapest: Nemzeti Kutatási és Technológiai Hivatal.
- [MrkK2006] Mrkonjic K. (2006.): *Autonomous Lightweight Houses: Learning from Yurts, PLEA2006* -. Geneva, Switzerland: The 23rd Conference on Passive and Low Energy Architecture.
- [MrkK2007] Mrkonjic K. (2007.): *Environmental Aspects of Use of Aluminium for Prefabricated Lightweight Houses: Dymaxion House Case*. Hanoi Architectural University, Vietnam: , International Conference on Sustainable Architectural Design and Urban Planning.
- [MülC1998] Müller C. (1998.): *Entwicklung des Holzleimbaues unter besonderer Berücksichtigung der Erfindungen von Otto Hetzer*. Bauhaus-Universität Weimar.
- [NatJ2000B] Natterer J. (2000.): *Fast alles ist möglich - Expodach, Hannover*. Fachmagazin architektur, 2000/7.
- [OttF1974] Otto F.; Tange K.; Hennicke J. et al. (1974.): *Gitterschalen*. Stuttgart: Universität Stuttgart, Institut für Leichte Flächentragwerke.
- [OxmR2010] Oxman R. und Oxman R. (2010.): *The new structuralism design, engineering and architectural technologies*. Architectural Design, Volume 80, The New Structuralism.
- [PelJ1959A] Pelikán J.D. (1959.): *Tartószerkezetek*. Budapest: Tankönyvkiadó.
- [PelJ1959B] Pelikán J.D. (1963.): *Hártyaszerkezetek*. Budapest: Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalat.
- [PelJ1968] Pelikán J.D. (1968.): *Szerkezettervezés*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.
- [PelJ1971] Pelikán J.D. (1971.): *Statika*. Budapest: Tankönyvkiadó.
- [PelJ1972] Pelikán J.D. (1972.): *Szilárdságtan*. Budapest: Tankönyvkiadó.
- [PruP1990] Prusinkiewicz P. (1990.): *The Algorithmic Beauty of Plants*. New York: Springer-Verlag.
- [RalS1969A] Ralston A. (1969.): *Bevezetés a numerikus analízisbe*. Műszaki Könyvkiadó.
- [RicD2008] Richeson D.S. (2008.): *Eulers Gem - The Polyhedron Formula and the Birth of Topology*. Princeton University Press.
- [SchA2009] Schiftner A.; Höbinger M.; Wallner J. et al. (2009.): *Packing circles and spheres on surfaces ACM SIGGRAPH conference proceedings*. New York: SIGGRAPH Asia '09 ACM papers, Article No. 139, ACM.
- [SieA1982A] Siebert A. (1982.): *Das Rautenflechtwerk als Konstruktionsvariante zu dem herkömmlichen Lamellen-System*. Bauen mit Holz, 2 / 82.
- [SieA1982B] Siebert A. (1982.): *Rautenflechtwerke als Weiterentwicklung der Zollinger-Lamellen-Bauweise*. Bauen mit Holz, 1982/2.

- [SieA1986] Siebert A. (1986.): *Rautenflechtwerke DB*. Deutsche Bauzeitung 1986/6.
- [SisM2013] Sistaninia M.; Hudert M.; Humbert L. et al. (2013.): *Experimental and numerical study on structural behavior of a single timber Textile Module*. Engineering Structures Vol.46.
- [SorC2007] Sorrivas C.B. und Gómez F.C. (2007.): *Wood structure for the roof of an outdoor auditorium in El Paraíso park at San Blas*. Madrid: Informes de la Construcción, 59/2007.
- [StrL2008] Strommer L. (2008.): *Történeti boltozati formák geometriai elemzése, és ábrázolása a CAD eszközeivel*. Budapest: Budapest University of Technology and Economics.
- [SzaJ1974] Szabó J. und Kollár L. (1974.): *Függőtétők számítása*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.
- [SzaP2010] Szabó P. (2010.): *Szabadon formált felületek a faépítészetben*. Magyar Asztalos és Faipar, 2010. 3. sz.
- [TaiA2003] Song-Ching T.A. (2003.): *Design For Assembly - A Computational Approach To Construct Interlocking Wooden Frames*. National Taiwan University.
- [TarT2008] Tarnai T. (2008.): *Gömbök és poliéderek mindennapjainkban*. Otka-magazin.
- [TibG2002] Tibert G. (2002.): *Deployable Tensegrity Structures for Space Applications*. Royal Institute of Technology Department of Mechanics.
- [TriJ2011] Trigueros J.A.; Zarza A.L.R. und Elías G.F.S. (2011.): *Leonardo's civil bridges*. Venice: IMProVe, International Conference on Innovative Methods.
- [UniS2013] (2013.).  
[http://portal.surrey.ac.uk/portal/page?\\_pageid=822,568927&\\_dad=portal&\\_schema=PORTAL](http://portal.surrey.ac.uk/portal/page?_pageid=822,568927&_dad=portal&_schema=PORTAL),
- [VesP2008] Vesna P.-R. (2008.): *Perception of Order and Ambiguity in Leonardo's Design Conteps*. Nexus Network Journal 10/1.
- [WeiY2010] Weinand Y. und Hudert M. (2010.): *Timber Fabric - Applying Textile Principles on a Building Scale*. Architectural Design, Volume 80, The New Structuralism.
- [WeIM2010] Weller M. (2010.): *Form-Finding, Force and Function*. University of Washington, Department of Architecture.
- [XiaY2007] Xiaobing Y. (2007.): *Bamboo: Structure and Culture*. Duisburg-Essen: Universität.



## 7 Publikációs- és tevékenységjegyzék

### Publikációk:

Fekete Zoltán: Rúdelemekből kialakított görbült felületű szalagháló szerkezet, Szabadalmi leírás, Sopron, 1986.

Fekete Zoltán: Fa rácshéjak geometriai tervezése számítógépes eljárással, Erdészeti és Faipari Tudományos Közlemények, Sopron, 1986.2.141-152.

Fekete Zoltán: Geometrie und Grafik, Markt & Technik Verlag, München, 1990. – német nyelven

Fekete Zoltán: Grafische toepassingen, Markt & Technik Verlag, Groningen / Antwerpen, 1990. – holland nyelven

Dr. J. Borján – Z. Fekete – O. Oroszi: Factor analysis of a complete experiment Periodica Polytechnica Civil engineering Building materials – from experiment planning to aesthetics Budapest, Technical University, 1982. – angol nyelven

Fekete Zoltán: Hétvégi házak előregyártása Magyarországon, Magyar Építőipar, 1985. 3. sz.

A fa szalaghéj szerkezet, Doktori értekezés, Sopron, NYME, 1990.

### Egyéb publikációk:

Dr. Fekete Zoltán: Acad-Bau - objektumorientált építészprogram AutoCAD környezetben, CADvilág 2. évfolyam 3. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 1998.

Dr. Fekete Zoltán: A tető, ha objektum – objektumorientált tetőtervezés, CADvilág 2. évfolyam 4. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 1998.

Dr. Fekete Zoltán: Épületgépészet új köntösben, CADvilág 3. évfolyam 1. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 1999.

Dr. Fekete Zoltán: MuM Építészmodul az Architectural Desktophoz, CADvilág 4. évfolyam 1. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 2000.

Dr. Fekete Zoltán: A SOFiSTiK szerkezettervező programjai, CADvilág, 4. évfolyam 3. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 2000.

Dr. Fekete Zoltán: ProLignum – Belsőépítészet, bútortervezés, CADvilág 5. évfolyam 1. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 2001.

Láng Tamás – Dr. Fekete Zoltán: SOFiSTiK SlabDesigner – AutoCAD alapú méretezés, CADvilág 5. évfolyam 3. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 2001.

Láng Tamás – Dr. Fekete Zoltán: A statikai számítástól a vaskimutatásig, CADvilág 5. évfolyam 4. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 2001.

Hegy Pál – Dr. Fekete Zoltán: Létesítménygazdálkodás, CADvilág 5. évfolyam 5. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 2001.

Hegy Pál – Dr. Fekete Zoltán: Út és vasúttervezés AutoCAD alapon, CADvilág 6. évfolyam 1. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 2002.

Hegy Pál – Dr. Fekete Zoltán: Csatornahálózatok tervezése AutoCAD alapon, CADvilág 6. évfolyam 1. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 2002.

Dr. Fekete Zoltán: Hőtechnikai számítások egyszerűen, CADvilág 11. évfolyam 1. szám, CADvilág Lapkiadó Kft, Budapest 2007.

Láng Tamás – Dr. Fekete Zoltán: Integrált számítás és vasalásszerkesztés a SOFiSTiK program-csomagjaiban Mérnökújság, 2003.

Hegy Pál – Dr. Fekete Zoltán: Úthálózatok tervezése Autodesk alapon, Mélyépítés, Budapest 2004.

Hegy Pál – Dr. Fekete Zoltán: Csatornahálózatok tervezése AutoCAD alapon, Mélyépítés, Budapest 2004.

Láng Tamás – Dr. Fekete Zoltán: ProLignum a gyakorlatban Magyar Asztalos 2001.

Láng Tamás – Dr. Fekete Zoltán: ProLignum 3D – Belsőépítészet, bútortervezés Magyar Asztalos 2001.

Dr. Fekete Zoltán - Bruckner György: Hőtechnikai számítások az ArchiPHYSIK programmal, Építési spektrum, Budapest, 2007.

Tudományos diákköri dolgozatok:

A számítógépes perspektivikus geometria matematikai alapjai, 1976. BME Építőmérnöki Kar

Javaslat az általánosan használt matematikai statisztikai képletek javítására, 1977. BME Építőmérnöki Kar

## **BIM (Building Information Modeling) munkák:**

(Munkatársak: Láng Tamás, Bruckner György)

Lipeck, Oroszország, 2013.

Jégcsarnok szerkezeti- és végeelem modellje 80.000 m<sup>2</sup>

Multicsarnok szerkezeti- és végeelem modellje 100.000 m<sup>2</sup>

Uszoda szerkezeti- és végeelem modellje a 80.000 m<sup>2</sup>

Omán, Szálloda szerkezeti- és építészeti modell, 2013., 40.000 m<sup>2</sup>

Dubai, Kórház-szálloda szerkezeti modell, 2013., 140.000 m<sup>2</sup>

Katar, metróállomások, 2014-, szerkezeti modellek, 250.000 m<sup>2</sup>

## **Tervezési munkák:**

### **1980–1983. Győr-Sopron Megyei Tervező Iroda:**

Nagylózs - Szociális otthon, Konyha- étterem

Sopron – Jereván lakótelep alagútszalus lakóépületek (Társtervező: Vajda Géza)

Sopron - Deákkúti étterem (Társtervező: Hidasi Jenő, Jahoda Maja)

Mosonmagyaróvár - Gyógyszertár-társasház (Társtervező: Hidasi Jenő)

Fertőd – Gyógyszertár - szolgálati lakás (Társtervező: Hidasi Jenő)

Fertő tó - AFIT üdülő

Ágfalva - BM Határőr laktanya

### **1983–1988. Erdészeti- és Faipari Egyetem Építészeti Tanszék:**

Fertőrákos, Barlangszínház (Társtervező: Józsa Béla)

Sopron, Vashegy, Gloriette kilátó (Társtervező: Dr. Kubinszky Mihály)

### **1988-2003. Atalier Presoly, Wr.Neustadt, Ausztria:**

A felsorolt projektek nagy része team-munka keretében valósult meg

Irodavezetés, koordináció: Arch. Anton Presoly

Társtervező mindegyik projektnél: D.I. Gernot Leitgeb

Egyes projektekénél további társtervezők: Arch. Dirk Jäger, Arch. Thomas Neuhart

Belsőépítészeti tervezés: Arch. Ingrid De Fatico-Lang

Tervfeldolgozás: Atalier Presoly munkatársai

Statika, épületgépészet, technológiai tervezés: megbízott szakági tervezők

Kivonat azon projektekből, amelyek engedélyezési és kivitelezési tervei is elkészültek. Az épületek döntő többsége kivitelezésre is került.

Tulln – Állati hulladék feldolgozó

Wr.Neustadt - IZ Innovációs központ

Amstetten - Regionális Innovációs Központ

Berndorf - Regionális Innovációs Központ

Ternitz - Regionális Innovációs Központ  
Wr.Neustadt – Főiskola  
Wr.Neustadt – Főiskolai kollégium  
Wr.Neustadt – Idősek otthona  
Amstetten - Társasház 73 lakás  
Bromberg – Társasház 28 lakás  
Gaweinstal – Társasház 99 lakás  
Geras – Társasház 18 lakás  
Gföln Steinweg - Társasház 44 lakás  
Hart - Társasház 90 lakás  
Hollabrunn Schmiedgasse - Társasház 76 lakás  
Hollabrunn Schmiedgasse - Sorház 5 lakóegység  
Horn Zwettlerstrasse - Társasház 30 lakás  
Horn Frauenhofnerstrasse - Társasház 32 lakás  
Horn Steinbruchstrasse - Társasház 30 lakás  
Horn Hopfengartenstrasse (Steinhof) - Társasház 64 lakás  
Krems Weinzierl - Társasház 82 lakás  
Laa a.d. Thaya - Társasház 84 lakás  
Orth - Társasház 56 lakás  
Pottschach – Sorház 4 lakóegység  
Rannersdorf – Sorház 32 lakóegység  
Rannersdorf – Társasház 27 lakás  
Reichenau - Társasház 21 lakás  
Rodingersdorf - Társasház 18 lakás  
Scheiblingkirchen - Társasház 33 lakás  
Schwechat Sendnergasse - Üzlet, Társasház 31 lakás  
Schwechat Humbergerstrasse - Társasház 29 lakás  
Semmering - Társasház 34 lakás  
Stockerau - Társasház 43 lakás  
Stockerau - Sorház 4 lakás  
Ternitz Mautweg - Társasház 45 lakás  
Ternitz Mautweg - Sorház 11 lakóegység  
Thaya - Társasház 12 lakás  
Waidhofen a.d. Thaya - Társasház 45 lakás  
Wilhelmsburg – Sorház 14 lakás  
Wr.Neustadt Ausstellungsgelaende – Üzlet, Társasház 145 lakás  
Wr.Neustadt Ausstellungsgelaende – Sorház 7 lakóegység  
Wr.Neustadt Molkereigründe – Társasház 90 lakás  
Wr.Neustadt Breitenauersiedlung - Társasház 56E, Sorház 9 lakás  
Zistersdorf – Üzlet 1E, Társasház 34 lakás  
Zwettl - Társasház 93 lakás

## 8 Melléklet

### M 3.3.1 Zárt függvényalakban definiált szalaghéjak

#### M 3.3.1.1 Forgásfelületek

##### M 3.3.1.1.1 Másodfokú parabola vezérgörbájű forgásfelület

A felület egyenlete és parciális deriváltja:

$$F_z(r) = -c * (r^2/a^2) + c$$

$$F_{zr}(r) = -2 * c * r/a^2$$

Affin transzformált felület és parciális deriváltjai:

$$F_z(x, y) = -c * (x^2/a^2 + y^2/b^2) + c$$

$$F_{zx}(x, y) = -2 * c * x/a^2$$

$$F_{zy}(x, y) = -2 * c * y/b^2$$

##### M 3.3.1.1.2 Negyedfokú parabola vezérgörbájű forgásfelület

A felület egyenlete és parciális deriváltja:

$$F_z(r) = -c * (r^2/a^2)^2 + c$$

$$F_{zr}(r) = -4 * c * r * (r^2/a^4)$$

Affin transzformált felület és parciális deriváltjai:

$$F_z(x, y) = -c * (x^2/a^2 + y^2/b^2)^2 + c$$

$$F_{zx}(x, y) = -4 * x * c/a^2 * (x^2/a^2 + y^2/b^2)$$

$$F_{zy}(x, y) = -4 * y * c/b^2 * (x^2/a^2 + y^2/b^2)$$

##### M 3.3.1.1.3 Másodfokú reciprok parabola vezérgörbájű forgásfelület

A felület egyenlete és parciális deriváltja:

$$F_z(r) = -c * (r^2/a^2)^{(1/4)} + c$$

$$F_{zr}(r) = -c * r/a^2/2 / (r^2/a^2)^{(3/4)}$$

Affin transzformált felület és parciális deriváltjai:

$$F_z(x, y) = -c * (x^2/a^2 + y^2/b^2)^{(1/4)} + c$$

$$F_{zx}(x, y) = -c * x/a^2/2 / (x^2/a^2 + y^2/b^2)^{(3/4)}$$

$$F_{zy}(x, y) = -c * y/b^2/2 / (x^2/a^2 + y^2/b^2)^{(3/4)}$$

##### M 3.3.1.1.4 Ellipszis vezérgörbájű forgásfelület

A felület egyenlete és parciális deriváltja:

$$F_z(r) = c * \sqrt{1 - r^2/a^2}$$

$$F_{zr}(r) = -c * r/a^2 / \sqrt{1 - r^2/a^2}$$

Affin transzformált felület és parciális deriváltja:

$$F_z(x, y) = c * \sqrt{1 - (x^2/a^2 + y^2/b^2)}$$

$$F_{zx}(x, y) = -c * x/a^2 / \sqrt{1 - (x^2/a^2 + y^2/b^2)}$$

$$F_{zy}(x, y) = -c * y/b^2 / \sqrt{1 - (x^2/a^2 + y^2/b^2)}$$

##### M 3.3.1.1.5 Szinusz vezérgörbájű forgásfelület

A felület egyenlete és parciális deriváltja:

$$F_z(r) = c * \cos \pi/2 * (r/a)$$

$$F_{zr}(r) = -c * \pi/2/a * \sin(\pi/2 * r/a)$$

Affin transzformált felület és parciális deriváltjai:

$$F_z(x, y) = c * \cos \left( \pi/2 * \sqrt{x^2/a^2 + y^2/b^2} \right)$$

$$F_{zx}(x, y) = -c * \pi * x/2/a^2 * \sin \left( \pi/2 * \sqrt{x^2/a^2 + y^2/b^2} \right)$$

$$F_{zy}(x, y) = -c * \pi * y / 2 / b^2 * \sin(\pi / 2 * \sqrt{x^2 / a^2 + y^2 / b^2})$$

### M 3.3.1.1.6 Függőleges tengelyű kúp forgásfelület

A felület egyenlete és parciális deriváltja:

$$F_z(r) = -c * r / a + c$$

$$F_{zr}(r) = -c / a$$

Affin transzformált felület és parciális deriváltjai:

$$F_z(x, y) = -c * \sqrt{x^2 / a^2 + y^2 / b^2} + c$$

$$F_{zx}(x, y) = -c * x / a^2 / \sqrt{x^2 / a^2 + y^2 / b^2}$$

$$F_{zy}(x, y) = -c * y / b^2 / \sqrt{x^2 / a^2 + y^2 / b^2}$$

## M 3.3.1.2 Transzlációs felületek

### M 3.3.1.2.1 Másodfokú parabola vezérgörbájű dongafelület, fekvő

$$G(x, y) \text{ síkgörbe: } x = a, z = -c * y^2 / b^2 + c$$

$$H(x, y) \text{ egyenes: } y = 0, z = c$$

A felület egyenlete és parciális deriváltjai:

$$F_z = -c * y^2 / b^2 + c$$

$$F_{zx} = 0$$

$$F_{zy} = -2 * y * c / b^2$$

### M 3.3.1.2.2 Ellipszis vezérgörbájű dongafelület, fekvő

$$G(x, y) \text{ síkgörbe: } x = a, z = c * \sqrt{1 - y^2 / b^2}$$

$$H(x, y) \text{ egyenes: } y = 0, z = c$$

A felület egyenlete és parciális deriváltjai:

$$F_z = c * \sqrt{1 - y^2 / b^2}$$

$$F_{zx} = 0$$

$$F_{zy} = -c * y / b^2 * \sqrt{1 - y^2 / b^2}$$

### M 3.3.1.2.3 Harmadrendű hiperbolikus paraboloid felület

A felület egyenlete és parciális deriváltjai:

$$F_z = f / a / b * x * y + F1 / a * x + F2 / b * y$$

$$F_{zx} = f / a / b * y + F1 / a$$

$$F_{zy} = f / a / b * x + F2 / a$$

## M 3.3.1.3 Konoid felületek

### M 3.3.1.3.1 Parabola vezérgörbájű konoid felület, fekvő

$$G(x, y) \text{ síkgörbe: } x = a, z = -c * (1 - y^2 / b^2)$$

$$E(x, y) \text{ egyenes: } y = 0$$

A felület egyenlete és parciális deriváltjai:

$$F_z = +c * x / a * (1 - y^2 / b^2)$$

$$F_{zx} = +c / a * (1 - y^2 / b^2)$$

$$F_{zy} = -2 * c * x * y / a / b^2$$

### M 3.3.1.3.2 Parabola vezérgörbájű konoid felület, álló

$$G(x, y) \text{ síkgörbe: } x = a, z = -c * (1 - y^2 / b^2)$$

$$E(x, y) \text{ egyenes: } x = 0$$

A felület egyenlete és parciális deriváltjai:

$$F_z = +c * (1 - a^2 * y^2 / b^2 / x^2)$$

$$F_{zx} = +2 * c * a^2 * y / b^2 / x^3$$

$$F_{zy} = -2 * c * a^2 * y^2 / b^2 / x^2$$

## M 3.4.1.1 Geometriai alapfogalmak és jelölések

### M 3.4.1.1.1 Kétdimenziós alapelemek

<b>Pont:</b>	$P = P[P.x, P.y]$	$P.x, P.y$ : P pont koordinátái
<b>Vektor:</b>	$V = V[V.x, V.y]$	$V.x, V.y$ : V vektor koordinátái
<b>Egyenes:</b>	$L = L[L.p, L.v]$ $L.p [L.p.x, L.p.y]$	$L.v [L.v.x, L.v.y]$ : L irányvektora L egy pontja
	L egyenes egyenlete: $\frac{X - L.p.x}{L.v.x} = \frac{Y - L.p.y}{L.v.y}$	
<b>Kör:</b>	$C = C[C.r, C.p]$	$C.r$ : C kör sugara $C.p [C.p.x, C.p.y]$ : C kör középpontja
	C kör egyenlete: $(X - C.p.x)^2 + (Y - C.p.y)^2 = C.r^2$	
<b>Ellipszis:</b>	$El = El[C.r, C.p]$	$C.r [C.r.x, C.r.y]$ : C ellipszis x és y irányú féltengelyei $C.p [C.p.x, C.p.y]$ : C ellipszis középpontja
	El ellipszis egyenlete: $\frac{(X - x)^2}{a^2} + \frac{(Y - y)^2}{b^2} = 1$	

### M 3.4.1.1.2 Háromdimenziós alapelemek

<b>Pont:</b>	$P = P[P.x, P.y, P.z]$	$P.x, P.y, P.z$ : P pont koordinátái
<b>Vektor:</b>	$V = V[V.x, V.y, V.z]$	$V.x, V.y, V.z$ : V vektor koordinátái
<b>Egyenes:</b>	$L = L[L.p, L.v]$	$L.v [L.v.x, L.v.y, L.v.z]$ : L egyenes irányvektora $L.p [L.p.x, L.p.y, L.p.z]$ : L egyenes egy pontja
	L egyenes egyenlete: $\frac{X - L.p.x}{L.v.x} = \frac{Y - L.p.y}{L.v.y} = \frac{Z - L.p.z}{L.v.z}$	
<b>Sík:</b>	$S = S[S.a, S.b, S.c, S.d]$	$S.a, S.b, S.c, S.d$ : S sík paraméterei
	S Sík egyenlete: $S.a * x + S.b * y + S.c * z + S.d = 0$	
$S = S[S.p, S.n]$		$S.n [S.n.x, S.n.y, S.n.z]$ : S sík normálvektora $S.p [S.p.x, S.p.y, S.p.z]$ : S sík egy pontja
<b>Kör:</b>	$C = C[C.r, C.p, C.n]$	$C.r$ : C kör sugara $C.p [C.p.x, C.p.y, C.p.z]$ : C kör középpontja $C.n [C.n.x, C.n.y, C.n.z]$ : C kör normálvektora
<b>Ellipszis:</b>	$El = El[El.r, El.p, El.n]$	$El.r [El.r.a, El.r.b]$ : El ellipszis féltengelyei $El.p [El.p.x, El.p.y, El.p.z]$ : El ellipszis középpontja $El.n [El.n.x, El.n.y, El.n.z]$ : El ellipszis sík normálvektora
<b>Gömb:</b>	$G = G[G.r, G.p]$	$G.r$ : G gömb sugara $G.p [G.p.x, G.p.y, G.p.z]$ : G gömb középpontja
	G gömb egyenlete: $(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2 = r^2$	

## M 3.4.2 Hálóillesztés zárt függvényalakban definiált felületre

### M 3.4.2.1 Hálóillesztés zárt függvényalakban definiált felületre nem-lineáris egyenletrendszerrel

#### M 3.4.2.1.1 Vezérpont számítása

A  $V_p = P[0,0]$  vezérpontot az  $F(x,y,z)$  héjfelületet leíró függvény, valamint az  $S_i$  és  $S_j$ , a vezérgörbét tartalmazó síkok ismeretében a

$$S_i.a * x + S_i.b * y + S_i.c * z + S_i.d = 0 \quad (S_i \text{ sík})$$

$$S_j.a * x + S_j.b * y + S_j.c * z + S_j.d = 0 \quad (S_j \text{ sík})$$

$$z = Fz(x, y) \text{ (héjfelület)}$$

metszéspontjaként határozhatjuk meg, ahol a nemlineáris egyenlet megoldása E. szerint történik. Amennyiben az  $S_i$  vezérsík az XZ koordinátasík, az  $S_j$  vezér sík az YZ koordinátasík, a számítás a

$$z = Fz(0,0)$$

egyenlet megoldására egyszerűsödik.

### M 3.4.2.1.2 „I” irányú vezérgörbén elhelyezkedő rácspontok számítása

P pontot  $P1 = P[i-1, j]$ , P-nek i irányú szomszédos rácspontja ismeretében az  $F(x, y, z)$  héjfelületet leíró függvény, az  $S_i$ , a vezérgörbét tartalmazó sík valamint a  $G1$ ,  $P1$  középpontú  $R1$  sugarú gömb közös metszéspontjaként határozhatjuk meg.

$$(x - P1.x)^2 + (y - P1.y)^2 + (z - P1.z)^2 = R1^2 \text{ (G1 gömb)}$$

$$S_i.a * x + S_i.b * y + S_i.c * z + S_i.d = 0 \text{ (S}_i \text{ sík)}$$

$$z = Fz(x, y) \text{ (héjfelület)}$$

$$R1 = R \text{ (rácstávolság)}$$

Behelyettesítve:

$$F1(x, y) = (x - P1.x)^2 + (y - P1.y)^2 + (Fz(x, y) - P1.z)^2 - R^2$$

$$F2(x, y) = S_i.a * x + S_i.b * y + S_i.c * Fz(x, y) + S_i.d = 0$$

$$\text{ahol: } F1(x, y) \rightarrow 0, F2(x, y) \rightarrow 0$$

$F1$  és  $F2$  x és y szerinti parciális deriváltjai:

$$F1_x(x, y) = 2 * (x - P1.x) + 2 * (Fz(x, y) - P1.z) * Fz_x(x, y)$$

$$F1_y(x, y) = 2 * (y - P1.y) + 2 * (Fz(x, y) - P1.z) * Fz_y(x, y)$$

$$F2_x(x, y) = S_i.a + S_i.c * Fz_x(x, y)$$

$$F2_y(x, y) = S_i.b + S_i.c * Fz_y(x, y)$$

Amennyiben az  $S_i$  vezérsík az XZ koordinátasík, a feladat egyszerűsíthető, ekkor P pontot  $P1 = P[i-1, j]$ , P-nek i irányú szomszédos rácspontja ismeretében az  $F(x, y, z)$  héjfelületet leíró függvény valamint a  $K1$ ,  $P1$  középpontú  $R1$  sugarú, XZ koordinátasíkban fekvő kör közös metszéspontjaként határozhatjuk meg, a nemlineáris egyenlet megoldása E. szerint történik.

$$(x - P1.x)^2 + (z - P1.z)^2 = R1^2 \text{ (K1 kör)}$$

$$z = Fz(x, y) \text{ (héjfelület)}$$

$$R1 = R \text{ (rácstávolság)}$$

Behelyettesítve:

$$F1(x, y) = (x - P1.x)^2 + (Fz(x, y) - P1.z)^2 - R^2$$

$$\text{ahol: } F1(x, y) \rightarrow 0$$

$F1$  x szerinti parciális deriváltja:

$$F1_x(x, y) = 2 * (x - P1.x) + 2 * (Fz(x, y) - P1.z) * Fz_x(x, y)$$

### M 3.4.2.1.3 „J” irányú vezérgörbén elhelyezkedő rácspontok számítása

P pont  $P2 = P[i, j-1]$ : P-nek j irányú szomszédos rácspontjának ismeretében az  $F(x, y, z)$  héjfelületet leíró függvény, az  $S_j$ , a vezérgörbét tartalmazó sík valamint a  $G2$ ,  $P2$  középpontú  $R2$  sugarú gömb közös metszéspontjaként határozható meg, a nemlineáris egyenlet megoldása E. szerint történik.

$$(x - P2.x)^2 + (y - P2.y)^2 + (z - P2.z)^2 = R2^2 \text{ (G2 gömb)}$$

$$S_j.a * x + S_j.b * y + S_j.c * z + S_j.d = 0 \text{ (S}_j \text{ sík)}$$

$$z = Fz(x, y) \text{ (héjfelület)}$$

$$R2 = R \text{ (rácstávolság)}$$

Behelyettesítve:

$$F1(x, y) = (x - P2.x)^2 + (y - P2.y)^2 + (Fz(x, y) - P2.z)^2 - R^2$$

$$F2(x, y) = S_j.a * x + S_j.b * y + S_j.c * Fz(x, y) + S_j.d = 0$$

$$\text{ahol: } F1(x, y) \rightarrow 0, F2(x, y) \rightarrow 0$$

$F1$  és  $F2$  x és y szerinti parciális deriváltjai:

$$F1_x(x, y) = 2 * (x - P2.x) + 2 * (Fz(x, y) - P2.z) * Fz_x(x, y)$$

$$F1_y(x, y) = 2 * (y - P2.y) + 2 * (Fz(x, y) - P2.z) * Fz_y(x, y)$$

$$F2\_x(x, y) = S_j \cdot a + S_j \cdot c \cdot Fz\_x(x, y)$$

$$F2\_y(x, y) = S_j \cdot b + S_j \cdot c \cdot Fz\_y(x, y)$$

Amennyiben az  $S_j$  vezérsík az YZ koordinátásík, a számítás egyszerűsíthető, a  $P2 = P[i, j-1]$ , P-nek j irányú szomszédos rácspontjának ismeretében a P pontot az  $F(x, y, z)$  héjfelületet leíró függvény valamint a  $K2$ ,  $P2$  középpontú  $R2$  sugarú, YZ koordinátásíkban fekvő kör közös metszéspontjaként határozható meg.

$$(y - P2.y)^2 + (z - P2.z)^2 = R2^2 \text{ (K2 kör)}$$

$$z = Fz(x, y) \text{ (héjfelület)}$$

$$R2 = R \text{ (rácstávolság)}$$

Behelyettesítve:

$$F1(x, y) = (y - P2.y)^2 + (Fz(x, y) - P2.z)^2 - R^2$$

$$\text{ahol: } F1(x, y) \rightarrow 0$$

F1 y szerinti parciális deriváltja:

$$F1\_y(x, y) = 2 * (y - P2.y) + 2 * (Fz(x, y) - P2.z) * Fz\_y(x, y)$$

### M 3.4.2.1.4 Általános helyzetű rácspontok számítása

$P1 = P[i-1, j]$ ,  $P2 = P[i, j-1]$ , P-vel i és j irányban szomszédos rácspontok ismeretében P pontot az  $F(x, y, z)$  héjfelületet leíró függvény valamint a  $G1$ ,  $P1$  középpontú  $R1$  sugarú gömb, és  $G2$ ,  $P2$  középpontú  $R2$  sugarú gömbök közös metszéspontjaként határozhatjuk meg, ahol a nemlineáris egyenletrendszer megoldása E szerint történik.

$$(x - P1.x)^2 + (y - P1.y)^2 + (z - P1.z)^2 = R1^2 \text{ (G1 gömb)}$$

$$(x - P2.x)^2 + (y - P2.y)^2 + (z - P2.z)^2 = R2^2 \text{ (G2 gömb)}$$

$$z = Fz(x, y) \text{ (héjfelület)}$$

$$R1 = R \text{ (rácstávolság)}$$

$$R2 = R$$

Behelyettesítve:

$$F1(x, y) = (x - P1.x)^2 + (y - P1.y)^2 + (Fz(x, y) - P1.z)^2 - R^2$$

$$F2(x, y) = (x - P2.x)^2 + (y - P2.y)^2 + (Fz(x, y) - P2.z)^2 - R^2$$

$$\text{ahol: } F1(x, y) \rightarrow 0, F2(x, y) \rightarrow 0$$

F1 és F2 x és y szerinti parciális deriváltjai:

$$F1\_x(x, y) = 2 * (x - P1.x) + 2 * (Fz(x, y) - P1.z) * Fz\_x(x, y)$$

$$F1\_y(x, y) = 2 * (y - P1.y) + 2 * (Fz(x, y) - P1.z) * Fz\_y(x, y)$$

$$F2\_x(x, y) = 2 * (x - P2.x) + 2 * (Fz(x, y) - P2.z) * Fz\_x(x, y)$$

$$F2\_y(x, y) = 2 * (y - P2.y) + 2 * (Fz(x, y) - P2.z) * Fz\_y(x, y)$$

### M 3.4.2.1.5 Nemlineáris egyenlet (egyenletrendszer) megoldása

Az ismert nemlineáris egyenlet (egyenletrendszer) megoldó eljárások közül a feladat megoldására a Newton-Raphson módszer [RalS1969A] került kidolgozásra, mert a módszert jellemzi, hogy a gyök közelében az iteráció konvergenciája gyors, így a számítási idő kevés. A feladatban a gyök jól becsűrhető, az iteráció kezdőértéke viszonylag pontos, mert belátható, hogy a keresett pont a szomszédos rácspontok rácstávolság sugarú környezetén belül található.



## M 3.4.3 Hálóillesztés zárt függvényalakban definiált felületre hibafelület minimumhelyének keresésével

### M 3.4.3.1 Vezérgörbe pontjainak számítása

A héjfelületet leíró  $F$  függvény, a  $V_{si}$  vezérsík valamint a vezérgörbe  $P_1 = P[i-1, j]$  rácspontjának ismeretében a vezér görbe további  $P = P[i, j]$  rácspontját az  $F_z$  felületen mozgó  $P_3$  pont  $H(P_3)$  hibafelületének minimumpontjaként határozhatjuk meg.

$H(x, y, z)$  hibát az  $I$  irányú vezérgörbe esetében abszolút hibák négyzetösszegeként a következők szerint definiálhatjuk:

$$H(P_3) = H_1(P_3)^2 + H_2(P_3)^2$$

$$\text{ahol: } H_1(P_3) = P_1P_3 - R, H_2(P_3) = P_1S - R$$

$$\text{ahol: } P_1P_3 \text{ a } P_1 \text{ és } P_3 \text{ pontok távolsága, } P_1S \text{ a } P_1 \text{ pont és } V_{si} \text{ vezérsík távolsága}$$

$J$  irányú vezérgörbe esetében értelemszerűen a  $V_{si}$  vezérsík helyett  $V_{sj}$ ,  $P_1 = P[i-1, j]$  helyett  $P_2 = P[i, j-1]$  értendő.

### M 3.4.3.2 Általános helyzetű rácspont számítása

A héjfelületet leíró  $F_z$  függvény, valamint a héjfelületen a keresett  $P$  rácsponttal  $I$  és  $J$  irányban szomszédos  $P_1 = P[i-1, j]$  és  $P_2 = P[i, j-1]$  rácspontjainak ismeretében  $P = P[i, j]$  rácspontot az  $F$  felületen mozgatott  $P_3$  pont  $H(P_3)$  hibafelületének minimumpontjaként határozhatjuk meg. (→ 3.4.2.b ábra)

$H(x, y, z)$  hibát az abszolút hibák négyzetösszegeként definiálhatjuk:

$$H(P_3) = H_1(P_3)^2 + H_2(P_3)^2$$

$$\text{ahol: } H_1(P_3) = P_1P_3 - R, H_2(P_3) = P_2S - R$$

$$\text{ahol: } P_1P_3 \text{ a } P_1 \text{ és } P_3 \text{ pontok távolsága, } P_2P_3 \text{ a } P_2 \text{ és } P_3 \text{ pontok távolsága}$$

### M 3.4.3.3 Hibafelület minimumhelyének keresése

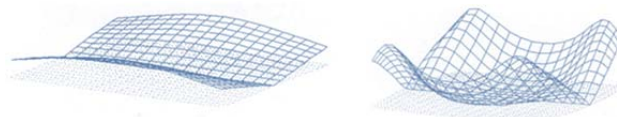
A fejezetben leírt rácspont keresési eljárás szükségessé tette felület lokális minimumkeresési eljárás kidolgozását, ami iterációval történik. A keresés felváltva  $XZ$  és  $YZ$  síkú felületmetszetek minimumhelyének keresésével, a minimumhely fokozatos behatárolásával történik. A felületmetszetek minimum helyének megkeresése kvadratikus interpolációval történik, három pontra illesztett másodfokú parabola minimumhelyét tekintve a közelítés újabb értékének. A szakirodalomban e módszernél gyorsabban és megbízhatóbb közelítő módszerek is találhatóak.

#1: Általános helyzetű rácspont hibafelületének részletei a két keresett minimumhellyel, mint lehetséges megoldásokkal Különböző szalaghéjak példáján.



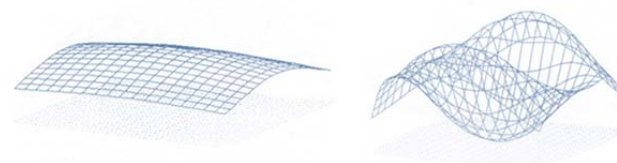
## M 3.6.6 Különböző felületű hálótartók görbületi viszonyai

#1: Másodfokú affin forgásparaboloid háló „l” irányú elemeinek érintősík irányú-, érintősíkra merőleges irányú görbülete és az elemek saját tengely körüli csavarodásának axonometrikus rajza.

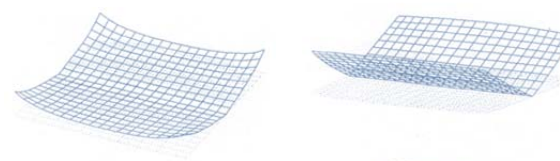


#2: Negyedfokú affin forgás paraboloid háló „l” irányú elemeinek érintősík irányú-, érintősíkra merőleges.

irányú görbülete és az elemek saját tengely körüli csavarodásának axonometrikus rajza.



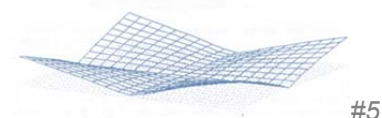
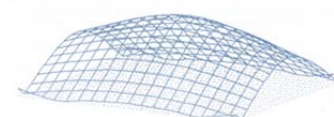
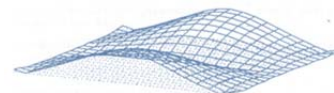
#3: Gömb háló „l” irányú elemeinek érintősík irányú-, érintősíkra merőleges irányú görbülete és az elemek saját tengely körüli csavarodásának axonometrikus rajza.



#4: Ellipszoid háló „l” irányú elemeinek érintősík irányú-, érintősíkra merőleges irányú görbülete és az elemek saját tengely körüli csavarodásának axonometrikus rajza.



#5: Affin forgás szinusz háló „l” irányú elemeinek érintősík irányú-, érintősíkra merőleges irányú görbülete és az elemek saját tengely körüli csavarodásának axonometrikus rajza.



## M 3.6.2 Mintafeladat adatai

### M 3.6.2.1 Felület alaphálózatának koordinátaértékei

Felület: Másodfokú affin forgáspároloid / A pozitív térnegyed értékei

Méretek: a = 9000 mm, b = 9000 mm, Magasság c = 3000 mm, Hálótávolság d= 1000 mm

	j	P.x mm	P.y mm	P.z mm
	0	0000.000	0000.000	3000.000
	0	1	0000.000	2962.963
	0	2	0000.000	2851.852
	0	3	0000.000	2666.667
	0	4	0000.000	2407.407
	0	5	0000.000	2074.074
	0	6	0000.000	1666.667
	0	7	0000.000	1185.185
	0	8	0000.000	0629.630
	0	9	0000.000	0000.000
	0	10	0000.000	-0703.704
	1	0	1000.000	2962.963
	1	1	1000.000	2925.926
	1	2	1000.000	2814.815
	1	3	1000.000	2629.630
	1	4	1000.000	2370.370
	1	5	1000.000	2037.037
	1	6	1000.000	1629.630
	1	7	1000.000	1148.148
	1	8	1000.000	0592.593
	1	9	1000.000	-0037.037
	1	10	1000.000	-0740.741
	2	0	2000.000	2851.852
	2	1	2000.000	2814.815
	2	2	2000.000	2703.704
	2	3	2000.000	2518.519
	2	4	2000.000	2259.259
	2	5	2000.000	1925.926
	2	6	2000.000	1518.519
	2	7	2000.000	1037.037
	2	8	2000.000	0481.481
	2	9	2000.000	-0148.148
	2	10	2000.000	-0851.852
	3	0	3000.000	2666.667
	3	1	3000.000	2629.630
	3	2	3000.000	2518.519
	3	3	3000.000	2333.333
	3	4	3000.000	2074.074
	3	5	3000.000	1740.741
	3	6	3000.000	1333.333
	3	7	3000.000	0851.852
	3	8	3000.000	0296.296
	3	9	3000.000	-0333.333
	3	10	3000.000	-1037.037
	4	0	4000.000	2407.407
	4	1	4000.000	2370.370
	4	2	4000.000	2259.259
	4	3	4000.000	2074.074
	4	4	4000.000	1814.815
	4	5	4000.000	1481.481
	4	6	4000.000	1074.074
	4	7	4000.000	0592.593
	4	8	4000.000	0037.037
	4	9	4000.000	-0592.593
	4	10	4000.000	-1296.296
	5	0	5000.000	2074.074
	5	1	5000.000	2037.037
	5	2	5000.000	1925.926
	5	3	5000.000	1740.741

5	4	5000.000	4000.000	1481.481
5	5	5000.000	5000.000	1148.148
5	6	5000.000	6000.000	0740.741
5	7	5000.000	7000.000	0259.259
5	8	5000.000	8000.000	-0296.296
5	9	5000.000	9000.000	-0925.926
5	10	5000.000	10000.000	-1629.630
6	0	6000.000	0000.000	1666.667
6	1	6000.000	1000.000	1629.630
6	2	6000.000	2000.000	1518.519
6	3	6000.000	3000.000	1333.333
6	4	6000.000	4000.000	1074.074
6	5	6000.000	5000.000	0740.741
6	6	6000.000	6000.000	0333.333
6	7	6000.000	7000.000	-0148.148
6	8	6000.000	8000.000	-0703.704
6	9	6000.000	9000.000	-1333.333
6	10	6000.000	10000.000	-2037.037
7	0	7000.000	0000.000	1185.185
7	1	7000.000	1000.000	1148.148
7	2	7000.000	2000.000	1037.037
7	3	7000.000	3000.000	0851.852
7	4	7000.000	4000.000	0592.593
7	5	7000.000	5000.000	0259.259
7	6	7000.000	6000.000	-0148.148
7	7	7000.000	7000.000	-0629.630
7	8	7000.000	8000.000	-1185.185
7	9	7000.000	9000.000	-1814.815
7	10	7000.000	10000.000	-2518.519
8	0	8000.000	0000.000	0629.630
8	1	8000.000	1000.000	0592.593
8	2	8000.000	2000.000	0481.481
8	3	8000.000	3000.000	0296.296
8	4	8000.000	4000.000	0037.037
8	5	8000.000	5000.000	-0296.296
8	6	8000.000	6000.000	-0703.704
8	7	8000.000	7000.000	-1185.185
8	8	8000.000	8000.000	-1740.741
8	9	8000.000	9000.000	-2370.370
8	10	8000.000	10000.000	-3074.074
9	0	9000.000	0000.000	0000.000
9	1	9000.000	1000.000	-0037.037
9	2	9000.000	2000.000	-0148.148
9	3	9000.000	3000.000	-0333.333
9	4	9000.000	4000.000	-0592.593
9	5	9000.000	5000.000	-0925.926
9	6	9000.000	6000.000	-1333.333
9	7	9000.000	7000.000	-1814.815
9	8	9000.000	8000.000	-2370.370
9	9	9000.000	9000.000	-3000.000
9	10	9000.000	10000.000	-3703.704
10	0	10000.000	0000.000	-0703.704
10	1	10000.000	1000.000	-0740.741
10	2	10000.000	2000.000	-0851.852
10	3	10000.000	3000.000	-1037.037
10	4	10000.000	4000.000	-1296.296
10	5	10000.000	5000.000	-1629.630
10	6	10000.000	6000.000	-2037.037
10	7	10000.000	7000.000	-2518.519
10	8	10000.000	8000.000	-3074.074
10	9	10000.000	9000.000	-3703.704
10	10	10000.000	10000.000	-4407.407

**M 3.6.2.2 A háló rácspontjainak koordinátaértékei**

Felület: Másodfokú affin forgáspároloid / A pozitív térnegyed értékei

Méretek: a = 9000 mm, b = 9000 mm, Magasság c = 3000 mm, Hálótávolság d= 1000 mm

i	j	P.x mm	P.y mm	P.z mm
0	0	0000.000	0000.000	3000.000
0	1	0000.000	0999.316	2963.014
0	2	0000.000	1993.230	2852.853
0	3	0000.000	2976.707	2671.823
0	4	0000.000	3945.380	2423.481
0	5	0000.000	4895.727	2112.291
0	6	0000.000	5825.140	1743.250
0	7	0000.000	6731.876	1321.550
0	8	0000.000	7614.950	0852.316
0	9	0000.000	8473.998	0340.421
0	10	0000.000	9309.131	-0209.627
1	0	0999.316	0000.000	2963.014
1	1	0999.316	0999.316	2926.027
1	2	0999.316	1993.230	2815.867
1	3	0999.316	2976.707	2634.836
1	4	0999.316	3945.380	2386.494
1	5	0999.316	4895.727	2075.305
1	6	0999.316	5825.140	1706.263
1	7	0999.316	6731.876	1284.564
1	8	0999.316	7614.950	0815.330
1	9	0999.316	8473.998	0303.435
1	10	0999.316	9309.131	-0246.613
2	0	1993.230	0000.000	2852.853
2	1	1993.230	0999.316	2815.867
2	2	1993.230	1993.230	2705.706
2	3	1993.230	2976.707	2524.676
2	4	1993.230	3945.380	2276.334
2	5	1993.230	4895.727	1965.144
2	6	1993.230	5825.140	1596.103
2	7	1993.230	6731.876	1174.403
2	8	1993.230	7614.950	0705.169
2	9	1993.230	8473.998	0193.274
2	10	1993.230	9309.131	-0356.773
3	0	2976.707	0000.000	2671.823
3	1	2976.707	0999.316	2634.836
3	2	2976.707	1993.230	2524.676
3	3	2976.707	2976.707	2343.646
3	4	2976.707	3945.380	2095.304
3	5	2976.707	4895.727	1784.114
3	6	2976.707	5825.140	1415.072
3	7	2976.707	6731.876	0993.373
3	8	2976.707	7614.950	0524.139
3	9	2976.707	8473.998	0012.244
3	10	2976.707	9309.131	-0537.804
4	0	3945.380	0000.000	2423.481
4	1	3945.380	0999.316	2386.494
4	2	3945.380	1993.230	2276.334
4	3	3945.380	2976.707	2095.304
4	4	3945.380	3945.380	1846.962
4	5	3945.380	4895.727	1535.772
4	6	3945.380	5825.140	1166.730
4	7	3945.380	6731.876	0745.031
4	8	3945.380	7614.950	0275.797
4	9	3945.380	8473.998	-0236.098
4	10	3945.380	9309.131	-0786.146
5	0	4895.727	0000.000	2112.291
5	1	4895.727	0999.316	2075.305
5	2	4895.727	1993.230	1965.144
5	3	4895.727	2976.707	1784.114
5	4	4895.727	3945.380	1535.772
5	5	4895.727	4895.727	1224.582
5	6	4895.727	5825.140	0855.541
5	7	4895.727	6731.876	0433.841
5	8	4895.727	7614.950	-0035.393
5	9	4895.727	8473.998	-0547.288
5	10	4895.727	9309.131	-1097.336
6	0	5825.140	0000.000	1743.250
6	1	5825.140	0999.316	1706.263
6	2	5825.140	1993.230	1596.103
6	3	5825.140	2976.707	1415.072
6	4	5825.140	3945.380	1166.730
6	5	5825.140	4895.727	0855.541
6	6	5825.140	5825.140	0486.499
6	7	5825.140	6731.876	0064.800
6	8	5825.140	7614.950	-0404.434
6	9	5825.140	8473.998	-0916.329
6	10	5825.140	9309.131	-1466.377
7	0	6731.876	0000.000	1321.550
7	1	6731.876	0999.316	1284.564
7	2	6731.876	1993.230	1174.403
7	3	6731.876	2976.707	0993.373
7	4	6731.876	3945.380	0745.031
7	5	6731.876	4895.727	0433.841
7	6	6731.876	5825.140	0064.800
7	7	6731.876	6731.876	-0356.900
7	8	6731.876	7614.950	-0826.134
7	9	6731.876	8473.998	-1338.029
7	10	6731.876	9309.131	-1888.077
8	0	7614.950	0000.000	0852.316
8	1	7614.950	0999.316	0815.330
8	2	7614.950	1993.230	0705.169
8	3	7614.950	2976.707	0524.139
8	4	7614.950	3945.380	0275.797
8	5	7614.950	4895.727	-0035.393
8	6	7614.950	5825.140	-0404.434
8	7	7614.950	6731.876	-0826.134
8	8	7614.950	7614.950	-1295.368
8	9	7614.950	8473.998	-1807.263
8	10	7614.950	9309.131	-2357.310
9	0	8473.998	0000.000	0340.421
9	1	8473.998	0999.316	0303.435
9	2	8473.998	1993.230	0193.274
9	3	8473.998	2976.707	0012.244
9	4	8473.998	3945.380	-0236.098
9	5	8473.998	4895.727	-0547.288
9	6	8473.998	5825.140	-0916.329
9	7	8473.998	6731.876	-1338.029
9	8	8473.998	7614.950	-1807.263
9	9	8473.998	8473.998	-2319.158
9	10	8473.998	9309.131	-2869.206
10	0	9309.131	0000.000	-0209.627
10	1	9309.131	0999.316	-0246.613
10	2	9309.131	1993.230	-0356.773
10	3	9309.131	2976.707	-0537.804
10	4	9309.131	3945.380	-0786.146
10	5	9309.131	4895.727	-1097.336
10	6	9309.131	5825.140	-1466.377
10	7	9309.131	6731.876	-1888.077
10	8	9309.131	7614.950	-2357.310
10	9	9309.131	8473.998	-2869.206
10	10	9309.131	9309.131	-3419.253

**M 3.6.2.3 A háló elemeinek görbületi értékei**

Felület: Másodfokú affin forgáspároloid / A pozitív térnegyed értékei

Méretek: a = 9000 mm, b = 9000 mm, Magasság c = 3000 mm, Hálótávolság d= 1000 mm

A: felületirányú görbület, B: felületre merőleges irányú görbület, C: elemek megcsavarodása

i	j	A 1/1000mm	B 1/1000mm	C rad
0	0	0.000000	0.073972	0.000000
0	1	0.000000	0.073774	0.000000
0	2	0.000000	0.073187	0.000000
0	3	0.000000	0.072256	0.000000
0	4	0.000000	0.071032	0.000000
0	5	0.000000	0.069580	0.000000
0	6	0.000000	0.067971	0.000000
0	7	0.000000	0.066257	0.000000
0	8	0.000000	0.064496	0.000000
0	9	0.000000	0.062725	0.000000
1	0	0.005454	0.073374	0.000000
1	1	0.005395	0.073175	0.000000
1	2	0.005225	0.072600	0.000000
1	3	0.004962	0.071677	0.000000
1	4	0.004633	0.070469	0.000000
1	5	0.004265	0.069039	0.000000
1	6	0.003882	0.067446	0.000000
1	7	0.003504	0.065756	0.000000
1	8	0.003145	0.064016	0.000000
1	9	0.002813	0.062265	0.000000
2	0	0.010791	0.071633	0.000000
2	1	0.010675	0.071446	0.000000
2	2	0.010340	0.070889	0.000000
2	3	0.009823	0.070005	0.000000
2	4	0.009174	0.068842	0.000000
2	5	0.008446	0.067461	0.000000
2	6	0.007691	0.065929	0.000000
2	7	0.006945	0.064295	0.000000
2	8	0.006235	0.062614	0.000000
2	9	0.005578	0.060921	0.000000
3	0	0.015911	0.068921	0.000000
3	1	0.015741	0.068742	0.000000
3	2	0.015250	0.068222	0.000000
3	3	0.014491	0.067391	0.000000
3	4	0.013539	0.066297	0.000000
3	5	0.012472	0.064999	0.000000
3	6	0.011361	0.063552	0.000000
3	7	0.010265	0.062012	0.000000
3	8	0.009221	0.060422	0.000000
3	9	0.008254	0.058819	0.000000
4	0	0.020733	0.065465	0.000000
4	1	0.020512	0.065301	0.000000
4	2	0.019878	0.064824	0.000000
4	3	0.018897	0.064059	0.000000
4	4	0.017664	0.063052	0.000000
4	5	0.016282	0.061854	0.000000
4	6	0.014842	0.060517	0.000000
4	7	0.013419	0.059091	0.000000
4	8	0.012063	0.057615	0.000000
4	9	0.010805	0.056124	0.000000
5	0	0.025201	0.061522	0.000000
5	1	0.024937	0.061377	0.000000
5	2	0.024172	0.060943	0.000000
5	3	0.022990	0.060253	0.000000
5	4	0.021504	0.059341	0.000000
5	5	0.019835	0.058254	0.000000
5	6	0.018096	0.057041	0.000000
5	7	0.016374	0.055739	0.000000
5	8	0.014731	0.054391	0.000000
5	9	0.013206	0.053027	0.000000
6	0	0.029293	0.057334	0.000000
6	1	0.028988	0.057201	0.000000
6	2	0.028109	0.056819	0.000000
6	3	0.026747	0.056201	0.000000
6	4	0.025035	0.055387	0.000000
6	5	0.023112	0.054417	0.000000
6	6	0.021102	0.053325	0.000000
6	7	0.019112	0.052158	0.000000
6	8	0.017210	0.050943	0.000000
6	9	0.015442	0.049709	0.000000
7	0	0.033000	0.053098	0.000000
7	1	0.032661	0.052983	0.000000
7	2	0.031680	0.052644	0.000000
7	3	0.030163	0.052101	0.000000
7	4	0.028252	0.051382	0.000000
7	5	0.026102	0.050520	0.000000
7	6	0.023855	0.049553	0.000000
7	7	0.021626	0.048511	0.000000
7	8	0.019492	0.047426	0.000000
7	9	0.017507	0.046321	0.000000
8	0	0.036337	0.048961	0.000000
8	1	0.035968	0.048861	0.000000
8	2	0.034900	0.048564	0.000000
8	3	0.033246	0.048088	0.000000
8	4	0.031161	0.047457	0.000000
8	5	0.028814	0.046700	0.000000
8	6	0.026358	0.045847	0.000000
8	7	0.023918	0.044927	0.000000
8	8	0.021579	0.043965	0.000000
8	9	0.019400	0.042982	0.000000
9	0	0.039326	0.045029	0.000000
9	1	0.038931	0.044941	0.000000
9	2	0.037787	0.044682	0.000000
9	3	0.036016	0.044268	0.000000
9	4	0.033781	0.043717	0.000000
9	5	0.031261	0.043054	0.000000
9	6	0.028623	0.042306	0.000000
9	7	0.025998	0.041496	0.000000
9	8	0.023479	0.040646	0.000000
9	9	0.021129	0.039777	0.000000

**M 3.6.2.4 Szalaghéjak és rácshéjak sajátfeszültségi értékei**

Felület: Másodfokú affin forgáspároloid / A pozitív ténnyed értékei:

Méreték: a = 9000 mm, b = 9000 mm, Magasság c = 3000 mm, Hálótávolság d= 1000 mm

A: Rácshéj, 40/40 mm keresztmetszet

B: Folytonos alkotóelemű szalaghéj, 16/100 mm keresztmetszet

C: Elemes, szabad mozgású szalaghéj, 16/100 mm keresztmetszet

i	j	A $\delta$ (N/mm <sup>2</sup> )	B $\delta$ (N/mm <sup>2</sup> )	C $\delta$ (N/mm <sup>2</sup> )
0	0	22.191600	8.876640	8.876640
0	1	22.132200	8.852880	8.852880
0	2	21.956100	8.782440	8.782440
0	3	21.676800	8.670720	8.670720
0	4	21.309600	8.523840	8.523840
0	5	20.874000	8.349600	8.349600
0	6	20.391300	8.156520	8.156520
0	7	19.877100	7.950840	7.950840
0	8	19.348800	7.739520	7.739520
0	9	18.817500	7.527000	7.527000
1	0	23.648400	12.895380	8.804880
1	1	23.571000	12.827250	8.781000
1	2	23.347500	12.630750	8.712000
1	3	22.991700	12.322740	8.601240
1	4	22.530600	11.931030	8.456280
1	5	21.991200	11.483430	8.284680
1	6	21.398400	11.005020	8.093520
1	7	20.778000	10.518720	7.890720
1	8	20.148300	10.040670	7.681920
1	9	19.523400	9.581550	7.471800
2	0	24.727200	16.689210	8.595960
2	1	24.636300	16.579770	8.573520
2	2	24.368700	16.261680	8.506680
2	3	23.948400	15.767850	8.400600
2	4	23.404800	15.141540	8.261040
2	5	22.772100	14.429820	8.095320
2	6	22.086000	13.679730	7.911480
2	7	21.372000	12.924150	7.715400
2	8	20.654700	12.189930	7.513680
2	9	19.949700	11.494020	7.310520
3	0	25.449600	20.203770	8.270520
3	1	25.344900	20.054790	8.249040
3	2	25.041600	19.624140	8.186640
3	3	24.564600	18.955170	8.086920
3	4	23.950800	18.109890	7.955640
3	5	23.241300	17.153880	7.799880
3	6	22.473900	16.146990	7.626240
3	7	21.683100	15.140190	7.441440
3	8	20.892900	14.166390	7.250640
3	9	20.121900	13.248780	7.058280
4	0	25.859400	23.405550	7.855800
4	1	25.743900	23.220120	7.836120
4	2	25.410600	22.687380	7.778880
4	3	24.886800	21.859830	7.687080
4	4	24.214800	20.814240	7.566240
4	5	23.440800	19.633980	7.422480
4	6	22.607700	18.393540	7.262040
4	7	21.753000	17.155170	7.090920
4	8	20.903400	15.961050	6.913800
4	9	20.078700	14.838630	6.734880
5	0	26.016900	26.283390	7.382640
5	1	25.894200	26.067990	7.365240
5	2	25.534500	25.442160	7.313160
5	3	24.972900	24.472860	7.230360
5	4	24.253500	23.248920	7.120920
5	5	23.426700	21.866730	6.990480
5	6	22.541100	20.416920	6.844920
5	7	21.633900	18.969180	6.688680
5	8	20.736600	17.575170	6.526920
5	9	19.869900	16.267740	6.363240
6	0	25.988100	28.849830	6.880080
6	1	25.856700	28.605120	6.864120
6	2	25.478400	27.900030	6.818280
6	3	24.884400	26.804370	6.744120
6	4	24.126600	25.422690	6.646440
6	5	23.258700	23.864040	6.530040
6	6	22.328100	22.225500	6.399000
6	7	21.381000	20.592960	6.258960
6	8	20.445900	19.020660	6.113160
6	9	19.545300	17.546580	5.965080
7	0	25.829400	31.121760	6.371760
7	1	25.693200	30.853710	6.357960
7	2	25.297200	30.077280	6.317280
7	3	24.679200	28.874370	6.252120
7	4	23.890200	27.354840	6.165840
7	5	22.986600	25.638900	6.062400
7	6	22.022400	23.837610	5.946360
7	7	21.041100	22.040820	5.821320
7	8	20.075400	20.310120	5.691120
7	9	19.148400	18.688770	5.558520
8	0	25.589400	33.128070	5.875320
8	1	25.448700	32.839320	5.863320
8	2	25.039200	32.002680	5.827680
8	3	24.400200	30.705060	5.770560
8	4	23.585400	29.065590	5.694840
8	5	22.654200	27.214500	5.604000
8	6	21.661500	25.270140	5.501640
8	7	20.653500	23.329740	5.391240
8	8	19.663200	21.460050	5.275800
8	9	18.714600	19.707840	5.157840
9	0	25.306500	34.897980	5.403480
9	1	25.161600	34.591170	5.392920
9	2	24.740700	33.702090	5.361840
9	3	24.085200	32.324160	5.312160
9	4	23.249400	30.581790	5.246040
9	5	22.294500	28.612230	5.166480
9	6	21.278700	26.543970	5.076720
9	7	20.248200	24.478020	4.979520
9	8	19.237500	22.486770	4.877520
9	9	18.271800	20.619990	4.773240

## M 3.7.0 SOFiSTiK végeelem programkód részlet

Az igénybevétel számítására használt SOFiSTiK kód részlete elemes szalaghéj esetében

```
#define tipus=2
```

```
+prog aqua urs:1
```

```
  kopf Anyagok és keresztmetszetek
```

```
  norm ec 5 $ EC5 szabvány
```

```
  echo mat voll
```

```
  holz 1 c 14 fm 29.3 ft0 30.2 fc0 23.7 ep 15000 g 500 e90 400 $ Fa anyagjellemzők
```

```
  stah nr 2 s 235 gam 0 $ Acél anyagjellemzők
```

```
  qb 1 h 20[mm] b 120[mm] mnr 1 $ Szalag keresztmetszet, 1-es anyagból (fa)
```

```
  qc 2 d 8[mm] mnr 2 $ Kötél keresztmetszet, 2-es anyagból (acél)
```

```
  qc 10 d 10[mm] mnr 2 $ Összekötő rúd keresztmetszete, 2-es anyagból (acél)
```

```
ende
```

```
+prog sofimsha urs:2
```

```
  kopf Geometria
```

```
  syst raum gdir negz gdiv 100000 $ Térbeli szerkezet, önsúly negatív Z irányba hat, 1
```

```
  csoportba max. 10.000 elem sorolható
```

```
  steu loca 1 $ Szalagok lokális tengelyének beállítása a globális tengelyek alapján
```

```
  #include "elemek.txt" $ Teljes geometriai rendszer beolvasása külső adatfájlból
```

```
  ende
```

```
  #include "terhek.dat" $ Terhelések beolvasása külső adatfájlból
```

```
  $ Kiemelt állapot
```

```
+prog ase urs:5
```

```
  kopf Kötelek nélkül mereven
```

```
  let#i 1
```

```
  loop 3
```

```
    syst prob th3 $ Harmadrendű elmélet szerint
```

```
    grup 0,1,2 gele fix $ Kötél csoportok nincsenek aktiválva, csuklók merevítve
```

```
    If 100+#i bez "Kotelek nelkul, merev"
```

```
    lc #i
```

```
  ende
```

```
  let#i #i+1
```

```
  endloop
```

```
  ende
```

```
+prog ase urs:6
```

```
  kopf Kötelekkel csuklósan
```

```
  let#i 1
```

```
  loop 3
```

```
    steu WARN 827
```

```
    syst prob th3 $ Harmadrendű elmélet szerint
```

```
    grup (0 4 1) $ Kötél csoportok is
```

```
    If 200+#i bez "Kotelekkel, csuklós"
```

```
    lc #i
```

```
  ende
```

```
  let#i #i+1
```

```
  endloop
```

```
  ende
```

```
...
```

```
+prog aqb urs:8
```

```
  kopf Feszültségek
```

```
  If (101 103 1)
```

```
  If (201 203 1)
```

```
  If (301 303 1)
```

```
  span K
```

```
...
```

## Köszönetnyilvánítás

Köszönetemet fejezem ki Mindazoknak, akik közvetlenül vagy közvetve segítettek dolgozatom elkészítése során.

Jelen dolgozat elkészítésében nyújtott segítségükért köszönettel tartozok:

Családomnak: Olga feleségemnek és Ada, Maja és Soma gyermekeimnek,  
Dr. Szabó Tamás tanszékvezető egyetemi tanár Úrnak, témavezetőmnek,  
Kollégáimnak: Láng Tamás és Bruckner György Uraknak.

1990-ben benyújtott értekezésemhez nyújtott segítségükért utólagosan is köszönettel tartozok:

Dr. Kubinszky Mihály tanszékvezető egyetemi tanár Úrnak, témavezetőmnek,  
Kollégáimnak, Dr. Somfalvi György, Józsa Béla Uraknak,  
Dr. Závoti József, Dr. Kollár Lajos, Dr. Bárány András, Dr. Rubik Ernő Uraknak,  
Dr. Prof. Dipl. Arch. Frei Otto és Prof. Dipl. Arch. Anton Presoly Uraknak.